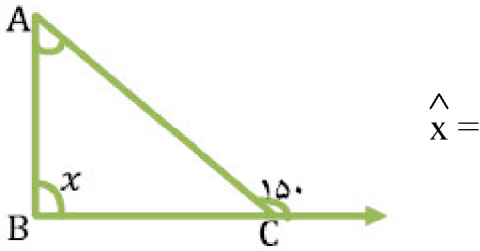


۱- در شکل زیر اندازه‌ی زاویه را محاسبه کنید.



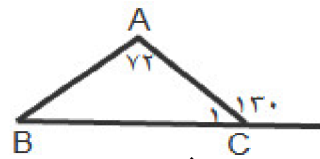
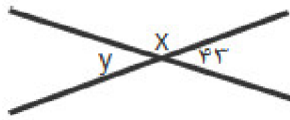
$$\hat{x} =$$

« پاسخ »

(الف)

$$\hat{x} = 60 + 30 = 90$$

۲- اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید. (۱)



$$\hat{y} =$$

$$\widehat{ACB} =$$

$$\hat{x} =$$

$$\hat{B} =$$

« پاسخ »

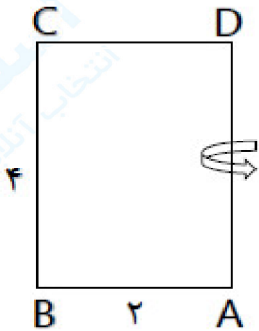
$$\hat{y} = 43 \quad (0/25)$$

$$\widehat{ACB} = 50 \quad (0/25)$$

$$\hat{x} = 137 \quad (0/25)$$

$$\hat{B} = 58 \quad (0/25)$$

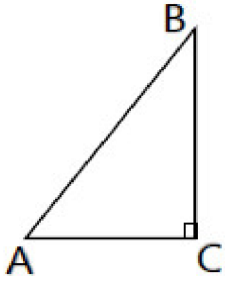
۳- مستطیل زیر را حول محور AD دوران می‌دهیم. حجم حاصل از این دوران را بیابید. (۱)



$$V = \pi \times 4 \times 4 = 16\pi$$

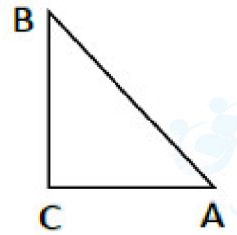
« پاسخ »

۴- الف) قرینه‌ی شکل مقابل را نسبت به پاره‌خط BC رسم کنید. (۰/۵)
 ب) دوران یافته شکل قسمت الف) را نسبت به نقطه C با دوران 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیدا کنید.

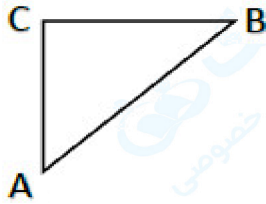


« پاسخ »

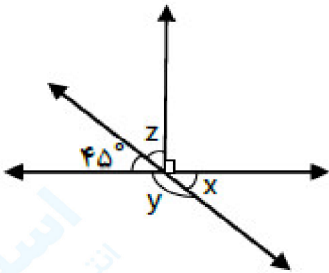
الف) (۰/۲۵)



ب) (۰/۲۵)



۵- در شکل زیر مقادیر x ، y و z را بیابید. (۰/۵)



« پاسخ »

$x = 45^\circ$ (زاویه‌ی متقابل به راس) (۰/۵)

$y = 135^\circ$ (زاویه‌ی نیم صفحه)

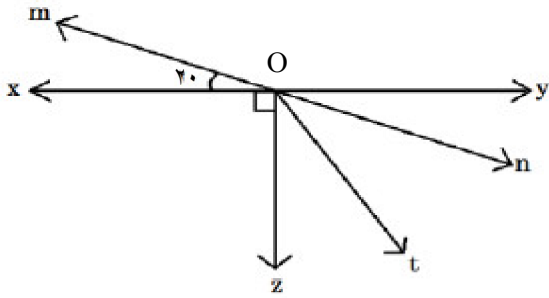
$z = 45^\circ$ (متمم زاویه)

۶- به چندضلعی که دست کم یک زاویه‌ی بزرگ‌تر از 180° داشته باشد، گفته می‌شود. (۰/۵)

« پاسخ »

چندضلعی مقعر (۰/۵)

۷- در شکل زیر Ot نیم‌ساز زاویه \widehat{zOn} است. اندازه زاویه‌های خواسته شده را بیابید. (۰/۷۵)



$$\widehat{yOn} = \dots\dots$$

$$\widehat{nOt} = \dots\dots$$

$$\widehat{mOz} = \dots\dots$$

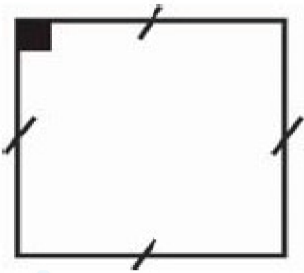
« پاسخ »

$$\widehat{yOn} = 20 \quad (0/25)$$

$$\widehat{nOt} = 35 \quad (0/25)$$

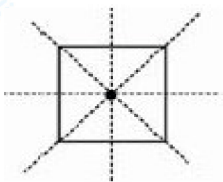
$$\widehat{mOz} = 110 \quad (0/25)$$

۸- شکل زیر چند محور تقارن دارد و مرکز تقارن آن کجاست؟

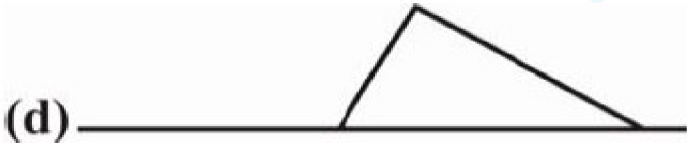


« پاسخ »

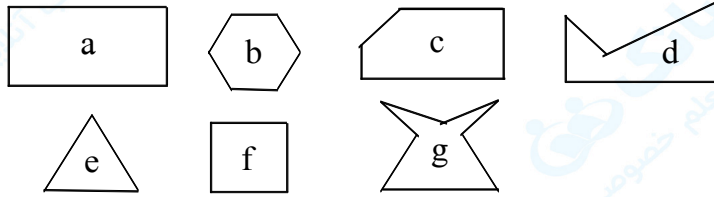
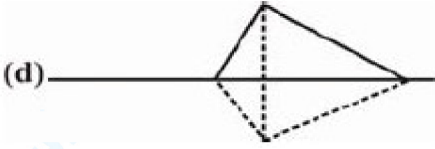
شکل مربع است چون چهارضلع با هم برابر و دو به دو عمودند و ۴ محور تقارن دارد. نکته: مرکز تقارن مربع، محل برخورد دو قطر آن است.



۹- قرینه‌ی شکل داده شده را نسبت به خط d رسم کنید.



« پاسخ »

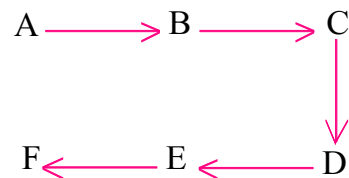
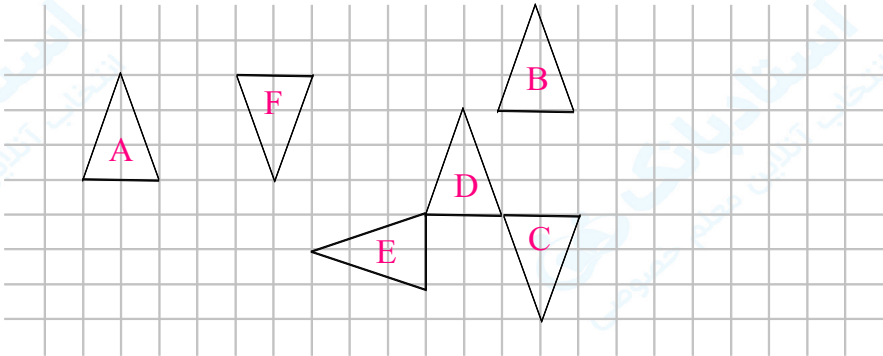


۱۰- با توجه به شکل‌های مقابل نام چندضلعی خواسته شده را با حرف آن بنویسید.
الف) چندضلعی‌های منتظم
ب) چندضلعی محدب
ج) چندضلعی مقعر

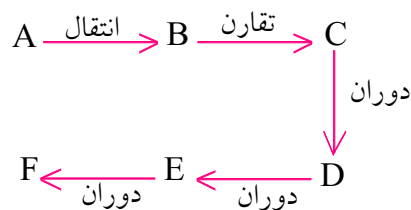
« پاسخ »

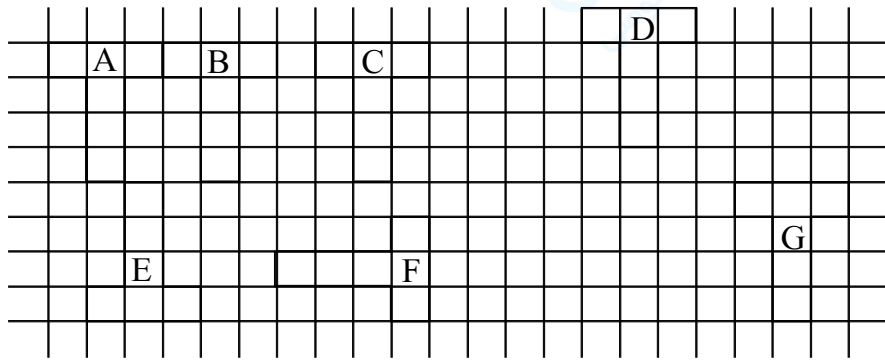
الف) e و b
ب) a, b, c, e, f
ج) d و g

۱۱- با توجه به شکل‌ها، نوع هر تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) از شکلی به شکل بعدی را روی فلش‌ها بنویسید.



« پاسخ »





۱۲- همهی شکل‌ها نوعی تبدیل از شکل A هستند.

الف) کدام شکل‌ها، انتقال یافته‌ی A هستند؟

ب) کدام شکل‌ها قرینه‌ی A نسبت به خط یا محور هستند؟

ج) کدام شکل‌ها دوران یافته‌ی A هستند؟

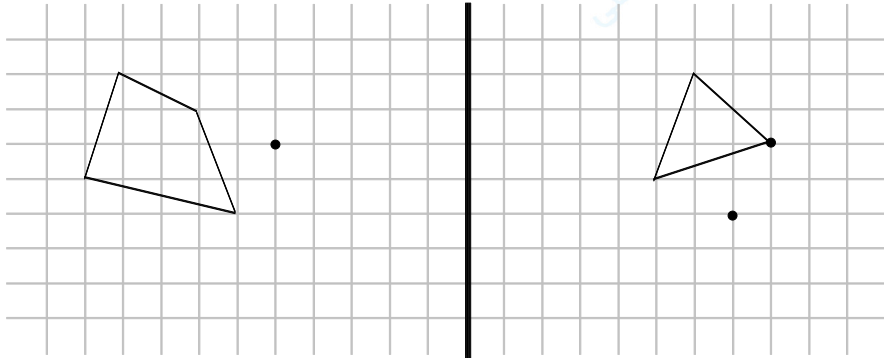
« پاسخ »

الف) شکل‌های D و G انتقال یافته‌ی A هستند.

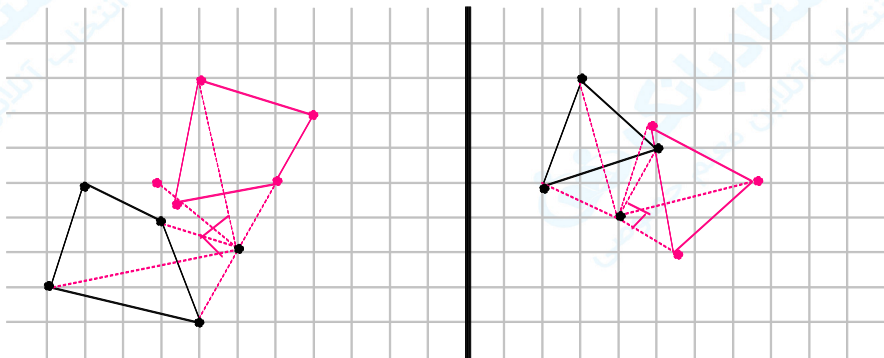
ب) شکل‌های B و C قرینه‌ی شکل A هستند.

ج) شکل‌های E (با زاویه‌ی 90°) و F (با زاویه‌ی 180°) دوران یافته‌ی شکل A هستند.

۱۳- در هر مورد، شکل داده شده را 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول نقطه‌ی O دوران دهید.

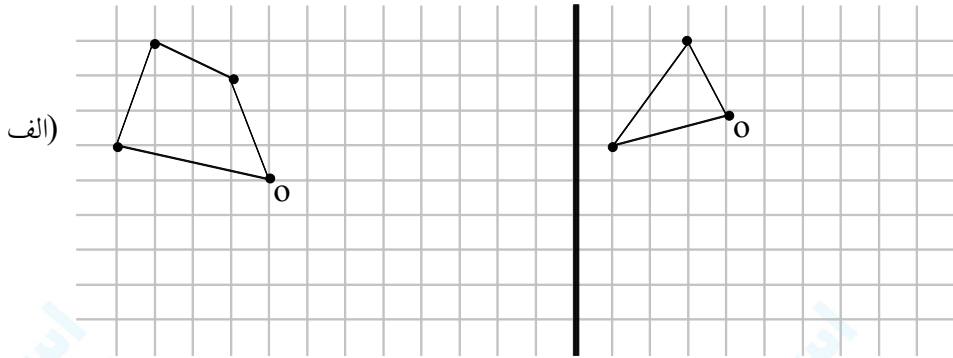


« پاسخ »



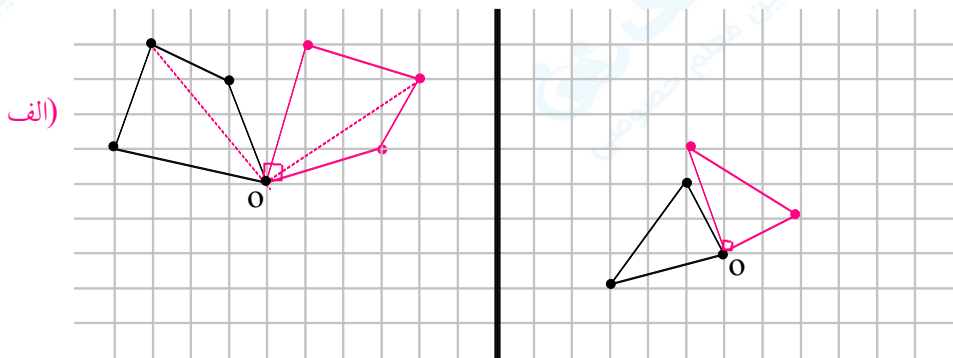
۱۴- در هر مورد، شکل داده شده را 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول نقطه‌ی O دوران دهید.

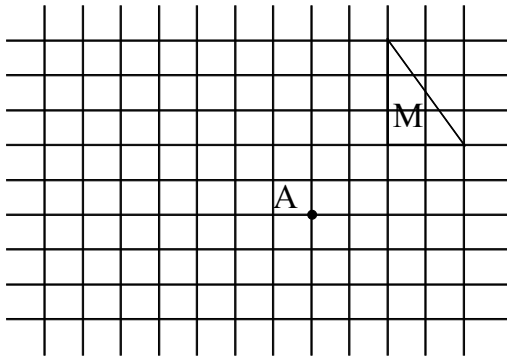
ب)



« پاسخ »

ب)

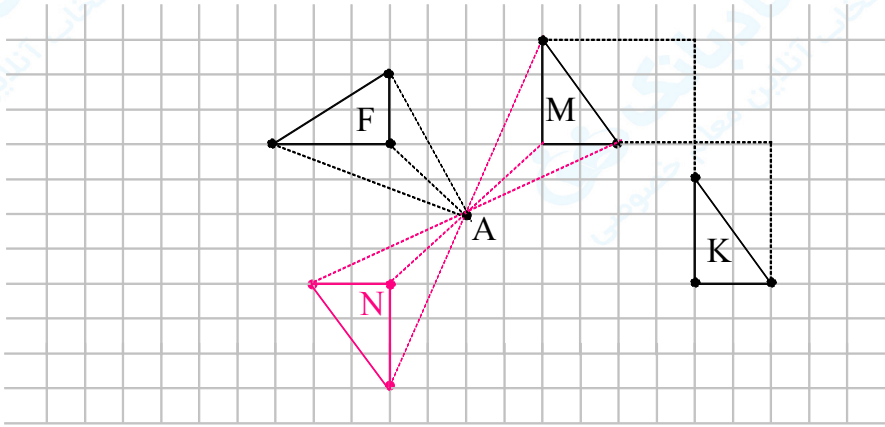




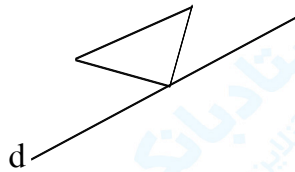
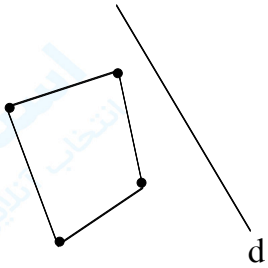
- ۱۵- الف) شکل M را نسبت به نقطه A قرینه کنید و آنرا N بنامید.
 ب) شکل M را نسبت به نقطه A، 90° دوران دهید و آنرا F بنامید.
 ج) شکل M را با مختصات $\begin{bmatrix} +4 \\ -4 \end{bmatrix}$ انتقال دهید و آنرا K بنامید. (چهار واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت پایین)
 د) اشکال N، F و K چه رابطه‌ای با هم دارند؟

« پاسخ »

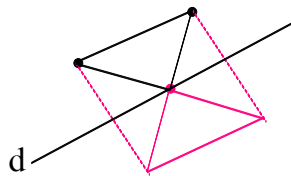
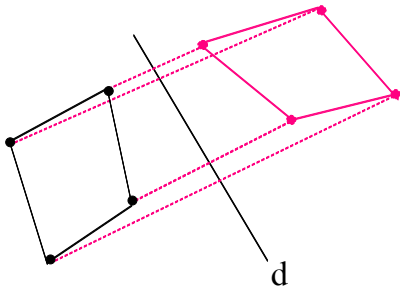
(د) همه‌ی شکل‌ها با هم مساوی‌اند.

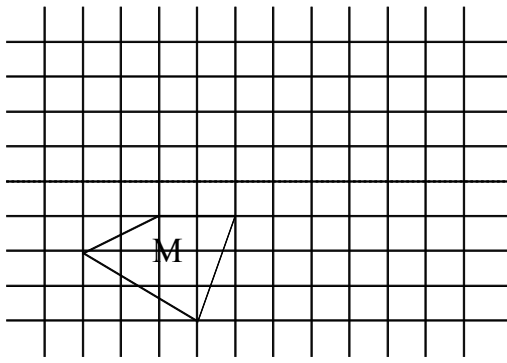


- ۱۶- قرینه‌ی شکل‌های زیر را نسبت به محور (خط d) رسم کنید.



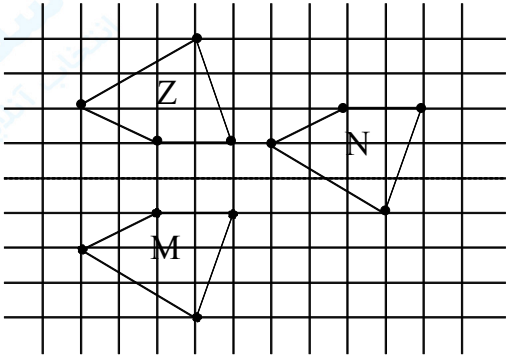
« پاسخ »



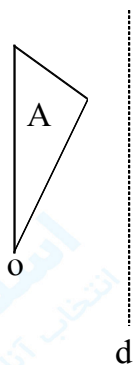


۱۷- الف) شکل M را با مختصات $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ انتقال دهید و آن را N
بنامید. (۵ واحد به راست و ۳ واحد بالا)
ب) قرینه‌ی شکل M را نسبت به محور تقارن (خط چین) رسم
کرده و آن را Z بنامید.
ج) در کدام تبدیل هم جهت و هم اندازه‌ی شکل تغییر پیدا
نمی‌کند؟

« پاسخ »

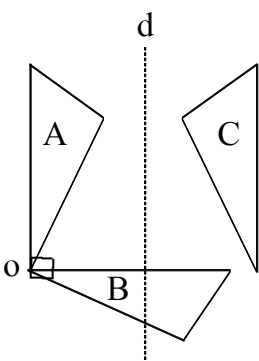


ج) در تبدیل انتقال جهت و اندازه تغییر نمی‌کند [شکل (N)]
اما در تقارن جهت عوض می‌شود ولی اندازه تغییر نمی‌کند.
[شکل (Z)]



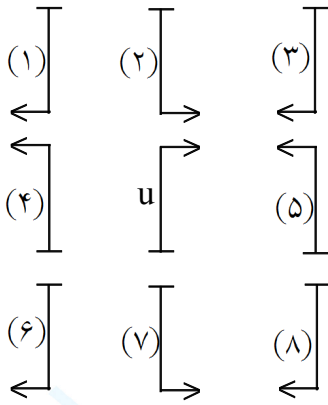
۱۸- الف) شکل A را 90° حول نقطه‌ی O در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و شکل B بنامید.
ب) قرینه‌ی A را نسبت به خط d رسم کنید و آن را c بنامید.
ج) آیا سه شکل با هم مساوی‌اند.

« پاسخ »



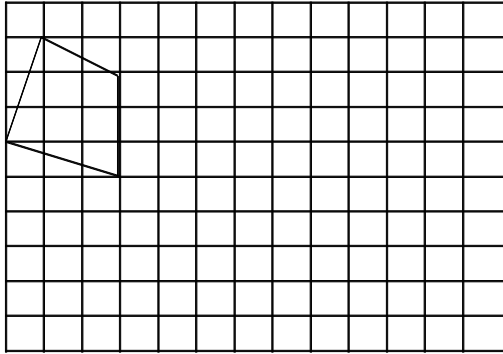
ج) بله، زیرا با کاغذ پوستی می‌توان هم‌پوشانی ۳ شکل را فهمید و هم‌چنین در تبدیلات
هندسی (انتقال، دوران، تقارن) شکل مساوی با تصویر است.

۱۹- الف) کدام یک از اشکال مقابل، قرینه‌ی محوری شکل u است؟
 ب) کدام یک از اشکال مقابل، قرینه‌ی مرکزی شکل u است؟



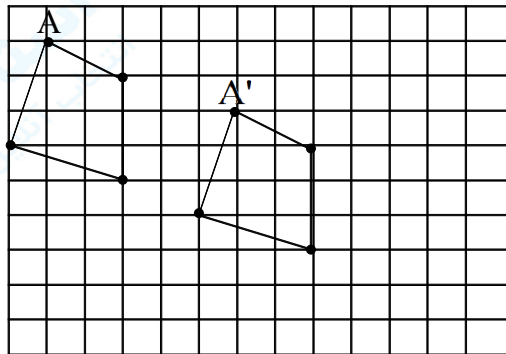
« پاسخ »

الف) شماره‌های ۵ و ۴ و ۲ و ۷ قرینه‌های محوری شکل u هستند.
 ب) شکل‌های ۳ و ۱ و ۶ و ۸ قرینه‌های مرکزی شکل u هستند.



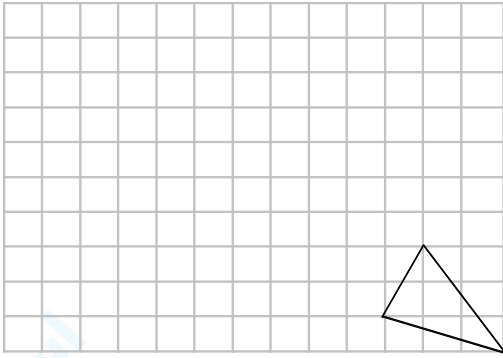
۲۰- شکل زیر را ۵ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین انتقال دهید.
 الف) آیا جهت شکل تغییر می‌کند؟
 ب) محیط و مساحت شکل انتقال یافته را با شکل اولیه مقایسه کنید.

« پاسخ »



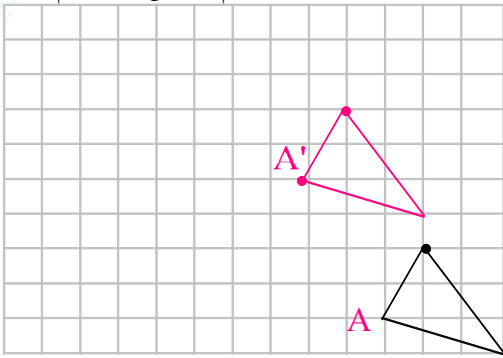
الف) خیر جهت شکل تغییر نمی‌کند.
 ب) محیط و مساحت شکل انتقال یافته با شکل اولیه برابر است.

۲۱- شکل زیر را با مختصات $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$ منتقل کنید. [دو واحد به سمت چپ و چهار واحد به سمت بالا انتقال دهید].

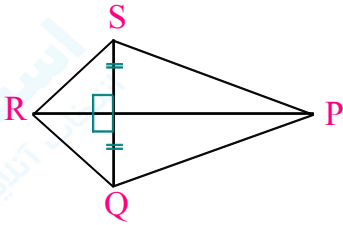


« پاسخ »

از هر رأس دو واحد به سمت چپ و چهار واحد به سمت بالا حرکت کرده و سپس رئوس را به هم وصل می‌کنیم.



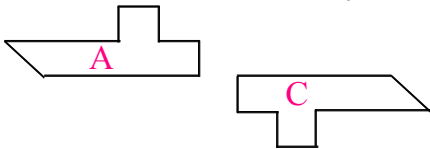
۲۲- در شکل مقابل \overline{PR} عمود منصف \overline{QS} است با استفاده از تبدیلات ثابت کنید $\hat{SPR} = \hat{RPQ}$



« پاسخ »

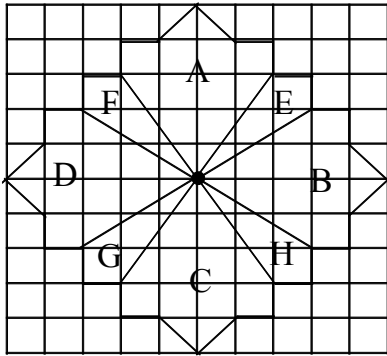
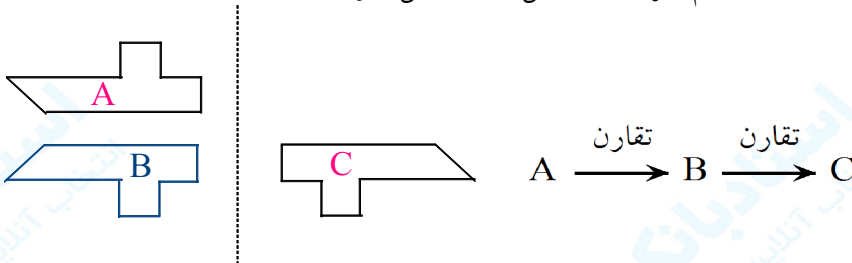
با استفاده از تقارن زاویه \hat{SPR} بر \hat{RPQ} منطبق می‌شود.

۲۳- شکل B را طوری رسم کنید که بتوان با ۲ تبدیل متوالی شکل A را بر شکل C منطبق کرد.



« پاسخ »

ابتدا تقارن شکل A را رسم کرده و سپس تقارن B را رسم کرده که شکل C حاصل شود.



۲۴- الف) چگونه با یک تبدیل شکل B بر شکل A تصویر می‌شود؟

ب) چگونه با دو تبدیل شکل B بر شکل C تصویر می‌شود؟

ج) روی فلش‌ها نوع تبدیل مناسب را بنویسید.

$E \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow F \rightarrow E$

« پاسخ »

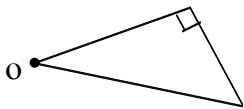
الف) با دوران 90°

ب) ابتدا تقارن و سپس دوران 90°

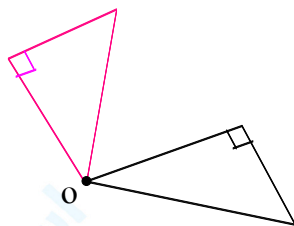
ج)

$E \xrightarrow{\text{تقارن}} G \xrightarrow{\text{دوران}} H \xrightarrow{\text{تقارن}} F \xrightarrow{\text{دوران}} E$

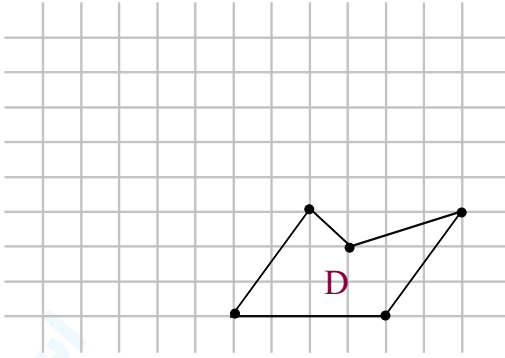
۲۵- شکل زیر را نسبت به مرکز دوران O به اندازه 90° مخالف عقربه‌های ساعت رسم کنید.



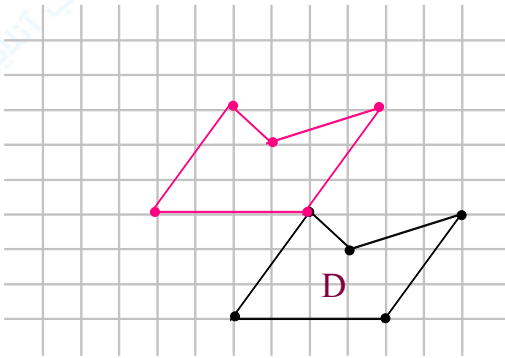
« پاسخ »



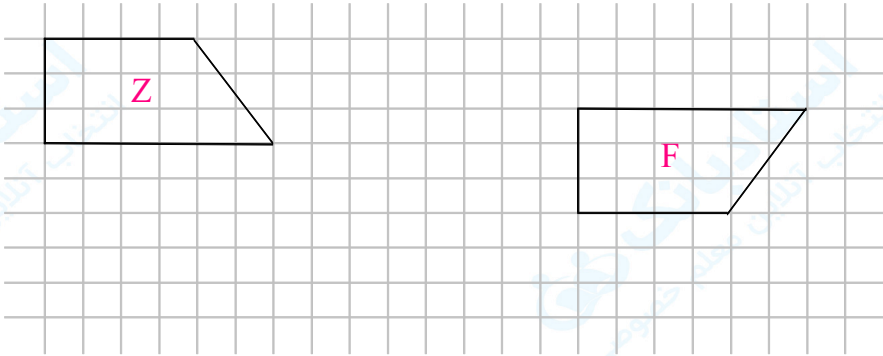
۲۶- شکل D را با مختصات $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ منتقل کنید. (دو واحد به سمت چپ و ۳ واحد به سمت بالا)



« پاسخ »



۲۷- می‌خواهیم شکل M را طوری رسم کنیم که بتوانیم با ۲ تبدیل متوالی شکل Z را بر شکل F منطبق کنیم. شکل M را رسم کنید و روی هر فلش نوعی تبدیل را بنویسید.



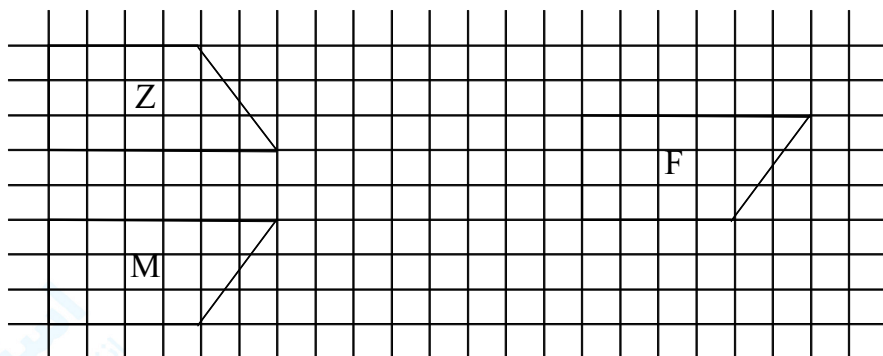
« پاسخ »

به ۲ روش می‌توان شکل Z را بر شکل F منطبق کرد.

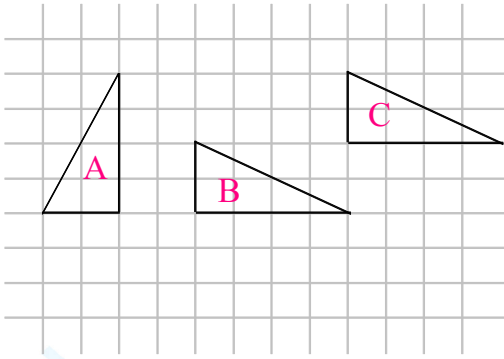
۱- ابتدا تقارن سپس انتقال

۲- ابتدا انتقال و سپس تقارن

انتقال تقارن
 $Z \longrightarrow M \longrightarrow F$

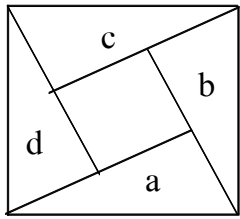


۲۸- برای بیان هم‌نهشتی مثلث‌های زیر به ترتیب $A \rightarrow B \rightarrow C$ چه تبدیلی‌هایی باید نوشت؟



« پاسخ »

انتقال $A \xrightarrow{\text{دوران}}$ B $\xrightarrow{\text{انتقال}}$ C



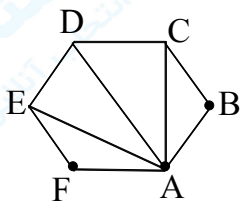
۲۹- در شکل مقابل مثلث‌های a و b و c و d با هم، هم‌نهشت هستند. الف) هم‌نهشتی مثلث‌های مقابل را به زبان ریاضی بنویسید. ب) با چه تبدیلی‌هایی یا تبدیلی می‌توان a را بر d تصویر کرد؟ ج) با چه تبدیل یا تبدیلی‌هایی می‌توان a را بر c تصویر کرد؟

« پاسخ »

$$a \cong b \cong c \cong d$$

الف)

ب) با انتقال سپس با دوران a بر d می‌توان تصویر کرد.
ج) با تقارن سپس با تقارن و با انتقال می‌توان a را بر c تصویر کرد.



۳۰- در شش‌ضلعی منتظم مقابل، چهار مثلث (که دو به دو با هم مساوی هستند) تشکیل شده است. الف) کدام مثلث‌ها با هم، هم‌نهشت هستند، آن‌ها را به زبان ریاضی نمایش دهید. ب) تساوی اجزای متناظر را روی شکل مشخص کرده و بنویسید.

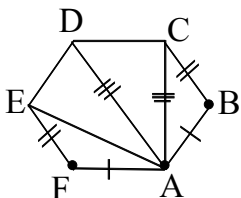
« پاسخ »

$$\triangle AEF \cong \triangle ACB, \quad \triangle AED \cong \triangle ADC$$

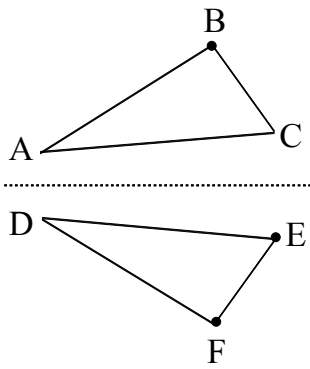
$$\frac{AB}{DC} = \frac{AF}{DE}, \quad \overline{BC} = \overline{FE}, \quad \overline{AE} = \overline{AC}$$

الف)

ب)



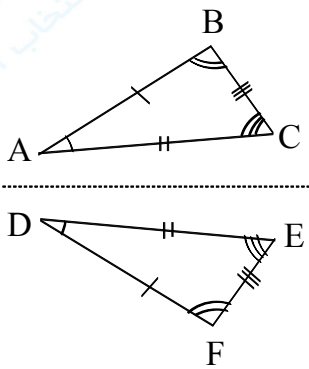
۳۱- در شکل مقابل دو مثلث هم‌نهشت هستند. ضلع‌ها و زاویه‌های دو شکل را مشخص کنید و تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را کامل کنید.



$$\begin{aligned} \hat{A} &= \dots \\ \hat{B} &= \dots \\ \hat{C} &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \dots \\ \dots &= \dots \\ \dots &= \dots \end{aligned}$$

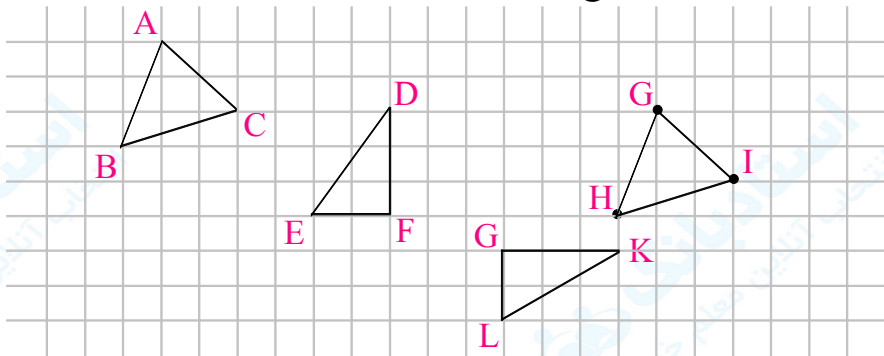
« پاسخ »



$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{D} \\ \hat{B} &= \hat{F} \\ \hat{C} &= \hat{E} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{DE} \\ \overline{BC} &= \overline{FE} \\ \overline{AC} &= \overline{DF} \end{aligned}$$

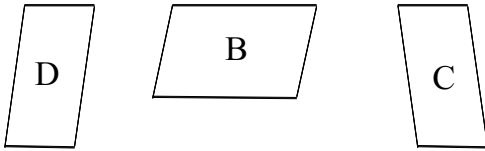
۳۲- مثلث‌های هم‌نهشت را در شکل بیابید. به زبان ریاضی بنویسید و نوع تبدیل را بنویسید.



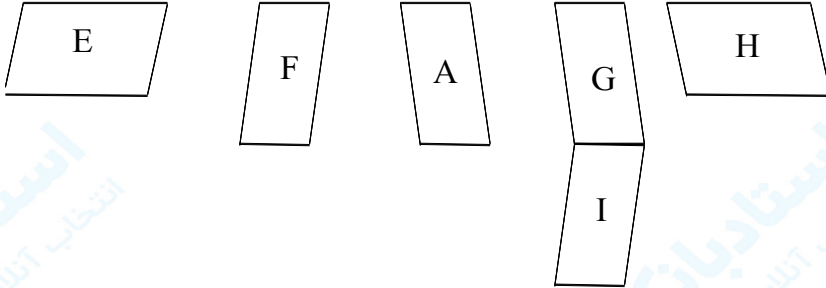
« پاسخ »

$$\begin{aligned} \triangle ABC &\cong \triangle GHI && \text{انتقال} \\ \triangle FDE &\cong \triangle JKL && \text{(دوران - قرینه)} \end{aligned}$$

۳۳- هریک از اشکال زیر با تبدیلی بر روی شکل بعدی تصویر می‌شود، روی هر فلش نوع تبدیل را بنویسید.



$A \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow B$
 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F$
 $F \rightarrow G \rightarrow I \rightarrow D$
 $D \rightarrow E \rightarrow F$

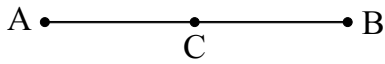


« پاسخ »

$A \xrightarrow{\text{انتقال}} G \xrightarrow{\text{دوران}} H \xrightarrow{\text{دوران}} B$
 $B \xrightarrow{\text{دوران}} C \xrightarrow{\text{تقارن}} D \xrightarrow{\text{انتقال}} F$
 $F \xrightarrow{\text{تقارن}} G \xrightarrow{\text{تقارن}} I \xrightarrow{\text{انتقال}} D$
 $D \xrightarrow{\text{دوران}} E \xrightarrow{\text{دوران}} F$

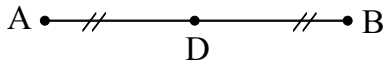
۳۴- روابط بین پاره خط‌ها

نکته ۱: در جمع و تفریق پاره خط‌ها کافی است حروف تکراری را خط بزنیم. مثال:



$$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$$

نکته ۲: اگر پاره خطی به قسمت‌های مساوی تقسیم شود، می‌توان روابط زیر را نتیجه گرفت:



$$\overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

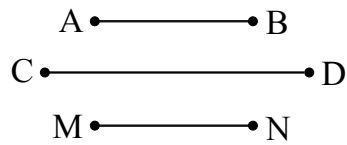
$$\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{AB} = 2 \overline{AD}$$

$$\overline{AD} = \overline{DB}$$

$$\overline{AB} = 2 \overline{DB}$$

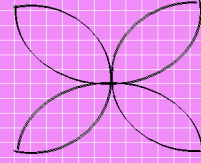
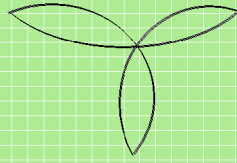
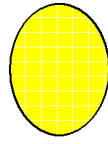
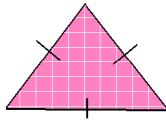
نکته ۳: با توجه به سه پاره خط \overline{AB} و \overline{CD} و \overline{MN} داریم:



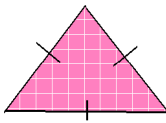
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} < \overline{CD} \\ \overline{AB} = \overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{MN} < \overline{CD}$$

« پاسخ »

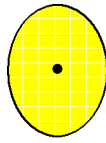
۳۵- شکل‌هایی را که مرکز تقارن دارند، مشخص کنید. سپس، مرکز تقارن را روی هر شکل نشان دهید.



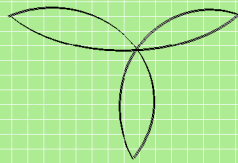
« پاسخ »



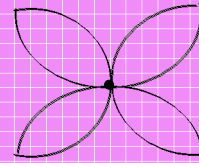
۱



۲



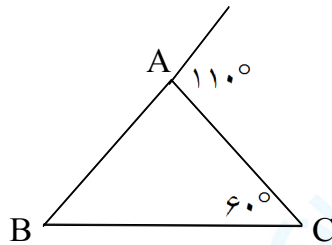
۳



۴

شکل‌های ۲ و ۴ مرکز تقارن دارند.

۳۶- در مثلث ABC زاویه‌ی B را حساب کنید.



« پاسخ »

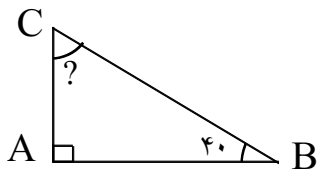
$$A_1 = 180 - 110 = 70$$

$$B = 180 - (60 + 70) = 180 - 130 = 50$$

$$B = 50$$

۳۷- اندازه‌ی یکی از زاویه‌های تند مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۴۰ درجه است. اندازه‌ی زاویه‌ی تند دیگر آن را حساب کنید.

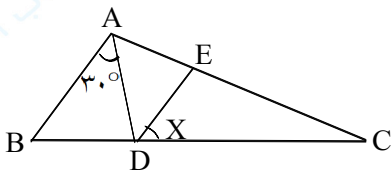
« پاسخ »



$$C = 180 - (90 + 40) = 180 - 130 = 50$$

$$C = 50^\circ$$

۳۸- در شکل مقابل $AB = AD = DE$ و $AE = AD$ و $\widehat{BAD} = 30^\circ$ است. در این صورت x را پیدا کنید؟



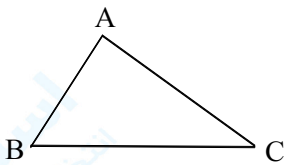
« پاسخ »

متساوی الاضلاع $\widehat{ADE} \Rightarrow AD = DE = AE \Rightarrow \widehat{ADE} = 60^\circ$

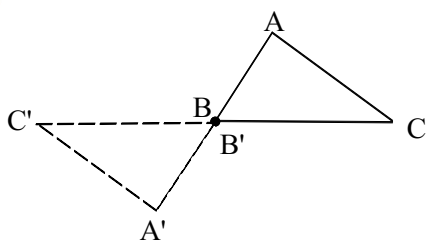
$$D_2 = 60 \Rightarrow x - D_1 + D_2 = 180 \Rightarrow x = 180 - 60 - 75 = 45^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

۳۹- قرینه‌ی مثلث ABC را نسبت به نقطه B رسم کنید.

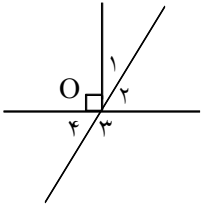


« پاسخ »



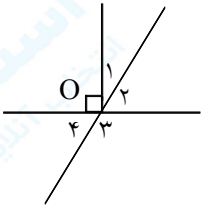
مثلث $A'B'C'$ قرینه‌ی مثلث ABC نسبت به نقطه B است. برای به دست آوردن قرینه یک شکل نسبت به یک نقطه از هر رأس آن به نقطه مذکور وصل کرده و به اندازه‌ی خودش امتداد می‌دهیم و نقاط به دست آمده را به هم وصل می‌کنیم.

۴۰- در شکل زیر $\hat{O}_1 = 50^\circ$ است اندازه‌ی زاویه‌های \hat{O}_2 و \hat{O}_3 و \hat{O}_4 را حساب کنید.

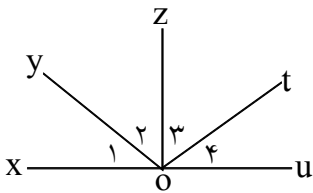


« پاسخ »

$$\hat{O}_1 = 50^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \text{ و } \hat{O}_4 = \hat{O}_2 = 40^\circ \text{ و } \hat{O}_3 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$



۴۱- در شکل زیر $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4$ زاویه‌های قائمه‌ی شکل کدامند؟ (چرا؟)



« پاسخ »

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 180^\circ \div 4 = 45^\circ \text{ و } \widehat{xOz} = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

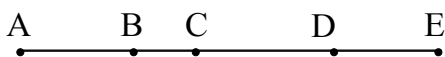
$$\widehat{zOu} = \hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \text{ و } \widehat{yOt} = \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

۴۲- با توجه به شکل تساوی‌های زیر را کامل کنید.



« پاسخ »

$$(AD + DE) - (AC + CD) = AE - AD = DE$$



۴۳- با توجه به شکل تساوی‌های زیر را کامل کنید. $(AD - AB) + DE$

« پاسخ »

$$(AD - AB) + DE = BD + DE = BE$$

