

۱- حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید:

$$\frac{\sqrt[3]{198} \times \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{11}}$$

$$\sqrt[3]{-27^4} =$$

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt[3]{198} \times \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{11}} = \sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{216} = 6$$

$$\sqrt[3]{-27^4} = \sqrt{(-3^3)^4} = -3^4$$

۲- عدد $\sqrt{101} - 10$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار گرفته است؟

« پاسخ »

$$\sqrt{100} < \sqrt{101} < \sqrt{121}$$

$$10 - 10 > 10 - \sqrt{101} > 10 - 11$$

$$0 > 10 - \sqrt{101} > -1$$

بین -۱ و صفر

۳- مخرج کسر را گویا کنید.

« پاسخ »

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2a^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2a^2}} \times \frac{\sqrt[3]{4a} \sqrt[3]{4a}}{\sqrt[3]{4a} \sqrt[3]{4a}} = \frac{\sqrt[3]{4a} \sqrt[3]{4a}}{2a} \quad (0/5)$$

۴- اگر مساحت جانبی یک مکعب مربع ۱۰۰ باشد حجم آن چه قدر است؟

« پاسخ »

$$S = 4a^2 \Rightarrow 100 = 4a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{100}{4} = 25$$

$$a = 5$$

$$V = a^3 = 5^3 = 125$$

مساحت جانبی مکعب یعنی مساحت تمام مربع‌های دورتادور مکعب به جز دو قاعده.

۵- حاصل را به دست آورید.

$$۱) \sqrt[3]{-2000} =$$

$$۲) \sqrt{75} =$$

$$۳) \sqrt{0.0045} =$$

« پاسخ »

$$۱) \sqrt[3]{-2000} = \sqrt[3]{-1 \times 1000 \times 2} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{1000} \times \sqrt[3]{2} = -1 \times 10 \times \sqrt[3]{2} = -10\sqrt[3]{2}$$

$$۲) \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$۳) \sqrt{0.0045} = \sqrt{0.0001 \times 9 \times 5} = \sqrt{0.0001} \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 0.01 \times 3 \times \sqrt{5} = 0.03\sqrt{5}$$

۶- حاصل را به دست آورید.

$$۱) \sqrt{2 + \frac{1}{9} + \frac{5}{36}} =$$

$$۲) \sqrt{3 - \frac{10}{49} + \frac{1}{7}} =$$

« پاسخ »

$$۱) \sqrt{2 + \frac{1}{9} + \frac{5}{36}} = \sqrt{\frac{72 + 4 + 5}{36}} = \sqrt{\frac{81}{36}} = \frac{9}{6}$$

$$۲) \sqrt{3 - \frac{10}{49} + \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{147 - 10 + 7}{49}} = \sqrt{\frac{144}{49}} = \frac{12}{7}$$

۷- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$۱) \frac{\sqrt[3]{-۱۲۵}}{\sqrt{۴}} =$$

$$۲) \frac{\sqrt[3]{۷۲}}{\sqrt[3]{(-۹)}} =$$

« پاسخ »

$$۱) \frac{\sqrt[3]{-۱۲۵}}{\sqrt{۴}} = \frac{-۵}{۲}$$

$$۲) \frac{\sqrt[3]{۷۲}}{\sqrt[3]{(-۹)}} = \sqrt[3]{\frac{۷۲}{-۹}} = \sqrt[3]{-۸} = -۲$$

۸- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$۱) \sqrt{۱۸} \times \sqrt{۸} =$$

$$۲) -\sqrt{۱۲} \times \sqrt{۳} =$$

« پاسخ »

$$۱) \sqrt{۱۸} \times \sqrt{۸} = \sqrt{۸ \times ۱۸} = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲$$

$$۲) -\sqrt{۱۲} \times \sqrt{۳} = -\sqrt{۱۲ \times ۳} = -\sqrt{۳۶} = -۶$$

۹- جدول زیر را کامل کرده و بنویسید چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

a	$\sqrt[3]{a}$	b	$\sqrt[3]{b}$	ab	$\sqrt[3]{ab}$	
$\frac{1}{27}$		۸				
۱۲۵		$-\frac{1}{125}$				
-۶۴		-۱				

« پاسخ »

a	$\sqrt[3]{a}$	b	$\sqrt[3]{b}$	ab	$\sqrt[3]{ab}$	
$\frac{1}{27}$		۸	$\sqrt[3]{8} = 2$			
۱۲۵		$-\frac{1}{125}$				
-۶۴		-۱		$-64[-1] = +64$		$-4 \times [-1] = +4$

نکته: فرجه ۳ باشد دیگر کار جذر صورت نمی‌گیرد بلکه ریشه سوم است. ریشه سوم حاصل ضرب دو عدد برابر است با حاصل ضرب ریشه سوم هر عدد.

۱۰- در هر بخش، با توجه به مثبت و منفی بودن X و y، حاصل را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$1) \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$2) \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

« پاسخ »

$$1) \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \rightarrow |x| - |y| \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \rightarrow -x - (-y) = -x + y$$

$$2) \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \rightarrow |x| - |y| \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \rightarrow x - y$$

۱۱- حاصل را با استفاده از مفهوم قدر مطلق به دست آورید.

$$۱) \sqrt{(۳-۷)^2}$$

$$۲) \sqrt{(۳\sqrt{۵}-۶)^2}$$

$$۳) \sqrt{(۳-\sqrt{۸})^2}$$

$$۴) \sqrt{(۲\sqrt{۱۰}-۸)^2}$$

« پاسخ »

$$۱) \sqrt{\frac{(۳-۷)^2}{-۴}} = \sqrt{\frac{(-۴)^2}{+۱۶}} = +۴$$

$$۲) \sqrt{(۳\sqrt{۵}-۶)^2} = \left| \underbrace{۳\sqrt{۵}-۶}_{\text{حاصل مثبت}} \right| = ۳\sqrt{۵}-۶$$

$$۳) \sqrt{(۳-\sqrt{۸})^2} = \left| \underbrace{۳-\sqrt{۸}}_{\text{حاصل مثبت}} \right| = ۳-\sqrt{۸}$$

$$۴) \sqrt{(۲\sqrt{۱۰}-۸)^2} = \left| \underbrace{۲\sqrt{۱۰}-۸}_{\text{حاصل منفی}} \right| = -(۲\sqrt{۱۰}-۸) = -۲\sqrt{۱۰}+۸ = ۸-۲\sqrt{۱۰}$$

۱۲- داخل مربع علامت مناسب $\langle = \rangle$ قرار دهید.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{125}} \square \sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$\sqrt{(-4)^2} \square \sqrt[3]{(-10)^3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{0.008}{64}} \square \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{(-3)^2} \square \sqrt{\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2}$$

« پاسخ »

$$\sqrt[3]{\frac{27}{125}} \equiv \sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$\sqrt{(-4)^2} \square \sqrt[3]{(-10)^3}$$

$$4 \square -10$$

$$\frac{-2}{40} = -\frac{1}{20} \Rightarrow \frac{-\frac{2}{40}}{-\frac{1}{20}} = \frac{-\frac{2}{40} \times 20}{-\frac{1}{20} \times 20} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$\sqrt[3]{\frac{-0.008}{64}} \square \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{(-3)^2} \square \sqrt{\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2}$$

$$3 \square \frac{2}{3}$$

۱۳- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$1) -\sqrt{25} - \sqrt[3]{216} =$$

$$2) -4\sqrt{100} + 100\sqrt{0.04} =$$

$$3) -5\sqrt[3]{64} - 4\sqrt[3]{8} =$$

« پاسخ »

$$1) -\sqrt{25} - \sqrt[3]{216} = -\sqrt{5^2} - \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = -5 - 2 \times 3 = -11$$

$$2) -4\sqrt{100} + 100\sqrt{0.04} = -4(10) + 100(0.2) = -40 + 20 = -20$$

$$3) -5\sqrt[3]{64} - 4\sqrt[3]{8} = -5\sqrt[3]{4^3} - 4\sqrt[3]{2^3} = -5(4) - 4(2) = -20 - 8 = -28$$

۱۴- حاصل هریک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$۱) \sqrt[3]{-۸} =$$

$$۲) = \sqrt[3]{-۰/۰۰۱} =$$

$$۳) = \sqrt[3]{\frac{۱}{۱۲۵}} =$$

« پاسخ »

$$۱) = \sqrt[3]{-۸} = \sqrt[3]{-۲^۳} = -۲$$

$$۲) = \sqrt[3]{-۰/۰۰۱} = \sqrt[3]{-۰/۱^۳} = -۰/۱$$

$$۳) = \sqrt[3]{\frac{۱}{۱۲۵}} = \sqrt[3]{\frac{۱}{۵^۳}} = \frac{۱}{۵}$$

۱۵- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$۱) \sqrt{۸۱} =$$

$$۲) -\sqrt{۶۴} =$$

$$۳) -\sqrt{۲/۲۵} =$$

« پاسخ »

$$۱) \sqrt{۸۱} = ۹$$

$$۲) -\sqrt{۶۴} = -۸$$

$$۳) -\sqrt{۲/۲۵} = -۱/۵$$

۱۶- عبارت $\sqrt{۸} - \sqrt{۲۷} + \sqrt{۵۰} + \sqrt{۳۰۰}$ را ساده کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \sqrt{۸} - \sqrt{۲۷} + \sqrt{۵۰} + \sqrt{۳۰۰} &= \sqrt{۴} \times \sqrt{۲} - \sqrt{۹} \times \sqrt{۳} + \sqrt{۲۵} \times \sqrt{۲} + \sqrt{۱۰۰} \times \sqrt{۳} \\ &= ۲\sqrt{۲} - ۳\sqrt{۳} + ۵\sqrt{۲} + ۱۰\sqrt{۳} = (۲+۵)\sqrt{۲} + (-۳+۱۰)\sqrt{۳} = ۷\sqrt{۲} + ۷\sqrt{۳} \end{aligned}$$

$$\frac{-۳\sqrt{۵} \times (-۲\sqrt{۲۰})}{۱۵}$$

۱۷- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\frac{-۳ \times (-۲) \times \sqrt{۵ \times ۲۰}}{۱۵} = \frac{۳ \times ۲ \times ۱۰}{۱۵} = ۴$$

$$\sqrt{\frac{4}{5}}$$

۱۸- مخرج کسر مقابل را گویا کنید و حاصل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{25}{\sqrt[3]{25^2}}$$

۱۹- مخرج کسر مقابل را گویا کنید و حاصل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$= \frac{25}{\sqrt[3]{(5^2)^2}} = \frac{25}{\sqrt[3]{5^4}} = \frac{25}{5\sqrt[3]{5}} = \frac{5}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{5\sqrt[3]{5^2}}{5} = \sqrt[3]{25}$$

$$\sqrt[3]{\frac{81a^5}{125c^6}}$$

۲۰- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$= \sqrt[3]{\frac{3^4 \cdot a^3 \cdot a^2}{5^3 \times (c^2)^3}} = \frac{3a}{5c^2} \sqrt[3]{3a^2}$$

$$-5\sqrt{6} \times (-2\sqrt{18})$$

۲۱- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$= +(5 \times 2)\sqrt{6 \times 18} = 10\sqrt{2 \times 3 \times 3^2 \times 2} = 10\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3} \\ = 10 \times 2 \times 3 \times \sqrt{3} = 60\sqrt{3}$$

$$\sqrt{24a^3b^5} \times \sqrt{\frac{3a}{b^3}} \quad (a, b) > 0$$

۲۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \sqrt{24a^3b^5} \times \sqrt{\frac{3a}{b^3}} &= \sqrt{24 \times 3 \times a^{3+1} \times b^{5-3}} \\ &= \sqrt{2^2 \times 2 \times 3^2 \times a^4 \times b^2} = 2 \times 3 \times a^2 \times b \times \sqrt{2} = 6a^2b\sqrt{2} \end{aligned}$$

۲۳- عبارت رادیکالی زیر را ساده کنید.

$$(\sqrt{5})(2\sqrt{5}-3)$$

« پاسخ »

$$(\sqrt{5})(2\sqrt{5}-3) = 10 - 3\sqrt{5}$$

۲۴- عبارت رادیکالی زیر را ساده کنید.

$$\frac{\sqrt{8x^3y^2}}{\sqrt{2x}} \quad (x, y > 0)$$

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{8x^3y^2}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{8x^3y^2}{2x}} = \sqrt{4x^2y^2} = 2xy$$

۲۵- هرگاه $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ و $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$ ثابت کنید:

الف) $ab = 1$ ب) $(a + 1)^{-1} + (b + 1)^{-1} = 1$

« پاسخ »

الف) $ab = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{4 - 3} = 1$

ب) $(a + 1)^{-1} + (b + 1)^{-1} = \left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + 1\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + 1\right)^{-1} = \left(\frac{1 + 2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}\right)^{-1} + \left(\frac{1 + 2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}\right)^{-1}$
 $= \frac{2 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}$
 $= \frac{6 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3 + 6 + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3}{9 - 3} = \frac{6}{6} = 1$

۲۶- ضرب رادیکالی زیر را انجام دهید.

$$\sqrt{31} \times \sqrt{6 - \sqrt{5}} \times \sqrt{3 + \sqrt{3 - \sqrt{5}}} \times \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}$$

« پاسخ »

$$\sqrt{31} \times \sqrt{6 - \sqrt{5}} \times \sqrt{3^2 - (\sqrt{3 - \sqrt{5}})^2} = \sqrt{31} \times \sqrt{6 - \sqrt{5}} \times \sqrt{9 - 3 + \sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{31} \times \sqrt{6 - \sqrt{5}} \times \sqrt{6 + \sqrt{5}} = \sqrt{31} \times \sqrt{6^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{31} \times \sqrt{36 - 5}$$

$$= \sqrt{31} \times \sqrt{31} = 31$$

$$\sqrt{75q^{11}}$$

۲۷- ساده کنید:

« پاسخ »

$$\sqrt{75q^{11}} = \sqrt{5^2 \times 3 \times (q^5)^2 \times q} = 5q^5 \sqrt{3q}; (q \geq 0)$$

۲۸- عبارت مقابل را ساده کنید:

$$(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 &= (5\sqrt{2})^2 - 2(5\sqrt{2})(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2 \\ &= 50 - 20\sqrt{6} + 12 = 62 - 20\sqrt{6} \end{aligned}$$

۲۹- عبارت مقابل را ساده کنید:

$$\frac{3 + 2\sqrt{5}}{2} \times \frac{3 - 2\sqrt{5}}{2}$$

« پاسخ »

$$\frac{3 + 2\sqrt{5}}{2} \times \frac{3 - 2\sqrt{5}}{2} = \frac{(3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5})}{2 \times 2} = \frac{9 - 4 \times 5}{4} = \frac{-11}{4}$$

۳۰- عبارت مقابل را ساده کنید:

$$(2\sqrt{7} - 5)(2\sqrt{7} + 5)$$

« پاسخ »

$$(2\sqrt{7} - 5)(2\sqrt{7} + 5) = (2\sqrt{7})^2 - 5^2 = 28 - 25 = 3$$

۳۱- عبارت مقابل را ساده کنید:

$$(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) &= 3\sqrt{2}(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 2\sqrt{3}(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= 15 \times 2 - 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} + 10\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 2 \times 3 = 30 - 6 - 3\sqrt{6} + 10\sqrt{6} = 24 + 7\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{x^2 y}}{\sqrt{xy^2}}$$

۳۲- ساده کنید (متغیرها مثبت فرض شده است):

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{x^2 y}}{\sqrt{xy^2}} = \sqrt{\frac{x^2 y}{xy^2}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$\frac{\sqrt{b^3 d^4}}{\sqrt{bd}}$$

۳۳- ساده کنید (متغیرها مثبت فرض شده است):

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{b^3 d^4}}{\sqrt{bd}} = \sqrt{\frac{b^3 d^4}{bd}} = \sqrt{(bd)^2 \cdot d} = bd\sqrt{d}$$

$$\frac{\sqrt{ax}}{\sqrt{a}}$$

۳۴- ساده کنید (متغیرها مثبت فرض شده است):

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{ax}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{x}}{\sqrt{a}} = \sqrt{x}$$

$$\sqrt{\frac{21}{27d^3}}$$

۳۵- ساده کنید (متغیرها مثبت فرض شده است):

« پاسخ »

$$\sqrt{\frac{21}{27d^3}} = \sqrt{\frac{7}{9d^2 \times d}} = \frac{\sqrt{7}}{3d\sqrt{d}} \times \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{d}} = \frac{\sqrt{7d}}{3d^2}$$

۳۶- ساده کنید (متغیرها مثبت فرض شده است):

$$\frac{4}{\sqrt{a}}$$

« پاسخ »

$$\frac{4}{\sqrt{a}} = \frac{4}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{4\sqrt{a}}{a}$$

۳۷- مخرج کسر مقابل را گویا کنید:

$$\sqrt{\frac{1}{x^3}} \quad (x > 0)$$

« پاسخ »

$$\sqrt{\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 \cdot x}} = \frac{1}{x\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x \cdot x} = \frac{\sqrt{x}}{x^2}$$

۳۸- مخرج کسر مقابل را گویا کنید:

$$\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$$

« پاسخ »

$$\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{18}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3^2 \times 2}} = \frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{3 \times 2} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

۳۹- مخرج کسر مقابل را گویا کنید:

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{5}$$

۴۰- ساده کنید: $\sqrt{98}$

« پاسخ »

$$\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = \sqrt{7^2} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

۴۱- ساده کنید: $\sqrt[3]{-(x-y)^6}$

« پاسخ »

$$\sqrt[3]{-(x-y)^6} = \sqrt[3]{-(x-y)^2 \times 3} = -(x-y)^2$$