

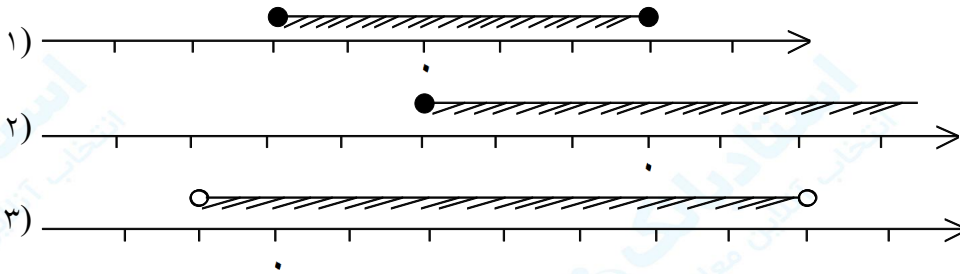
۱- داخل \circ علامت \in یا \notin ، \subseteq یا $\not\subseteq$ قرار دهید.

$$\begin{array}{llll} -\frac{7}{3} \circ Z & 4/1 \circ R & 1 - \pi \circ Q & \pi \circ Q' \\ -(-7) \circ N & -\sqrt{81} \circ Z & \sqrt{100} - \sqrt{16} \circ R & \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{32}} \circ Q \\ Q \circ R & Q' \circ Z & Q' \circ R & N \circ R \end{array}$$

« پاسخ »

$$\begin{array}{ll} -\frac{7}{3} \notin Z & 4/1 \in R \\ 1 - \pi \notin Q & \pi \in Q' \\ -(-7) \in N & -\sqrt{100} \in Z \\ \sqrt{100} - \sqrt{16} \in R & \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{32}} \in Q \left(\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{32}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \right) \\ Q \subseteq R & Q' \subseteq Z \\ Q' \subseteq R & N \subseteq R \end{array}$$

۲- مجموعه‌های زیر را با زبان نمادین نمایش دهید.



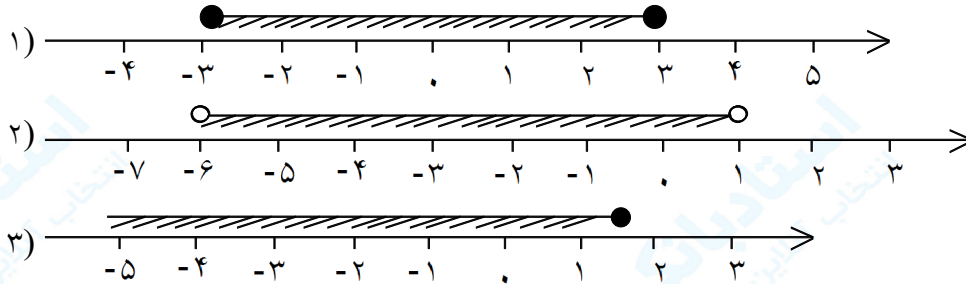
« پاسخ »

- ۱) $\{x | x \in R \quad -2 \leq x \leq 3\}$
- ۲) $\{x \in R \quad x \geq -3\}$
- ۳) $\{x \in R \quad -1 < x < 7\}$

۳- هریک از مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

- ۱) $\{x | x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$
- ۲) $\{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x < 1\}$
- ۳) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{3}{2}\right\}$

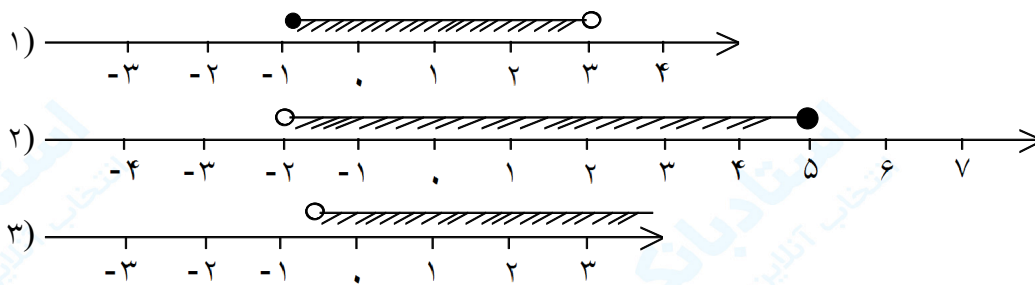
« پاسخ »



۴- هریک از مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

- ۱) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$
- ۲) $\{x | x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 5\}$
- ۳) $\left\{x | x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{2}\right\}$

« پاسخ »

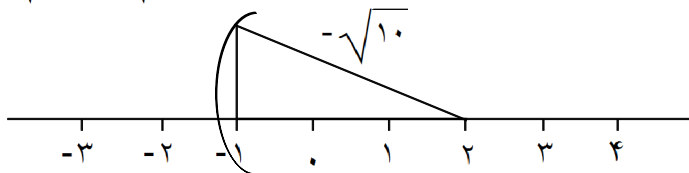


۵- عدد $\sqrt{10} - 2$ بین کدام ۲ عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ روی محور نمایش دهید.

« پاسخ »

بین -1 و -2 قرار دارد.

$$\sqrt{10} = \sqrt{9+1}$$

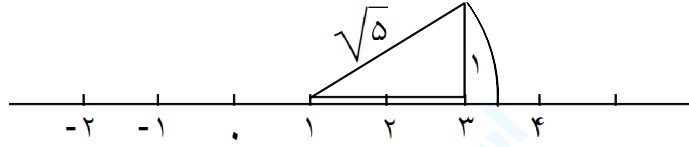


۶- عدد $\sqrt{5} + 1$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد، روی محور نمایش دهید.

« پاسخ »

بین ۳ و ۴

$$\sqrt{5} = \sqrt{4+1}$$



۷- بین هر جفت از اعداد داده شده ۵ عدد گنگ بنویسید.

(۱) ۲ و ۳

(۲) $\sqrt{70}$ و ۸

« پاسخ »

$$1) \quad 2 = \sqrt{4}, \quad 3 = \sqrt{9} \quad 2 < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{7} < \sqrt{8} < \sqrt{8/5} < 3$$

$$2) \quad 8 = \sqrt{64} \quad 8 < \sqrt{65} < \sqrt{66} < \sqrt{67} < \sqrt{68} < \sqrt{69} < \sqrt{70}$$

۸- شماره عبارت‌های ستون سمت راست را در دایره عبارت مناسب آن در ستون چپ بنویسید.

Q	○	R - Q	-۱
Q'	○	Z ∩ N	-۲
W	○	Q' ∩ N	-۳
R	○	R ∩ W	-۴
∅	○	Q ∩ Z	-۵
N	○	Q ∪ Q'	-۶
Z	○	(∅ ∩ Q') ∪ Q	-۷

« پاسخ »

Q	Ⓡ	R - Q	-۱
Q'	Ⓛ	Z ∩ N	-۲
W	Ⓧ	Q' ∩ N	-۳
R	Ⓨ	R ∩ W	-۴
∅	Ⓩ	Q ∩ Z	-۵
N	Ⓩ	Q ∪ Q'	-۶
Z	Ⓟ	(∅ ∩ Q') ∪ Q	-۷

۹- اعداد گنگ را با علامت × مشخص کنید.

$-\sqrt{5} + 5$	$\frac{\pi}{3/14}$	$\frac{3}{14}$	$\sqrt{3 \times 12}$
$2 - \sqrt{2}$	$\sqrt{5} - \frac{5}{\sqrt{5}}$	$2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{\pi} + \pi$

« پاسخ »

$$-\sqrt{5} + 5 \times \frac{\pi}{3/14} = 1$$

$$\frac{\pi}{3/14} = 1$$

$$\sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$$

$$2 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{5}}{1} - \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5-5}{\sqrt{5}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0$$

$$2 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4 - \sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\pi} + \pi \times$$

نکته: عدد $3/14$ گویا است ولی ما عدد π را تقریباً $3/14$ در نظر می‌گیریم و π گنگ است.

۱۰- جدول زیر را با نماد \in کامل کنید در صورت عدم عضویت آن با نماد \times مشخص کنید.

مجموعه اعداد	$\frac{21}{7}$	$-\frac{8}{2}$	$-\frac{30}{25}$	$-7 - [-7]$	$\sqrt{49}$	$-\sqrt{64}$	$\sqrt{20}$	π	$\frac{-30}{-10}$
N طبیعی									
W حسابی									
Z صحیح									
Q گویا									
Q' گدگ									
R حقیقی									

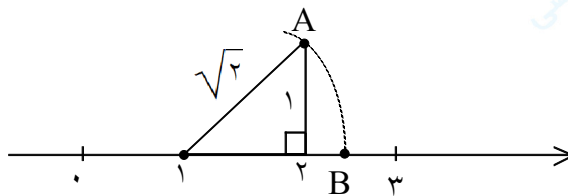
« پاسخ »

مجموعه اعداد	$\frac{21}{7}$	$-\frac{8}{2}$	$-\frac{30}{25}$	$-7 - [-7]$	$\sqrt{49}$	$-\sqrt{64}$	$\sqrt{20}$	π	$\frac{-30}{-10}$
N طبیعی	\in	\times	\times	\times	\in	\times	\times	\times	\in
W حسابی	\in	\times	\times	\in	\in	\times	\times	\times	\in
Z صحیح	\in	\in	\times	\in	\in	\in	\times	\times	\in
Q گویا	\in	\in	\in	\in	\in	\in	\times	\times	\in
Q' گدگ	\times	\times	\times	\times	\times	\times	\in	\in	\times
R حقیقی	\in	\in	\in	\in	\in	\in	\in	\in	\in

۱۱- با استفاده از خطکش و پرگار، نقطه‌ی نظیر $1 + \sqrt{2}$ را روی محور مشخص کنید.

« پاسخ »

ابتدا طبق شکل مثلث قائم‌الزاویه را طوری رسم می‌کنیم که فاصله‌ی نقطه‌ی A تا محور برابر با ۱ واحد باشد. در این صورت اندازه‌ی وتر برابر است با:



$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

سپس به مرکز نقطه‌ی ۱ و شعاع $\sqrt{2}$ کمانی می‌زنیم تا محور اعداد را در نقطه‌ی B قطع کند نقطه‌ی B نظیر عدد $1 + \sqrt{2}$ می‌باشد.

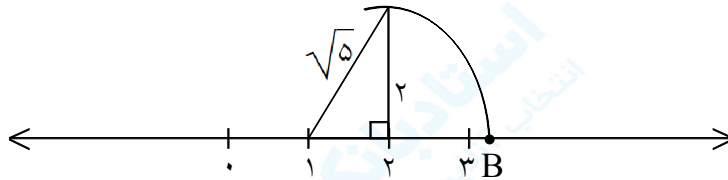
۱۲- با استفاده از خطکش و پرگار، عدد $1 + \sqrt{5}$ را روی محور نمایش دهید.

« پاسخ »

طبق شکل مثلث قائم الزاویه‌ای رسم می‌کنیم که اضلاع آن ۱ و ۲ واحد باشند. در این صورت وتر این مثلث برابر است

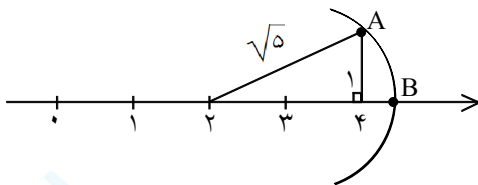
$$\text{با } \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

حال به مرکز نقطه‌ی ۱ و شعاع $\sqrt{5}$ کمانی می‌زنیم تا محور را در نقطه‌ی B قطع کند. نقطه‌ی B نظیر عدد $1 + \sqrt{5}$ می‌باشد.



۱۳- با استفاده از خطکش و پرگار، عدد $2 + \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نمایش دهید. (مراحل رسم خود را توضیح دهید)

« پاسخ »



مثلث قائم‌الزاویه را طوری بنا می‌کنیم که اضلاع آن ۱ و ۲ واحد باشد. بنابراین اندازه‌ی وتر برابر است با:

$$\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

پس به مرکز نقطه‌ی ۲ روی محور و شعاع $\sqrt{5}$ کمانی می‌زنیم تا محور را در نقطه‌ی B قطع کند. نقطه‌ی B متناظر با عدد $2 + \sqrt{5}$ می‌باشد.

۱۴- آیا تفاضل هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است؟ اگر پاسخ منفی است، مثالی بزنید.

« پاسخ »

عدد گویا $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

عدد گویا $(1 + \sqrt{3}) - (\sqrt{3}) = 1$

خیر.

۱۵- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
اعداد گنگ و اعداد گویا را با هم، اعداد حقیقی می گویند.

« پاسخ »

درست

۱۶- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

« پاسخ »

نادرست. مثال نقض: عددهای $\sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ ، هر دو گنگ هستند اما مجموع آنها عددی گویا است.

$$(1 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1 \in \mathbb{Q}$$

۱۷- اگر $A_n = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{-1}{n} < x < \frac{1}{n} \right\}$ طرف دوم تساوی‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$

ب) $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$

« پاسخ »

ابتدا چند مجموعه را به عنوان نمونه با اعضا و روی محور اعداد نمایش می دهیم.

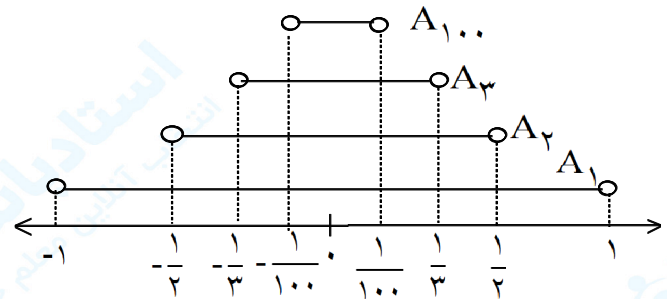
$$A_1 = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{-1}{1} < x < \frac{1}{1} \right\}$$

$$A_2 = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{-1}{2} < x < \frac{1}{2} \right\}$$

$$A_3 = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{-1}{3} < x < \frac{1}{3} \right\}$$

⋮

$$A_{100} = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{-1}{100} < x < \frac{1}{100} \right\}$$



$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_{100} = A_1$$

با توجه به شکل

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_{100} = A_{100}$$

با توجه به شکل

۱۸- گویا یا اصم بودن اعداد π ، $\sqrt[3]{2}$ ، $\frac{\sqrt{9}}{5}$ و $\sqrt{8}$ را مشخص کنید.

« پاسخ »

(۱) اعداد اعشاری با رقم‌های اعشار محدود، همواره قابل تبدیل به کسر بوده و در نتیجه، گویا می‌باشند.
(۲) اعداد اعشاری با رقم‌های اعشار نامحدود که آخرین رقم یا ارقام اعشار آن‌ها به صورت متناوب تکرار شود، همواره قابل تبدیل به کسر بوده و در نتیجه گویا می‌باشند.

طبق نکته ۲ گویا است: $\sqrt[3]{2}$ اصم است: $\pi = 3/14159265 \dots$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

اصم است: $\frac{\sqrt{9}}{5} = \frac{3}{5}$ گویا است:

$2/9$

۱۹- گویا یا اصم بودن عدد مقابل را تعیین کنید.

« پاسخ »

$2/9 \in Q$ عدد $2/9$ را می‌توان به صورت $\frac{29}{10}$ که یک عدد گویا است نوشت.

$3/1322334453 \dots$

۲۰- گویا یا اصم بودن عدد مقابل را تعیین کنید.

« پاسخ »

$3/1322334453 \dots \notin Q$ این عدد را نمی‌توان به صورت یک عدد اعشاری متناوب نوشت بنابراین گویا نیست و اصم است.

$\frac{-5}{6}$

۲۱- گویا یا اصم بودن عدد مقابل را تعیین کنید.

« پاسخ »

$\frac{-5}{6} \in Q$ توضیح: هر عدد یا کسر به صورت $\frac{a}{b}$ یک عدد گویا است. ($a, b \in Z, b \neq 0$)

π

۲۲- گویا یا اصم بودن عدد مقابل را تعیین کنید.

« پاسخ »

$\pi \notin Q$ عدد π گنگ است زیرا نمی‌توان آن را به صورت یک عدد اعشاری متناوب نوشت.

$$\pi = 3/141592653589793 \dots \in Q'$$

۰/۴۳۴۳...

گویا است $0.\overline{43} \in \mathbb{Q}$ $0/4343... = 0.\overline{43} \in \mathbb{Q}$

۲۳- گویا یا اصم بودن عدد مقابل را تعیین کنید.

« پاسخ »

توضیح: هر عدد اعشاری متناوب یک عدد گویا است.