

درسنامه و نکات کلیدی

فصل هفتم

پایه هشتم

ناحیه یک زاهدان

(توان و جذر)

مسعود زیرکاری

ضرب اعداد توان دار : الف) اگر پایه ها برابر باشند : یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{10}$$

مانند :

ب) اگر توان ها برابر باشند : یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$12^7 \times 3^7 = 36^7$$

مانند :

تقسیم اعداد توان دار : الف) اگر پایه ها برابر باشند : یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{9^5}{9^3} = 9^2$$

مانند :

ب) اگر توان ها برابر باشند : یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$20^8 \div 4^8 = 5^8$$

مانند :

نکته : اگر در ضرب و تقسیم اعداد توان دار پایه ها و توان ها برابر نباشند از تجزیه استفاده می کنیم.

$$4^8 \times 2^3 = (2^2)^8 \times 2^3 = 2^{16} \times 2^3 = 2^{19}$$

تجزیه

$$9^2 \div 27 = (3^2)^2 \div 3^3 = 3^4 \div 3^3 = 3$$

تجزیه

مانند :

نکته : اگر اعداد توان دار مثل هم باشند و بین آن ها علامت جمع باشد آن عبارت را تبدیل به ضرب می کنیم.

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$9^5 + 9^5 + 9^5 = 3 \times 9^5 = 3 \times (3^2)^5 = 3^{10}$$

تجزیه

مانند :

نکته : عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به تعداد توان ضرب نمی شود.

$$(-4)^2 = -4 \times -4 = 16$$

$$-4^2 = -(4 \times 4) = -16$$

مانند :

نکته : عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

$$(-3)^4 = 81$$

توان زوج

$$(-3)^3 = -27$$

توان فرد

مانند :

نکته : اگر عدد توان دار داخل پرانتز باشد و توان دیگر داشته باشد پایه را نوشته و توان ها را در هم ضرب می شود.

$$(3^2)^2 = 3^4$$

$$((2^2)^3)^4 = 2^{24}$$

مانند :

نکته : اگر عدد توان دار بدون پرانتز باشد و توان دیگر داشته باشد پایه را نوشته و عبارت بالا را جواب می دهیم.

$$2^{3^2} = 2^9$$

$3^2 = 9$

مانند :

@riaziat789

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$\underline{4^7 \times 2^3} \times \underline{(\cdot/5)^7} = 2^7 \times 2^3 = 2^{10}$$

$$\underline{3^4 \times 3^2} \div \underline{27} = 3^6 \div 3^3 = 3^3$$

تجزیه

$$\frac{206}{5^2 \times 4^6} = \frac{5^6}{5^2} = 5^4$$

$$\frac{4^7 \times 3^1}{3^3 \times 4^2} = \frac{4^7}{4^2} \times \frac{3^1}{3^3} = 4^5 \times 3^5 = 125$$

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$$

مثال: اگر $3^a = 5$ باشد حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$27^a = (3^3)^a = (3^a)^3 = 5^3 = 125$$

$$3^{a-2} = 3^a \div 3^2 = 5 \div 27 = \frac{5}{27}$$

$$9^2 a = (3^2)^2 a = (3^a)^4 = 5^4 = 625$$

نکته: برای مقایسه اعداد توان باید پایه یا توان اعداد را برابر کنیم.

مثال: اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$4 \text{ و } 2^{3^2} \text{ و } 2^3 \text{ و } 8^4 \text{ و } (2^3)^2 \Rightarrow 2^2 \text{ و } 2^9 \text{ و } 2^3 \text{ و } 2^{12} \text{ و } 2^6 \Rightarrow 2^2 < 2^3 < 2^6 < 2^9 < 2^{12} \Rightarrow 4 < 2^3 < (2^3)^2 < 2^{3^2} < 8^4$$

جذر یا ریشه دوم اعداد: در تساوی $[3^2 = 9 \text{ و } (-3)^2 = 9]$ عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و -۳ می گویند. و اعداد ۳ و -۳

ریشه های دوم ۹ می گویند.

نکته: هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

مانند: ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با: ۶ و -۶

نکته: در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال ($\sqrt{\quad}$) نشان می دهند.

نکته: اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی: منفی نمی شود.

نکته: جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

مثال: جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{\cdot/25} = \cdot/5$$

$$\sqrt{\frac{49 \times 25}{100}} = \frac{7 \times 5}{10} = \frac{7}{2}$$

@riaziat789

پایه هشتم

ناحیه یک زاهدان

فصل هفتم

(توان و جذر)

جذر تقریبی اعداد: برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

@riaziat789

(۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

(۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

(۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

(۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

نکته: برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

مثال: مشخص عدد $\sqrt{32}$ و $\sqrt{83}$ بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$\sqrt{25} < \sqrt{32} < \sqrt{36}$ (بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است)
 $\sqrt{81} < \sqrt{83} < \sqrt{100}$ (بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است)

مثال: جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱
عدد وسط
 $\sqrt{36} < \sqrt{47} < \sqrt{49}$

مرحله ۲
مجذور عدد وسط
 $(6/5)^2 = 42/25$

مرحله ۳
 $42/25 < 47$

چون مجذور عدد وسط کمتر از عدد شده مجذور

۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجذور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$\sqrt{47} \approx 6/9$

مثال: جذر تقریب عدد ۱۲۷ را به دست آورید.

مرحله ۱
عدد وسط
 $\sqrt{121} < \sqrt{127} < \sqrt{144}$

مرحله ۲
مجذور عدد وسط
 $(11/5)^2 = 132/25$

مرحله ۳
 $132/25 > 127$

چون مجذور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجذور

۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

عدد	۱۱/۱	۱۱/۲	۱۱/۳	۱۱/۴
مجذور عدد	۱۲۳/۲۱	۱۲۵/۴۴	۱۲۷/۶۹	۱۲۹/۹۶

$$\sqrt{127} \approx 11/3$$

نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد: برای نمایش این اعداد چهار مورد زیر را باید مشخص کنیم:

- (۱) مبدأ حرکت (عدد کنار رادیکال) (۲) تعداد حرکت (۳) جهت حرکت (علامت کنار رادیکال) (۴) تعداد مثلث

مثال: اعداد $\sqrt{17}$ و $1 - \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

تعداد حرکت $\sqrt{17} \approx 4$ →

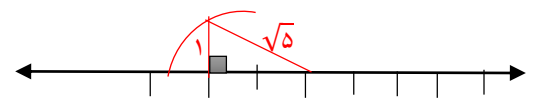
-۱۶

تعداد حرکت $\sqrt{5} \approx 2$ →

-۴

تعداد مثلث ۱ →

تعداد مثلث ۱ →



خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها: در ضرب و تقسیم رادیکال ها می توان رادیکال را جدا از هم نوشت.

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{900} = \sqrt{9 \times 100} = \sqrt{9} \times \sqrt{100} = 30$$

$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

نکته: در جمع و تفریق رادیکال ها نمی توان رادیکال را جدا از هم نوشت و جواب داد:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

نکته: برای ساده کردن عدد زیر رادیکال می توان برای بعضی از اعداد یک ضرب نوشت به شرطی که یکی از دو عدد جذر دقیق

داشته باشد.

مثال: اعداد زیر را به صورت ضرب یک عدد طبیعی در رادیکال بنویسید.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

جذر ۲

$$3\sqrt{48} = 3\sqrt{16 \times 3} = 12\sqrt{3}$$

جذر ۴

@riaziat789

ریاضیات هفتم، هشتم، نهم