

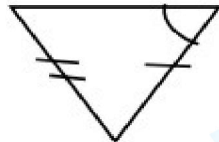
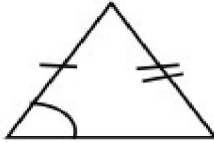
۱- قطر متوازی الاضلاع را رسم کنید. ضلعها و زاویه‌های مساوی را مشخص کنید و حالت همنهشتی دو مثلث را بنویسید.

« پاسخ »

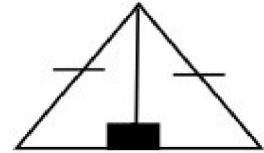


به حالت (ض ز ض) همنهشت هستند:

۲- با توجه به اجزای مشخص شده، آیا دو مثلث همنهشت هستند؟ به چه حالتی؟



(ب)



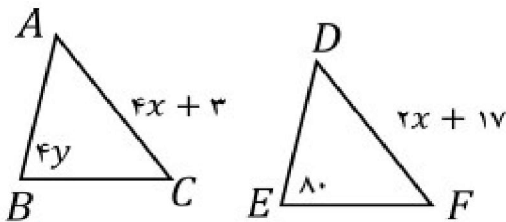
(الف)

« پاسخ »

(الف) همنهشت هستند به حالت (و ض)

(ب) همنهشت نیست (چون باید زاویه بین دو ضلع باشد)

۳- دو مثلث زیر همنهشت هستند. مقدار X و Y را به دست آورید.



« پاسخ »

در دو مثلث همنهشت اضلاع و زاویه‌های متناظر برابرند:

$$4x + 3 = 2x + 17$$

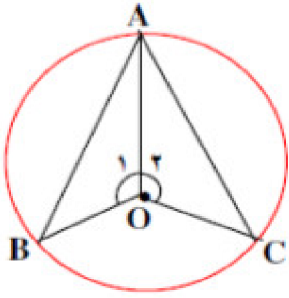
$$4x - 2x = 17 - 3$$

$$2x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{2} = 7$$

$$4y = 80$$

$$y = \frac{80}{4} = 20$$

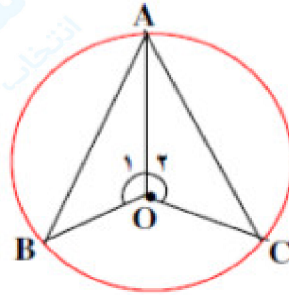
۴- ثابت کنید در شکل زیر دو مثلث با یکدیگر هم‌نهشت هستند. (O مرکز دایره است). (۱/۵)



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 130^\circ$$

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} OA = OA \\ OB = OC \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} O\hat{A}B \cong O\hat{A}C$$



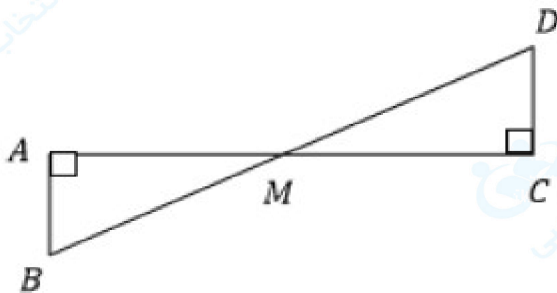
۵- الف) بین هر دو عدد صحیح بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. (صحیح / غلط) (۰/۵)
ب) هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع با یکدیگر هم‌نهشت هستند. (صحیح / غلط)

« پاسخ »

ب) غلط

الف) صحیح

۶- در شکل زیر نقطه M وسط پاره خط DB است. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث AMB و DMC را کامل بنویسید. (۱/۵)

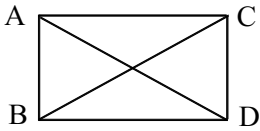


[=] → [=]

« پاسخ »

$$\left[\begin{array}{l} \text{وتر } BM = MD \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right] \rightarrow \text{(زاویه تند و وتر)}$$

۷- ثابت کنید در مستطیل قطرها مساوی اند.



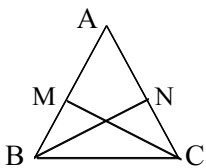
« پاسخ »

دو مثلث \widehat{ABD} و \widehat{BDC} را در نظر می‌گیریم تا شامل قطرها باشد.

$$\text{دلایل متساوی} \left\{ \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ \\ \text{ضلع مشترک } BD \\ \text{طول مستطیل } CD = AB \end{array} \right. \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BDC} \text{ (ض ز ض)}$$

پس طبق اجزای متناظر: $AD = BC$

۸- در شکل، CM ، BN نیم‌سازهای زاویه‌های B ، C از مثلث متساوی‌الساقین ABC هستند. ثابت کنید: $CN = BN$

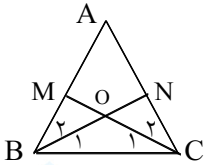


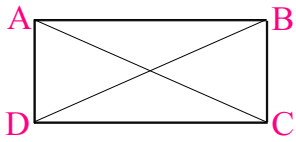
« پاسخ »

نیمساز زاویه‌های مساوی را به ۲ قسمت مساوی تقسیم کرده.

$$\text{تساوی مثلث ها} \left\{ \begin{array}{l} \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \text{ . نیمساز زاویه های مساوی را به ۲ قسمت مساوی تقسیم کرده است.} \\ \text{ضلع مشترک } BC \\ \widehat{B} = \widehat{C} \text{ دو زاویه زیر دو ساق} \end{array} \right. \Rightarrow \widehat{BNC} = \widehat{BMC}$$

به حالت دو زاویه و ضلع بین $BM = NC$ طبق اجزای متناظر:

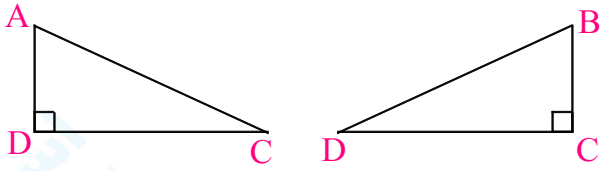




۹- چرا قطرهای مستطیل با هم برابر است؟

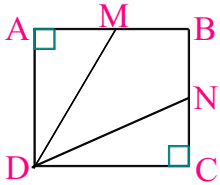
« پاسخ »

دو مثلث ADC و BDC را در نظر می‌گیریم.



$$\begin{cases} \overline{AD} = \overline{BC} \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \\ DC = DC \text{ ضلع مشترک} \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ز ض}) \Rightarrow \overline{AC} = \overline{DB}$$

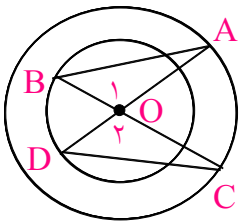
۱۰- در مربع ABCD نقطه‌ی M وسط ضلع AB و نقطه‌ی N وسط ضلع BC است دلیل هم‌نهشتی دو مثلث AMD و CND را بنویسید.



« پاسخ »

$$\begin{cases} \overline{AD} = \overline{CD} \text{ ضلع مربع} \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ AM = CN \text{ نصف ضلع مربع} \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ز ض}) \triangle AMD \cong \triangle DCN$$

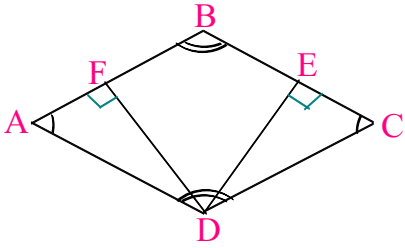
۱۱- در شکل مقابل نقطه‌ی O مرکز ۲ دایره است. چرا دو مثلث OAB و OCD هم‌نهشت‌اند؟



« پاسخ »

$$\begin{cases} OB = OD \text{ شعاع دایره ی کوچک} \\ OA = OC \text{ شعاع دایره ی بزرگ} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به راس} \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ز ض}) \triangle OAB \cong \triangle OCD$$

۱۲- ABCD یک لوزی است اجزای مساوی را مشخص کنید. آیا می توان گفت دو مثلث ADF و DCE هم نهشت اند؟ چرا؟



« پاسخ »

اضلاع لوزی $AB = BC = CD = AD$

$$\hat{B} = \hat{D}, \hat{A} = \hat{C}$$

ضلع لوزی $AD = DC$

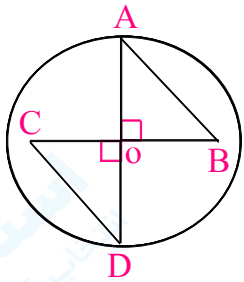
زاویه لوزی $\hat{A} = \hat{C}$

$$\hat{F} = \hat{E} = 90^\circ$$

با این اطلاعات نمی توانیم هم نهشتی را ثابت کنیم زیرا ضلع باید بین دو زاویه باشد.

۱۳- نقطه O مرکز دایره است. اجزای مساوی دو مثلث را مشخص کرده و حالت هم نهشتی را بیان کنید.

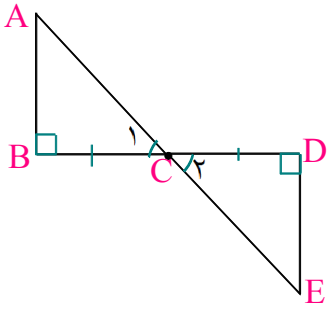
$$(\hat{A} = \hat{D} = 40^\circ)$$



« پاسخ »

$$\begin{cases} \hat{O} = \hat{O} = 90^\circ \\ OA = OD \text{ شعاع دایره} \\ \hat{A} = \hat{D} = 40^\circ \text{ فرض مسئله} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle AOB \cong \triangle OCD$$

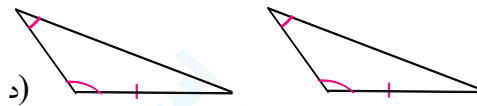
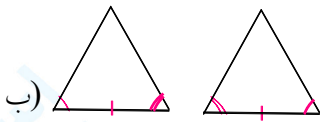
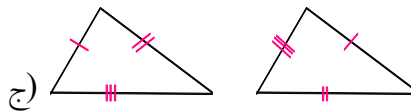
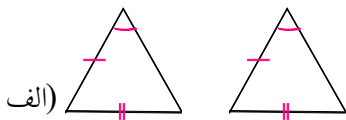
۱۴- در شکل مقابل دلیل هم‌نهشتی دو مثلث ABC و CDE را بنویسید.



« پاسخ »

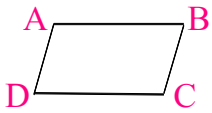
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \\ BC = CD \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ متقابل به راس} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle CDE \text{ (ضضز)}$$

۱۵- در کدام یک از قسمت‌های زیر اطلاعات داده شده برای تشخیص هم‌نهشتی دو مثلث درست است؟ حالت را بیان کنید و در صورت نادرست بودن علت را بیان کنید.



« پاسخ »

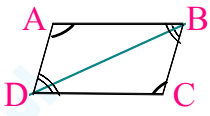
موارد (ب) و (ج) قابل قبول است زیرا حالت‌های هم‌نهشتی عبارت از (ضضض) - (ضضض) - (ضضز) اما در قسمت (الف) زاویه بین دو ضلع قرار نگرفته است و در قسمت (د) ضلع بین دو زاویه قرار ندارد.



۱۶- یکی از قطرهای متوازی الاضلاع را رسم کنید.

الف) دلیل تساوی ضلع‌های دو مثلث ایجاد شده را بنویسید.
ب) زاویه‌های مساوی را با علامت‌گذاری مشخص کنید.

« پاسخ »

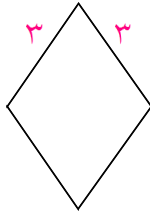


$$\begin{cases} DB = DB \text{ مشترک} \\ AB = DC \text{ ضلع های موازی} \\ AD = BC \text{ ضلع های موازی} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DCB \quad (\text{ض ض ض})$$

۱۷- دو چهار ضلعی رسم کنید که هر چهار ضلع ۳ سانتی متر باشد و نام آن‌ها را بنویسید. آیا این دو شکل هم‌نهشت‌اند؟

« پاسخ »

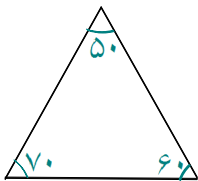
مربع و لوزی - خیر هم‌نهشت نیستند.



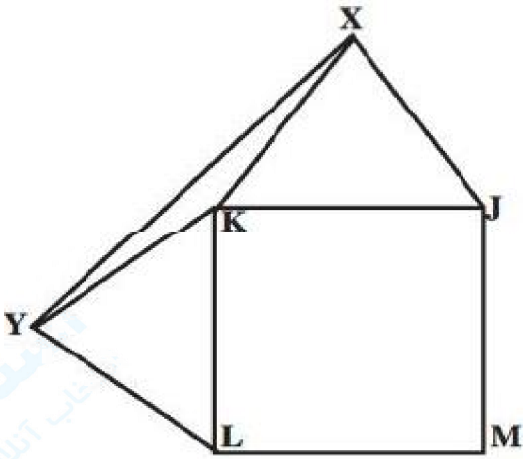
۱۸- مثلثی رسم کنید که زاویه‌های آن ۵۰ و ۶۰ و ۷۰ درجه باشد. آیا مثلث دیگری می‌توانید رسم کنید که زاویه‌های آن با زاویه‌های مثلث اول برابر باشد ولی با آن هم‌نهشت نباشد؟

« پاسخ »

بله زیرا اندازه‌ی ضلع‌ها معلوم نیست.



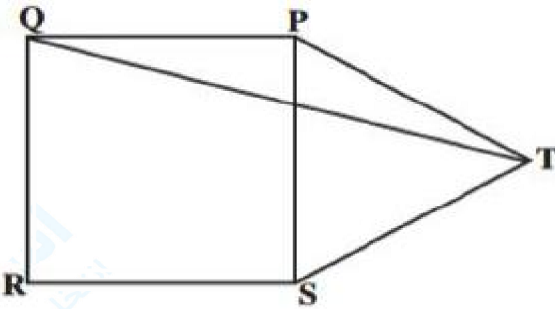
۱۹- JKLM یک مربع و مثلث‌های JXK و KYL هر دو متساوی الاضلاع هستند. نشان دهید مثلث KXY متساوی الساقین است.



« پاسخ »

JKLM مربع است، پس $KL = KS$ و با هم برابرند و چون دو مثلث XKJ و KYL متساوی الاضلاع اند و ضلع برابر دارند، مثلث KXY متساوی الساقین است با ساق‌های KX و KY .

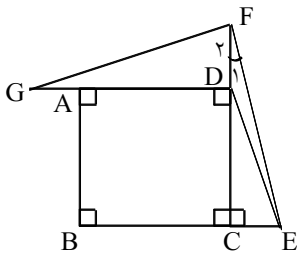
۲۰- PQRS یک مربع و PST یک مثلث متساوی الاضلاع است. نشان دهید مثلث PQT متساوی الساقین است؟



« پاسخ »

در مربع و مثلث متساوی الاضلاع، اضلاع با هم برابر هستند و چون مربع و مثلث متساوی الاضلاع، ضلع مشترک دارند. دو ضلع PQ و PT در مثلث PQT با هم برابرند، پس مثلث PQT متساوی الساقین است.

۲۱- چهارضلعی ABCD مربع و $CE = DF = AG$ می‌باشد. ثابت کنید دو مثلث CEF و GFD مساویند و $EF \perp FG$.



« پاسخ »

$$AD = CD \Rightarrow AD + GA = DC + DF \Rightarrow CF = GD$$

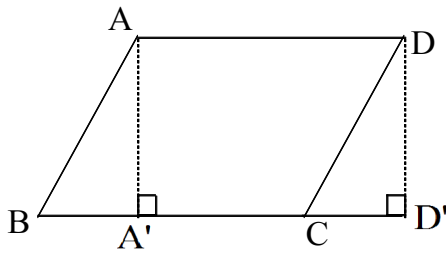
$$DG = CF$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \\ DF = CE \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{DGF} = \widehat{CEF} \Rightarrow \hat{G} = \hat{F}_1$$

$$DF = CE$$

$$\hat{F}_1 + \hat{F}_2 = \hat{G} + \hat{F}_2 = 180^\circ - \hat{D} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

۲۲- در شکل مقابل، ABCD متوازی‌الاضلاع است و $AA' \perp BC$ و $DD' \perp BC$. چرا دو مثلث ABA' و DCD' با هم مساوی‌اند؟



« پاسخ »

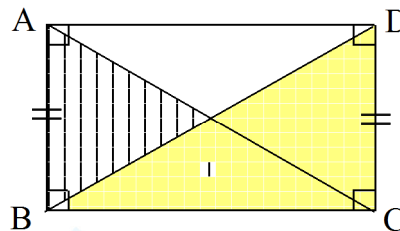
$$90^\circ = \hat{A}' = \hat{D}'$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \text{ و } BC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ AA' = DD' \text{ ارتفاع های متوازی الاضلاع} \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \widehat{ABA'} = \widehat{DCD'}$$

۲۳- آیا در هر مستطیل، قطرها با هم مساوی اند؟ برای پاسخ دادن به این سوال، مستطیل ABCD را در نظر بگیرید. و با تکمیل روابط زیر، دلیل تساوی دو مثلث ABC و BCD را بیان کنید. از تساوی آنها نتیجه بگیرید که $AC = BD$

$\left. \begin{array}{l} AB \text{ عرض مستطیل} \\ \hat{B} = \\ BC = \text{مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \Delta = BDC \Rightarrow$

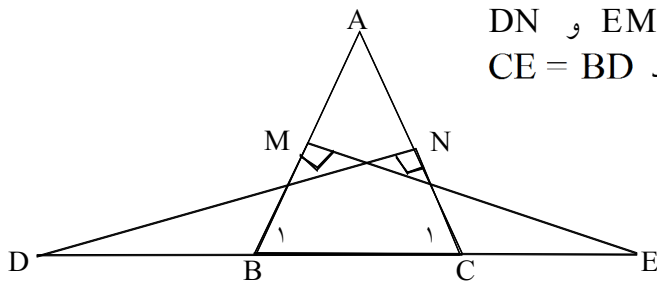


است.

« پاسخ »

$\left. \begin{array}{l} AB \text{ عرض مستطیل} \\ \hat{B} = \hat{C} = 90 \\ BC = \text{مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \hat{ABC} = BDC \Rightarrow AC = BD$

۲۴- در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین است و EM و DN عمود منصف های ساق های AB و AC می باشند. ثابت کنید $CE = BD$

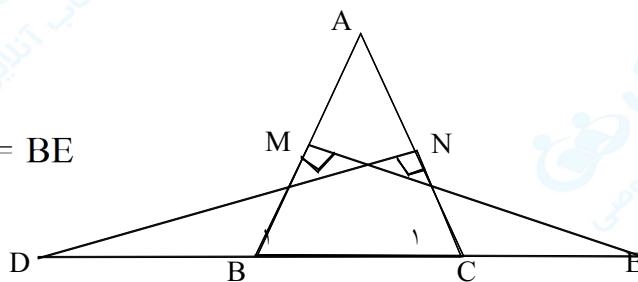


« پاسخ »

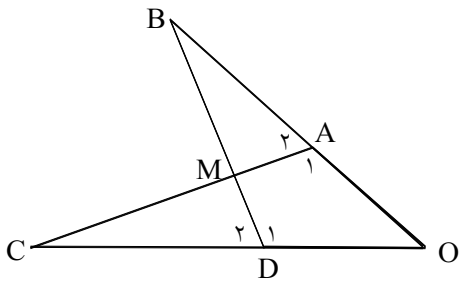
$$AB = AC \Rightarrow \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} \Rightarrow MB = NC$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \\ MB = NC \end{array} \right. \Rightarrow \text{ض ز ض} \Rightarrow \hat{MBE} = \hat{NCD} \Rightarrow CD = BE$$

$$\Rightarrow CD - BC = BE - BC \Rightarrow BD = CE$$



۲۵- در شکل زیر $OA = OD$ و $OB = OC$ ثابت کنید $MA = MD$



« پاسخ »

$$\begin{cases} OA = OD \\ \widehat{O} = \widehat{O} \\ OC = OB \end{cases} \Rightarrow \text{ض ز ض} \widehat{OAC} = \widehat{ODB} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{D}_1 \\ \widehat{B} = \widehat{C} \end{cases}$$

$$\widehat{A}_1 = \widehat{D}_1 \Rightarrow 180^\circ - \widehat{A}_1 = 180^\circ - \widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{D}_2$$

$$\begin{cases} \widehat{A}_2 = \widehat{D}_2 \\ AB = CD \\ \widehat{B} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow \text{ض ز ض} \widehat{MAB} = \widehat{MCD} \Rightarrow MA = MD$$

$$\begin{cases} OA = OD \\ OB = OC \end{cases} \Rightarrow AB = CD$$