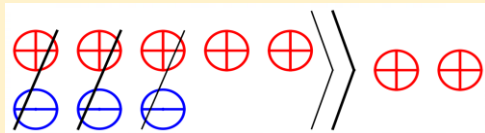


فعالیت :

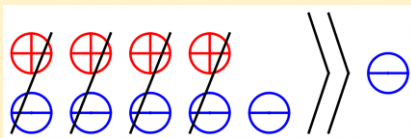
الف) جمع: بهترین روش برای فهمیدن و انجام جمع اعداد صحیح استفاده از بار مغناطیسی است که در علوم یاد گرفته اید. دو صفحه فلزی هم اندازه که یکی بار مثبت و یکی هم بار منفی دارد را در نظر بگیرید. اگر این دو صفحه فلزی را روی هم قرار دهیم، بار آنها خنثی می شود و چیزی باقی نمی ماند.

$$\oplus \ominus (+1) + (-1) = 0$$

به مثال های زیر دقت کنید



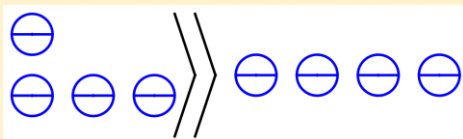
$$(+5) + (-3) = (+2)$$



$$(+4) + (-5) = (-1)$$



$$(+3) + (+2) = (+5)$$



$$(-1) + (-3) = (-4)$$

دقت کنید در زمانی که علامت های دو عدد متفاوت هستند چه اتفاقی رخ می دهد. زمانی هم که علامت ها یکسان هستند چه اتفاقی می افتد. برای خود قانونی کشف کنید که دیگر نیازی به کشیدن شکل نداشته باشید.

تمرین (۱):

حاصل جمع های زیر را به دست آورید.

$$(-8) + (+5) = \quad (-7) + (-6) = \quad 12 + (-9) = \quad -20 + 12 =$$

فعالیت :

ب) تفریق: می دانید که قرینه در اعداد صحیح چیست. می توانید آن را به کمک محور هم نشان دهید. به عنوان مثال قرینه ۳- که سه واحد در سمت چپ صفر است. دقیقاً سه واحد در سمت راست صفر می شود، یعنی ۳+

$$\text{در ریاضی قرینه را اینگونه نشان می دهند.} \quad -(-3) = +3 \quad -(+6) = -6$$

پس هر جا قبل از پرانتز علامت - دیدید یعنی قرینه، تفریق هم در اصل قرینه است. به تفریق زیر دقت کنید.

$$(-5) - (+9) = (-5) + (-9) = (-14)$$

تمرین (۲):

تفریق های زیر را انجام دهید.

$$(+9) - (-11) = \quad (-10) - (-20) = \quad 8 - (+15) = \quad 25 - (-35) =$$

فعالیت :

×	+	-
+	+	-
-	-	+

ج) ضرب و تقسیم: در ضرب و تقسیم همانند حالت عادی ضرب و تقسیم

را انجام می دهیم و برای علامت ها از جدول مقابل استفاده می کنیم.

به ضرب و تقسیم های زیر دقت کنید.

$$(-5) \times (+6) = (-30) \quad (-20) \div (-5) = (+4)$$

تمرین (۳):

ضرب و تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$(+7) \times (-10) = \quad (+8) \times (+5) = \quad (-36) \div (-4) = \quad 64 \div (-16) =$$

فعالیت :

در انجام عملیات قانونی است به نام « ترتیب عملیات » بدین معنی که کدام محاسبه باید زودتر انجام شود. ترتیب به صورت زیر است: (۱) پرانتز (۲) توان و جذر (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق

دقت داشته باشید که همیشه محاسبات در ریاضی از چپ به راست است. به مثال های زیر دقت کنید.

$$-5 + \underbrace{3 \times (-2)}_{-6} = -5 + (-6) = -11 \quad \longleftarrow \text{ابتدا ضرب، سپس جمع}$$

$$2 \times (1 - 5) + 3 = 2 \times \underbrace{(-4)}_{-8} + 3 = (-8) + 3 = -5 \quad \longleftarrow \text{ابتدا پرانتز، سپس ضرب و در نهایت جمع}$$

تمرین (۴):

حاصل عبارت های را با توجه به ترتیب عملیات به دست آورید.

$$20 - 12 \div 4 = \quad -16 \div 8 \times 5 - 6 =$$

$$-2 \times (12 - 3) - 6 = \quad 3^2 - 8 \div 2 + 1 =$$

فعالیت :

می خواهیم حاصل عبارت $9 - 12 + 6 + 15$ را به دست آوریم. می توانیم از روش های مختلفی استفاده کنیم. روش هر کدام را برای خودتان تعریف کنید.

$$\underbrace{-15 + 6}_{-9} + 12 - 9 = \underbrace{-9 + 12}_{+3} - 9 = +3 - 9 = -6$$

(الف)

$$\underbrace{-15+6+12}_{-9}-9=-9+3=-6$$

(ب)

$$\underline{\underline{-15+6+12-9}}=-24+18=-6$$

(ج)

تمرین (۵):

حاصل عبارت های زیر را با روش مورد نظر خود به دست آورید.

$$-5+12-9+20=$$

$$-(-15)+20-(+18)+9=$$

فعالیت :

گاهی هم برای محاسبه کمی باید خلاقیت داشت تا کار را ساده تر کرد. با یک نگاه دقیق می توان راه های بسیار جالبی برای

حل به دست آورد. (حاصل جمع دو عدد $12+$ و -12 برابر صفر است.) $\cancel{12}+9-6+\frac{3 \times 4}{+12}=+9-6=+3$

یک ریاضی دان بزرگ در زمان کودکی جمع اعداد ۱ تا ۱۰۰ را به روشی ابتکاری محاسبه کرد.

$$1+2+3+\dots+98+99+100=$$

$$1+100=101, \quad 2+99=101, \quad 3+98=101, \quad 4+97=101, \quad \dots$$

$$101 \times 50 = 5050$$

این ریاضی دان کوچک روش بسیار جذابی را انتخاب کرده است. او دیده که حاصل جمع هر جفت عدد اول و آخر برابر ۱۰۱ می شود. صد عدد داریم که می شود پنجاه جفت و خیلی ساده حاصل را به دست آورده است.

تمرین (۶):

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$-5 \times 3 + 18 - 9 + 45 \div 3 + 9 - 10 - 9 \times 2 =$$

تمرین (۷):

جمع اعداد ۱ تا ۵۰۰ را به دست آورید.

تمرین (۱):

حاصل جمع های زیر را به دست آورید.

$$(-8) + (+5) = -3 \quad (-7) + (-6) = -13 \quad 12 + (-9) = +3 \quad -20 + 12 = -8$$

تمرین (۲):

تفریق های زیر را انجام دهید.

$$(+9) - (-11) = (+9) + (+11) = +20 \quad (-10) - (-20) = (-10) + (+20) = +10$$

$$8 - (+15) = 8 + (-15) = -7 \quad 25 - (-35) = 25 + (+35) = +60$$

تمرین (۳):

ضرب و تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$(+7) \times (-10) = -70 \quad (+8) \times (+5) = +40 \quad (-36) \div (-4) = +9 \quad 64 \div (-16) = -4$$

تمرین (۴):

حاصل عبارت های را با توجه به ترتیب عملیات به دست آورید.

$$20 - 12 \div 4 = 20 - 3 = 17 \quad -16 \div 8 \times 5 - 6 = -2 \times 5 - 6 = -10 - 6 = -16$$

$$-2 \times (12 - 3) - 6 = -2 \times 9 - 6 = -18 - 6 = -24 \quad 3^2 - 8 \div 2 + 1 = 9 - 8 \div 2 + 1 = 9 - 4 + 1 = 6$$

تمرین (۵):

حاصل عبارت های زیر را با روش مورد نظر خود به دست آورید.

$$-5 + 12 - 9 + 20 = -14 + 32 = +18 \quad \underbrace{-(-15)}_{+15} + 20 - \underbrace{(+18)}_{-18} + 9 = +44 - 18 = +26$$

تمرین (۶):

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\underbrace{-5 \times 3}_{-15} + 18 - 9 + \underbrace{45 \div 3}_{+15} + 9 - 10 - \underbrace{9 \times 2}_{-18} = -10$$

تمرین (۷):

جمع اعداد ۱ تا ۵۰۰ را به دست آورید.

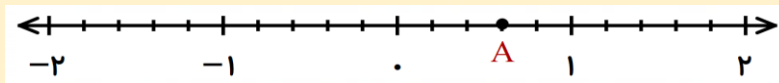
$$500 + 1 = 501, \quad 499 + 2 = 501, \quad 498 + 3 = 501, \quad \dots$$

$$501 \times 250 = 125250$$

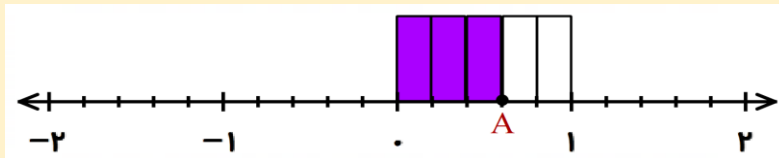
۲۵۰ جفت عدد

فعالیت :

می خواهیم بدانیم نقطه ای که روی محور زیر مشخص شده است، چه عددی را نشان می دهد.



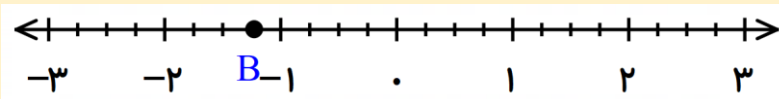
در این محور مشاهده می کنید که هر واحد به پنج قسمت مساوی تقسیم شده است. برای درک بهتر می توانیم به صورت شکل زیر این قسمت ها را نشان دهیم.



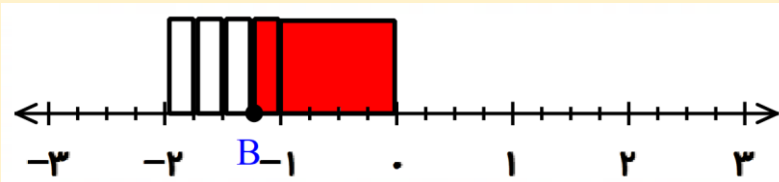
حال چه کسری از شکل رنگی است؟ درست گفتید $\frac{3}{5}$ آن رنگی است. پس نقطه مشخص شده عدد $\frac{3}{5} +$ را نشان می دهد.

می توانید برای خودتان توضیح دهید که علامت مثبت برای چه در کنار عدد قرار گرفته است؟

دوباره می خواهیم بدانیم نقطه مشخص شده در محور زیر چه عددی را نشان می دهد.



همانطور که می بینید در این محور هر واحد به چهار قسمت مساوی تقسیم شده است. باز هم برای بهتر فهمیدن از شکل استفاده می کنیم.



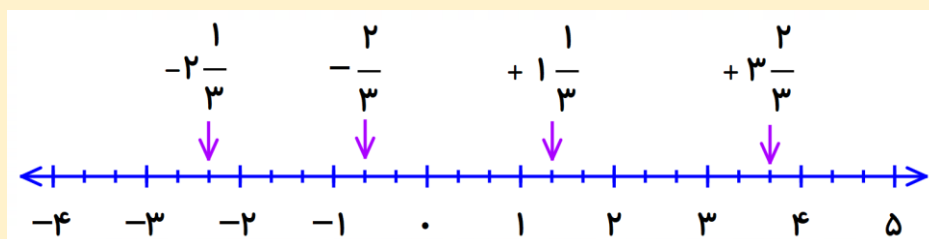
چه کسری از شکل رنگی است؟ یک واحد کامل و یک قسمت از چهار قسمت، پس $\frac{1}{4}$ شکل رنگی است. نقطه مشخص شده

عدد $-\frac{1}{4}$ را نشان می دهد. به علامت منفی و محل نقطه دقت کنید. اگر شکل کامل را هم چهار قسمت در نظر بگیریم

می توانیم بگوییم $-\frac{5}{4}$ ، در نتیجه می توان نقطه مورد را به دو صورت نشان داد.

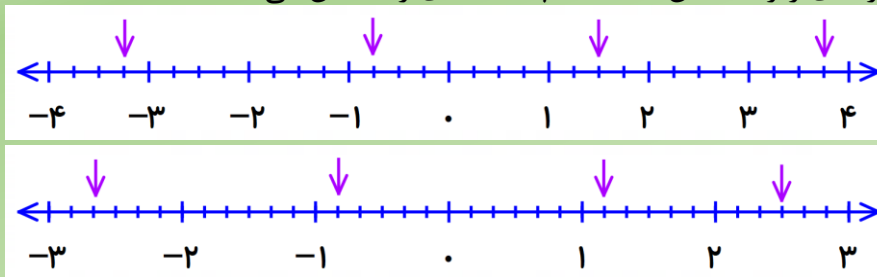
$$B = -1\frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$$

به مثال زیر دقت کنید. دیگر نیازی به کشیدن شکل ندارید و می توانید به راحتی عدد های مورد نظر را بنویسید.



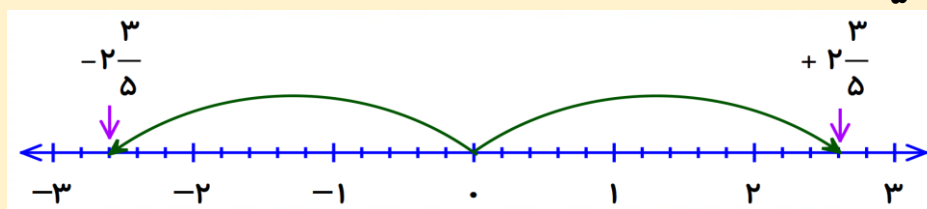
تمرین (۱):

نقطه‌هایی که روی محورهای زیر مشخص شده‌اند، چه عددهای را نمایش می‌دهند؟



فعالیت:

می‌خواهیم قرینه عدد $2\frac{3}{5}$ را با توجه به محور پیدا کنیم.



با توجه به فاصله‌های برابر از مرکز محور می‌توان نتیجه گرفت که:

$$-2\frac{3}{5} = +2\frac{3}{5}$$

$$-(+2\frac{3}{5}) = -2\frac{3}{5}$$

ضمناً می‌دانید که علامت قرینه منفی پشت پرانتز است، پس می‌توان نوشت:

تمرین (۲):

تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$-(+\frac{3}{5}) = \quad -(-1\frac{1}{4}) = \quad -(5\frac{2}{3}) = \quad -(-4\frac{5}{7}) =$$

فعالیت:

در اولین فعالیت این درس مشاهده کردید که نقطه مورد نظر را می‌توان به دو شکل نمایش داد.

$$B = -1\frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$$

اگر کمی دقت کنید می‌توانید رابطه بین این دو را بفهمید. همان اعداد مخلوط هستند که در ابتدایی داشتید ولی این بار با علامت هستند. آیا روش تبدیل آنها را به خاطر دارید؟ به مثال‌ها زیر دقت کنید.

$$-3\frac{2}{5} = -\frac{17}{5} \qquad +2\frac{6}{7} = +\frac{20}{7}$$

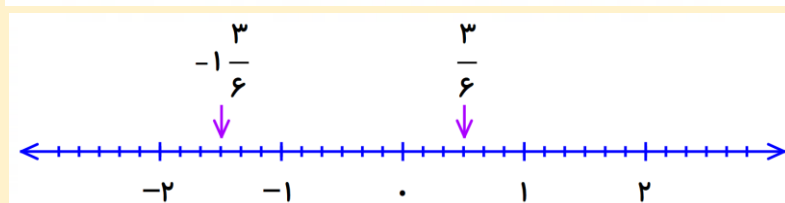
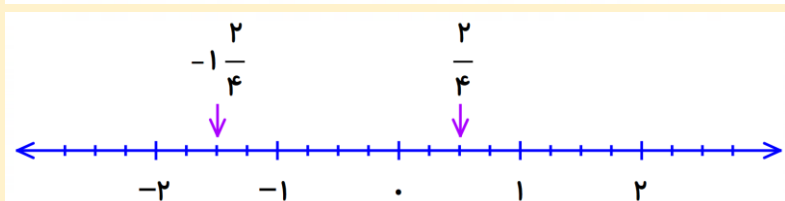
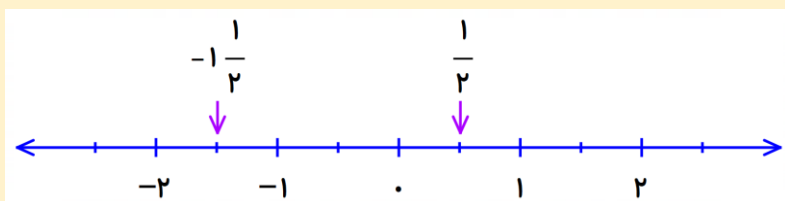
تمرین (۳):

کسرها را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$+3\frac{1}{4} = \qquad -\frac{9}{2} = \qquad -5\frac{1}{4} = \qquad +\frac{13}{5} =$$

فعالیت :

به نقطه های مشخص شده روی محور های زیر دقت کنید.



مشاهده می کنید که محل نقطه ها روی محورها تغییر نکرده است. تنها اتفاقی که رخ داده است بیشتر شدن قطعات هر واحد است. پس می توانیم نتیجه بگیریم که کسرهایی که مربوط به هر نقطه هستند با هم برابرند.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

$$-1\frac{1}{2} = -1\frac{2}{4} = -1\frac{3}{6} \Rightarrow -\frac{3}{2} = -\frac{6}{4} = -\frac{9}{6}$$

برای نوشتن کسر های مساوی در مثال قبل چه الگویی می بینید؟ کاملاً درست است. صورت و مخرج ها از ضرب صورت و مخرج کسر اول در عددی معین به دست می آیند. گاهی اوقات هم لازم می شود که صورت و مخرج را بر یک عدد تقسیم کنیم که به این کار ساده کردن می گویند. به مثال های زیر توجه کنید.

$$-\frac{12 \div 4}{20 \div 4} = -\frac{3}{5}$$

$$+\frac{66 \div 6}{42 \div 6} = +\frac{11}{7}$$

تمرین (۴):

مقدار x را به دست آورید.

$$-\frac{3}{5} = -\frac{x}{25}$$

$$+\frac{4}{3} = +\frac{24}{x}$$

$$-\frac{4}{6} = -\frac{x}{15}$$

تمرین (۵):

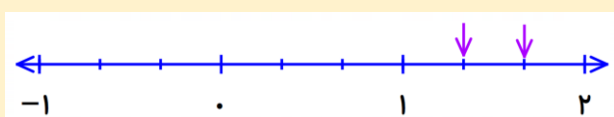
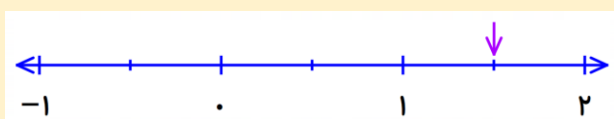
کسرهایی زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$-\frac{72}{90}$$

$$\frac{114}{150}$$

$$-\frac{99}{121}$$

فعالیت :



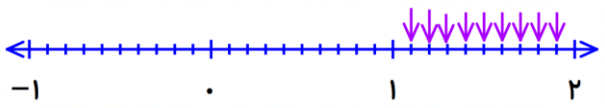
روی محور مقابل فاصله بین عددهای ۱ و ۲ را به دو قسمت مساوی تقسیم کردیم. نقطه مشخص شده چه عددی را نشان می دهد؟

اگر این فاصله را به سه قسمت تقسیم کنیم، چه طور؟

اگر این فاصله را به چهار قسمت تقسیم کنیم چه طور؟



اگر این فاصله را ده قسمت کنیم، چه اتفاقی می افتد؟



وقتی واحدها به ده قسمت می شوند می توان از نمایش اعشاری هم استفاده کرد.

$$+1\frac{1}{10} = +\frac{11}{10} = +1/1$$

$$+1\frac{2}{10} = +\frac{12}{10} = +1/2$$

$$+1\frac{9}{10} = +\frac{19}{10} = +1/9$$

به نظر شما بین ۱ و ۲ چند کسر می توان نوشت؟ ما تا ده قسمت را به شما نشان دادیم. آیا می توان قسمت ها را بیشتر کرد؟
بین دو عدد ۱ و ۲ بی شمار کسر می توان نوشت. به خاطر اینکه می توان این فاصله را به بی شمار قسمت تقسیم کرد.

« بین هر دو عدد صحیح می توان بی شمار عدد کسری نوشت.»

تمرین (۶):

با رسم محور، بین ۰ و -۱، ده کسر پیدا کرده و بنویسید.

فعالیت:

شما تا به حال اعداد طبیعی و صحیح را شناخته اید.

اعداد صحیح : $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

اعداد طبیعی : $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

در این درس با اعدادی آشنا شدید که طبیعی و یا صحیح نبودند و بین آنها قرار می گرفتند. با کسرهایی آشنا شدید که دارای علامت بودند. این اعداد را اعداد گویا می نامند.

« به هر عدد، که بتوان به صورت کسر $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح باشند و $b \neq 0$ (مخرج صفر نباشد) نوشت

عدد گویا می گوئیم.»

به عنوان مثال: عدد -۵ صحیح است. عدد ۷ هم طبیعی و هم صحیح است. عدد $-\frac{3}{4}$ گویا است.

عدد ۰ هم صحیح و هم گویا است. عدد $+\frac{6}{2}$ هم طبیعی، هم صحیح و هم گویا است. ($+\frac{6}{2} = +3$)

تمرین (۷):

مشخص کنید هر کدام از عددهای زیر طبیعی یا صحیح یا گویا هستند.

$$-(-(+4))$$

$$\sqrt{9}$$

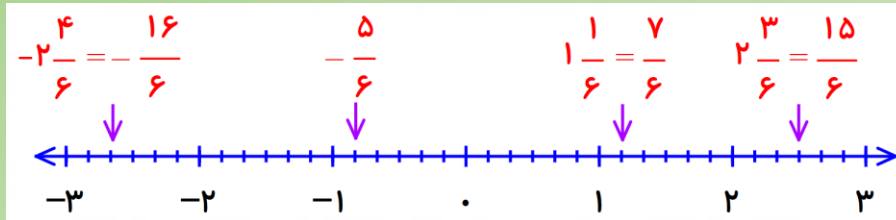
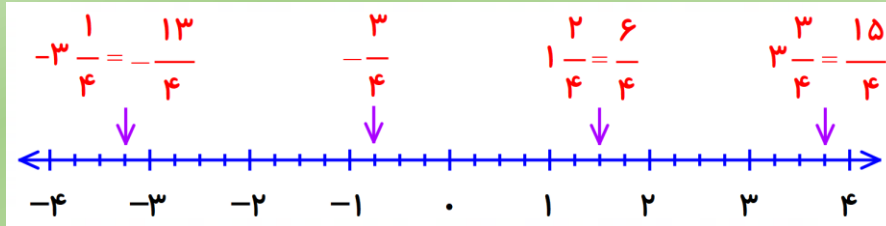
$$-\frac{12}{3}$$

$$\frac{5}{3}$$

$$-2/4$$

تمرین (۱):

نقطه هایی که روی محور های زیر مشخص شده اند، چه عددهای را نمایش می دهند؟



تمرین (۲):

تساوی های زیر را کامل کنید.

$$-(+\frac{3}{5}) = -\frac{3}{5}$$

$$-(-1\frac{1}{4}) = 1\frac{1}{4}$$

$$-(5\frac{2}{3}) = -5\frac{2}{3}$$

$$-(-4\frac{5}{7}) = +4\frac{5}{7}$$

تمرین (۳):

کسر ها را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$+3\frac{1}{4} = +\frac{13}{4}$$

$$-\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2}$$

$$-5\frac{1}{4} = -\frac{21}{4}$$

$$+\frac{13}{5} = +2\frac{3}{5}$$

تمرین (۴):

مقدار x را به دست آورید.

$$-\frac{3 \times 5}{5 \times 5} = -\frac{x}{25} \Rightarrow x = 15$$

$$+\frac{4 \times 6}{3 \times 6} = +\frac{24}{x} \Rightarrow x = 18$$

$$-\frac{4 \div 2}{6 \div 2} = -\frac{x}{15} \Rightarrow -\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = -\frac{x}{15} \Rightarrow x = 10$$

تمرین (۵):

کسر های زیر را تا حد امکان ساده کنید.

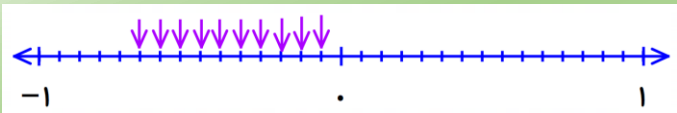
$$-\frac{72 \div 9}{90 \div 9} = -\frac{8 \div 2}{10 \div 2} = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{114 \div 2}{150 \div 2} = \frac{57 \div 3}{75 \div 3} = \frac{19}{25}$$

$$-\frac{99 \div 11}{121 \div 11} = -\frac{9}{11}$$

تمرین (۶):

با رسم محور، بین ۰ و -۱، ده کسر پیدا کرده و بنویسید.



$$-\frac{1}{15}, -\frac{2}{15}, -\frac{3}{15}, -\frac{4}{15}, -\frac{5}{15}, -\frac{6}{15}, -\frac{7}{15}, -\frac{8}{15}, -\frac{9}{15}, -\frac{10}{15}$$

البته می توانید به ۱۱ یا ۱۲ و... قسمت هم تقسیم کنید که در آن حالت مخرج ها تغییر می کند. در هر صورت تعداد قسمت ها باید از ۱۰ بیشتر باشد.

تمرین (۷):

مشخص کنید هر کدام از عددهای زیر طبیعی یا صحیح یا گویا هستند.

عدد گویا $\frac{5}{3}$

عدد گویا $-\frac{2}{4} = -\frac{2 \cdot 5}{4 \cdot 5} = -\frac{10}{20}$

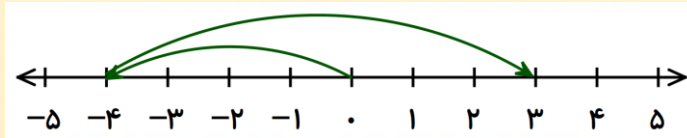
عدد طبیعی و صحیح و گویا $\sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \dots$

عدد گویا و عدد صحیح $-\frac{12}{3}$

عدد طبیعی و صحیح و گویا $-(-(+4)) = 4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \dots$

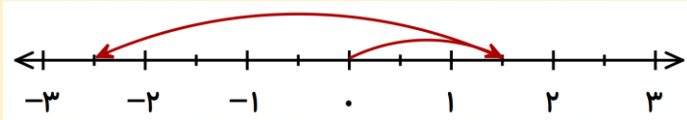
فعالیت :

در سال قبل جمع اعداد صحیح را به وسیله محور آموختید. به مثال زیر توجه کنید.



$$(-4) + (+7) = (+3)$$

همانند همین کار را می توان برای اعداد گویا انجام داد. به مثال زیر دقت کنید.

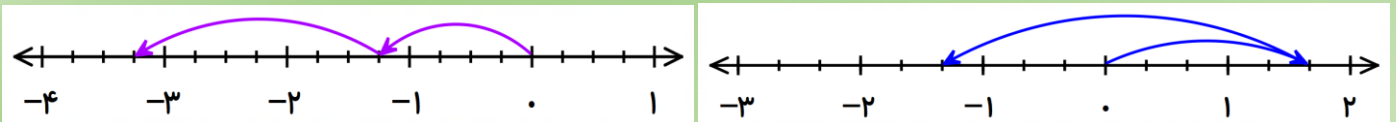


$$\left(+\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{8}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}\right)$$

همانطور که مشاهده می کنید. روش کار و شمارش هیچ تغییری نکرده است، فقط چون هر واحد به دو قسمت تقسیم شده اند، مخرج ۲ برای آنها استفاده شده است.

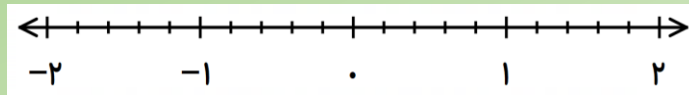
تمرین (۱):

الف) برای محورهای زیر یک جمع بنویسید.



ب) به کمک محور حاصل جمع زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(+\frac{11}{5}\right) =$$



فعالیت :

در فعالیت و تمرین قبل دید که جمع اعداد گویا بسیار شبیه به جمع اعداد صحیح است. تنها چیزی که تفاوت دارد، وجود

$$-\frac{2}{7} + \left(+\frac{5}{7}\right) = \frac{-2+5}{7} = +\frac{3}{7} \quad \left(-\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{7}{9}\right) = \frac{-4-7}{9} = -\frac{11}{9}$$

مخرج است.

تا به حال تمامی مثال ها با مخرج های مساوی بودند، حال اگر مخرج ها مساوی نباشند، چگونه باید حل کنیم؟ کمی بیشتر فکر کنید و به جمع کسرها که در ابتدایی خوانده اید مراجعه کنید. بله بهترین کار استفاده از مخرج مشترک است.

$$\left(-\frac{2 \times 4}{5 \times 4}\right) + \left(+\frac{3 \times 5}{4 \times 5}\right) = \left(-\frac{8}{20}\right) + \left(+\frac{15}{20}\right) = \frac{-8+15}{20} = +\frac{7}{20}$$

البته می توان خلاصه تر هم حل کرد، به مثال زیر توجه کنید.

$$\left(-\frac{3 \times 3}{4 \times 3}\right) + \left(-\frac{1 \times 2}{6 \times 2}\right) = \frac{-9-2}{12} = -\frac{11}{12}$$

(در انتخاب مخرج مشترک دقت کنید.)

تمرین (۲):

حاصل جمع های زیر را به دست آورید.

$$\left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) =$$

$$-\frac{5}{7} + \frac{1}{2} =$$

$$\left(-\frac{2}{9}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) =$$

$$1 - \frac{2}{10} =$$

فعالیت :

در اعداد صحیح برای انجام تفریق چه کاری انجام می دادیم؟ از قرینه استفاده می کردیم. جهت یادآوری به مثال زیر توجه کنید.

$$\underline{(-6) - (+4)} = (-6) + (-4) = -10$$

در اعداد گویا هم از همین روش استفاده می کنیم.

$$\left(+\frac{3}{8}\right) - \left(+\frac{5}{6}\right) = \left(+\frac{3 \times 3}{8 \times 3}\right) + \left(-\frac{5 \times 4}{6 \times 4}\right) = \frac{+9 - 20}{24} = -\frac{11}{24}$$

تمرین (۳):

تفریق های زیر را انجام دهید.

$$\left(-\frac{2}{5}\right) - \left(+\frac{5}{6}\right) =$$

$$\left(+\frac{2}{5}\right) - \left(+\frac{7}{25}\right) =$$

$$\left(+\frac{1}{12}\right) - \left(-\frac{1}{18}\right) =$$

فعالیت :

اعداد اعشاری نیز عدد گویا به حساب می آیند. به همین خاطر همان قوانینی که در جمع و تفریق اعداد گویا برقرار است در این اعداد نیز برقرار است. برای محاسبه می توانید از سه روش زیر استفاده کنید.

روش اول : محاسبه به صورت اعشاری (در این روش ارزش مکانی یا مرتبه بسیار مهم است)

$$-2/3 + 5/9 = +3/6$$

$$-5/12 - (+4/9) = -5/12 - 4/9 = -10/12 = -10/12$$

روش دوم: تبدیل به کسر

$$-2/3 + 5/9 = -2 \frac{3}{10} + 5 \frac{9}{10} = -\frac{23}{10} + \frac{59}{10} = +\frac{36}{10} = +3/6$$

$$-5/12 - (+4/9) = -5/12 - 4/9 = -5 \frac{12}{100} - 4 \frac{9}{100} = -\frac{512}{100} - \frac{490}{100} = \frac{-512 - 490}{100} =$$

$$-\frac{1002}{100} = -10 \frac{2}{100} = -10/100 = -10/100$$

روش سوم: با کمک از اعداد صحیح (در این روش حتماً باید تعداد ارقام اعشاری یکسان باشد).

$$\begin{cases} -2/3 + 5/9 = +3/6 \\ -23 + 59 = +36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5/12 - (+4/9) = -5/12 - 4/9 = -10/12 \\ -512 - (+490) = -512 - 490 = -1002 \end{cases}$$

تمرین (۴):

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. (از هر روشی که می پسندید).

$$3/9 - 7/3 = \quad -4/6 + 3/15 = \quad (-5/14) - (+3/52) = \quad -6 - (-1/0.9) =$$

فعالیت :

در بعضی از موارد می توان از گرد کردن به نزدیک ترین عدد صحیح حاصل را تخمین زد. به مثال های زیر دقت کنید.

$$3\frac{1}{15} - 5\frac{8}{9} - 3\frac{2}{7} \approx 3 - 6 - 3 \approx -6$$

مشاهده می کنید که $3\frac{1}{15}$ به عدد صحیح ۳ نزدیک است و $5\frac{8}{9}$ به عدد صحیح ۶ نزدیک است و $3\frac{2}{7}$ نیز به ۳ نزدیک است. همین موارد را در اعداد اعشاری نیز می توان گفت:

$$-8/0.02 + 12/8 - 3/715 \approx -8 + 13 - 4 \approx +1$$

تمرین (۵):

عددها را ابتدا به طور تقریبی به نزدیک ترین عدد صحیح گرد کنید، سپس حاصل را به دست آورید.

$$-8\frac{7}{10} + 3\frac{2}{11} - 1\frac{3}{15} \approx \quad -3/85 - 2/0.09 + 7/912 \approx$$

فعالیت :

برای جمع و تفریق اعداد مخلوط می توانید عددهای صحیح را با هم و کسرها را نیز با هم جمع کنید. به مثال زیر دقت کنید.

$$\left(-3\frac{1}{4}\right) + \left(+1\frac{4}{5}\right) = (-3+1) + \left(-\frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{4 \times 4}{5 \times 4}\right) = -2 + \left(\frac{-5+16}{20}\right) = -2 + \left(+\frac{11}{20}\right) =$$

$$-1 - \frac{20}{20} + \left(+\frac{11}{20}\right) = -1 + \left(-\frac{9}{20}\right) = -1\frac{9}{20}$$

البته روش دیگری هم هست که می توانید ابتدا عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$\left(-3\frac{1}{4}\right) + \left(+1\frac{4}{5}\right) = \left(-\frac{13 \times 5}{4 \times 5}\right) + \left(+\frac{9 \times 4}{5 \times 4}\right) = \left(-\frac{65}{20}\right) + \left(+\frac{36}{20}\right) = -\frac{29}{20} = -1\frac{9}{20}$$

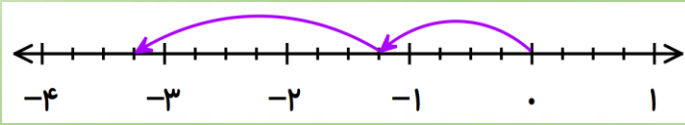
تمرین (۶):

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. (از هر روشی که دوست دارید حل کنید).

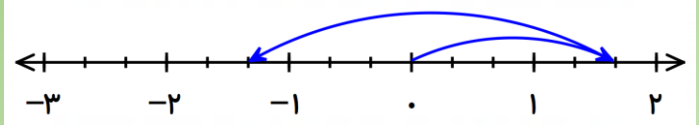
$$\left(-3\frac{1}{5}\right) + \left(-2\frac{1}{2}\right) = \quad \left(+3\frac{1}{12}\right) - \left(+1\frac{5}{6}\right) =$$

تمرین (۱):

الف) برای محورهای زیر یک جمع بنویسید.



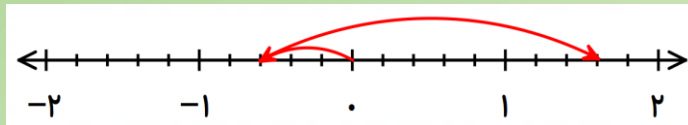
$$\left(-\frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{8}{4}\right) = \left(-\frac{13}{4}\right)$$



$$\left(+\frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{9}{3}\right) = \left(-\frac{4}{3}\right)$$

ب) به کمک محور حاصل جمع زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(+\frac{11}{5}\right) = \left(+\frac{8}{5}\right)$$



تمرین (۲):

حاصل جمع های زیر را به دست آورید.

$$\left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{+4-9}{12} = -\frac{5}{12}$$

$$-\frac{5}{7} + \frac{1}{2} = \frac{-10+7}{14} = -\frac{3}{14}$$

$$\left(-\frac{2}{9}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{-4-3}{18} = -\frac{7}{18}$$

$$1 - \frac{2}{10} = \frac{10-2}{10} = \frac{8}{10}$$

تمرین (۳):

تفریق های زیر را انجام دهید.

$$\left(-\frac{2}{5}\right) - \left(+\frac{5}{6}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{-12-25}{30} = -\frac{37}{30}$$

$$\left(+\frac{2}{5}\right) - \left(+\frac{7}{25}\right) = \left(+\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{7}{25}\right) = \frac{+10-7}{25} = +\frac{3}{25}$$

$$\left(+\frac{1}{12}\right) - \left(-\frac{1}{18}\right) = \left(+\frac{1}{12}\right) + \left(+\frac{1}{18}\right) = \frac{+3+2}{36} = +\frac{5}{36}$$

تمرین (۴):

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

البته شما می توانید از روش های دیگر نیز استفاده کنید.

$$3/9 - 7/3 = 3 \frac{9}{10} - 7 \frac{3}{10} = \frac{39}{10} - \frac{73}{10} = \frac{39-73}{10} = \frac{-34}{10} = -3 \frac{4}{10} = -3/4$$

$$-4/6 + 3/15 = -4 \frac{6}{10} + 3 \frac{15}{100} = -\frac{46 \times 10}{100} + \frac{315}{100} = \frac{-460+315}{100} = \frac{-145}{100} = -1 \frac{45}{100} = -1/45$$

$$(-5/14) - (+3/52) = (-5/14) + (-3/52) = -5 \frac{14}{100} - 3 \frac{52}{100} = \frac{-514}{100} - \frac{352}{100} =$$

$$\frac{-514-352}{100} = \frac{-866}{100} = -8 \frac{66}{100} = -8/66$$

$$-6 - (-1/0.9) = -6 + (+1/0.9) = -6 \frac{9}{100} + 1 \frac{9}{100} = -\frac{600}{100} + \frac{109}{100} = \frac{-600+109}{100} =$$

$$-\frac{491}{100} = -4 \frac{91}{100} = -4/91$$

تمرین (۵):

عددها را ابتدا به طور تقریبی به نزدیک ترین عدد صحیح گرد کنید، سپس حاصل را به دست آورید.

$$-8 \frac{7}{10} + 3 \frac{2}{11} - 1 \frac{3}{15} \approx -9 + 3 - 1 = -7$$

$$-3/85 - 2/0.09 + 7/912 \approx -4 - 2 + 8 = +2$$

تمرین (۶):

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

البته شما می توانید از روش دیگر هم استفاده کنید.

$$(-3 \frac{1}{5}) + (-2 \frac{1}{2}) = (-3-2) + (-\frac{1 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5}) = (-5) + (-\frac{2-5}{10}) = (-5) + (-\frac{7}{10}) = -5 \frac{7}{10}$$

$$(+3 \frac{1}{12}) - (+1 \frac{5}{6}) = (+3 \frac{1}{12}) + (-1 \frac{5}{6}) = (+3-1) + (+\frac{1}{12} - \frac{5 \times 2}{6 \times 2}) = (+2) + (\frac{+1-10}{12}) =$$

$$+1 + \frac{12}{12} + (-\frac{9}{12}) = +1 + \frac{3}{12} = +1 \frac{3}{12}$$

فعالیت :

در سال های قبل چگونگی ضرب اعداد کسری را آموخته اید. برای یادآوری به مثال زیر توجه کنید.

$$\frac{\cancel{4}^1}{\cancel{10}^2 \div 5} \times \frac{\cancel{15}^3}{\cancel{16}^4 \div 4} = \frac{3}{8}$$

مهمترین نکته در ضرب کسرها، ساده کردن صورت و مخرج است. در یافتن عددی که می توان صورت و مخرج را بر آن تقسیم کرد دقت کنید. اگر در مثالی چندین عدد یافتید بهتر است بزرگترین را انتخاب کنید. در مثال بالا این موضوع کاملاً با رنگ ها و راه حل نشان داده شده است.

حال بیاییم ضرب را در اعداد گویا بررسی کنیم. همانطور که می دانید اعداد گویا همان کسرهای علامت دار هستند. پس برای ضرب آنها ابتدا باید علامتهایشان را ضرب کنیم. ضرب علامت ها همانی است که در اعداد صحیح انجام می دهیم. به مثال های زیر دقت کنید.

$$\left(-\frac{\cancel{12}^4}{\cancel{25}^5}\right) \times \left(+\frac{\cancel{10}^2}{\cancel{6}^3}\right) = -\frac{8}{15}$$

در مثال بالا ۱۲ و ۹ به چه عددی ساده شده اند؟ ۲۵ و ۱۰ چه طور؟

$$\left(-\frac{\cancel{14}^2}{\cancel{21}^3}\right) \times \left(-\frac{\cancel{9}^1}{\cancel{18}^2}\right) = +\frac{2}{6}$$

تمرین (۱):

ضرب های زیر را انجام دهید و تا جایی که امکان دارد ساده کنید.

$$\left(-\frac{3}{10}\right) \times \left(+\frac{8}{15}\right) =$$

$$\left(+\frac{15}{20}\right) \times \left(+\frac{9}{27}\right) =$$

$$\left(-\frac{6}{35}\right) \times \left(-\frac{21}{8}\right) =$$

فعالیت :

در ضرب اعداد مخلوط، تنها کاری که باید انجام داد، این است که باید آنها را به کسر تبدیل کنیم.

$$\left(-2\frac{1}{4}\right) \times 3\frac{1}{3} = \left(-\frac{\cancel{6}^3}{\cancel{4}^2}\right) \times \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{3}^1} = -\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2}$$

تمرین (۲):

ضرب های زیر را انجام داده و تا جایی که امکان دارد، ساده کنید.

$$-1\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} =$$

$$-1\frac{1}{5} \times \left(-3\frac{1}{3}\right) =$$

فعالیت :

معکوس کسر $\frac{3}{5}$ برابر $\frac{5}{3}$ است. همچنین معکوس عدد گویای $-\frac{2}{7}$ برابر $-\frac{7}{2}$ است. به نظر شما در معکوس چه اتفاقی رخ می دهد؟ به معکوس عددهای زیر دقت کنید.

$$+\frac{3}{7} \rightarrow +\frac{7}{3}$$

$$-4 = -\frac{4}{1} \rightarrow -\frac{1}{4}$$

$$+2\frac{3}{5} = +\frac{13}{5} \rightarrow +\frac{5}{13}$$

تمرین (۳):

الف) معکوس عددهای زیر را بنویسید.

$$-\frac{7}{5} \rightarrow$$

$$-3\frac{4}{5} \rightarrow$$

$$+6 \rightarrow$$

ب) هر عدد را در معکوسش ضرب کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

فعالیت :

به تقسیم $12 \div 3 = 4$ دقت کنید. اگر این تقسیم را به صورت ضرب زیر بنویسیم آیا جواب متفاوت می شود؟

$$12 \times \frac{1}{3} = \frac{12^4 \times 1}{3^1} = \frac{4}{1} = 4$$

مشاهده می کنید که در اصل همان اتفاق افتاده و ۱۲ بر ۳ تقسیم شده است. از همین روش برای تقسیم اعداد کسری نیز استفاده می شود. پس نتیجه می گیریم که می توان تقسیم را به ضرب تبدیل کرد ، فقط دقت کنید که کسر دوم باید معکوس شود. به مثال زیر توجه کنید.

$$\left(+\frac{12}{35}\right) \div \left(-\frac{10}{21}\right) = \left(+\frac{12^6}{35^5}\right) \times \left(-\frac{21^3}{10^5}\right) = -\frac{18}{25}$$

تمرین (۴):

تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$\left(-\frac{15}{12}\right) \div \left(+\frac{10}{18}\right) =$$

$$-\frac{6}{35} \div \left(-\frac{8}{21}\right) =$$

$$\frac{25}{30} \div \left(-\frac{12}{9}\right) =$$

فعالیت :

به تقسیم های زیر دقت کنید.

$$1 \div \left(-\frac{3}{7}\right) = 1 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{7}{3}$$

$$1 \div \left(+\frac{5}{9}\right) = 1 \times \left(+\frac{9}{5}\right) = +\frac{9}{5}$$

« حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد غیر صفر ، معکوس همان عدد است. »

چه نتیجه ای می گیرید؟

فعالیت :

در ضرب و تقسیم اعداد اعشاری ، می توانید آنها را به کسر تبدیل کنید و یا می توانید با همان اعشار محاسبه کنید. به مثال های زیر دقت کنید.

$$-1/2 \times (-0/3) = +(1/2 \times 0/3) = +0/36$$

$$-1/2 \times (-0/3) = -1 \frac{2}{10} \times (-\frac{3}{10}) = -\frac{12}{10} \times (-\frac{3}{10}) = \frac{(-12) \times (-3)}{10 \times 10} = +\frac{36}{100} = 0/36$$

$$+4/8 \div (-1/2) = -(4/8 \div 1/2) = -4$$

$$+4/8 \div (-1/2) = +4 \frac{8}{10} \div (-1 \frac{2}{10}) = +\frac{48}{10} \div (-\frac{12}{10}) = +\frac{48}{10} \times (-\frac{10}{12}) = -\frac{4}{1} = -4$$

تمرین (5):

حاصل را از دو روش به دست آورید.

$$(+3/4) \times (-1/3) =$$

$$(-7) \div (-1/4) =$$

فعالیت :

حالا که هر چهار عمل اصلی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم را در اعداد گویا یاد گرفتید. می توانید تمارینی را که ترکیبی از این اعمال هستند را انجام دهید. نکته مهم در این قسمت اولویت انجام عملیات است.

۱. پرانتز ۲. توان و جذر ۳. ضرب و تقسیم ۴. جمع و تفریق (اگر در جایی اولویت ها یکسان بود از چپ به راست)

$$(-\frac{5}{8}) \times (-\frac{1}{5} + \frac{8}{10}) = (-\frac{5}{8}) \times (\frac{-2+8}{10}) = (-\frac{5}{8}) \times (+\frac{6}{10}) = -\frac{3}{8}$$

اول پرانتز

$$-\frac{3}{4} + \frac{2}{9} \div (-\frac{1}{6}) = -\frac{3}{4} + \frac{2}{9} \times (-\frac{6}{1}) = -\frac{3}{4} + \frac{2 \times (-6)}{9 \times 1} = -\frac{3}{4} - \frac{4}{3} = \frac{-9-16}{12} = -\frac{25}{12}$$

اول تقسیم

تمرین (6):

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$-\frac{5}{9} \times \frac{6}{5} - \frac{1}{3} =$$

$$(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6}) \div (-\frac{5}{12}) =$$

$$(-2+3-4) \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15}) =$$

$$-1 \frac{2}{3} - 1 \frac{1}{4} \div \frac{-5}{8} =$$

تمرین (۱):

ضرب های زیر را انجام دهید و تا جایی که امکان دارد ساده کنید.

$$\left(-\frac{3^1}{5^1}\right) \times \left(+\frac{4^1}{5^1}\right) = -\frac{4}{25} \quad \left(+\frac{3^3}{5^3}\right) \times \left(+\frac{1^1}{27^3}\right) = +\frac{3}{12} = +\frac{1}{4} \quad \left(-\frac{6^3}{35^5}\right) \times \left(-\frac{21^3}{8^4}\right) = +\frac{9}{20}$$

تمرین (۲):

ضرب های زیر را انجام داده و تا جایی که امکان دارد، ساده کنید.

$$-1 \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = -\frac{4^1}{3^1} \times \frac{3^1}{8^2} = -\frac{1}{2} \quad -1 \frac{1}{5} \times \left(-3 \frac{1}{3}\right) = -\frac{6^2}{5^1} \times \left(-\frac{10^2}{3^1}\right) = +\frac{4}{1} = +4$$

تمرین (۳):

الف) معکوس عددهای زیر را بنویسید.

$$-\frac{7}{5} \rightarrow -\frac{5}{7} \quad -3 \frac{4}{5} = -\frac{19}{5} \rightarrow -\frac{5}{19} \quad +6 \rightarrow +\frac{1}{6}$$

ب) هر عدد را در معکوسش ضرب کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

$$\left(-\frac{7^1}{5^1}\right) \times \left(-\frac{5^1}{7^1}\right) = +\frac{1}{1} = 1 \quad \left(-3 \frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{19}\right) = \left(-\frac{19^1}{5^1}\right) \times \left(-\frac{5^1}{19^1}\right) + \frac{1}{1} = 1$$

$$\left(+6^1\right) \times \left(+\frac{1}{6^1}\right) = +\frac{1}{1} = 1$$

حاصل ضرب هر عدد غیر صفر در معکوسش همواره برابر یک است.

تمرین (۴): تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$\left(-\frac{15}{12}\right) \div \left(+\frac{10}{18}\right) = \left(-\frac{15^3}{12^2}\right) \times \left(+\frac{18^3}{10^2}\right) = -\frac{9}{4} = -2 \frac{1}{4}$$

$$-\frac{6}{35} \div \left(-\frac{8}{21}\right) = -\frac{6^3}{35^5} \times \left(-\frac{21^3}{8^4}\right) = +\frac{9}{20}$$

$$\frac{25}{30} \div \left(-\frac{12}{9}\right) = \frac{25^5}{30^6} \times \left(-\frac{9^3}{12^4}\right) = -\frac{15}{24} = -\frac{5}{8}$$

تمرین (۵): حاصل را از دو روش به دست آورید.

$$(+\frac{3}{4}) \times (-\frac{1}{3}) = -(\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}) = -\frac{4}{42}$$

$$(+\frac{3}{4}) \times (-\frac{1}{3}) = (+\frac{3^1}{4^1}) \times (-\frac{1^1}{3^1}) = (+\frac{3^1}{4^1}) \times (-\frac{1^1}{3^1}) = \frac{(+3^1) \times (-1^1)}{4^1 \times 3^1} = -\frac{3^1 \times 1^1}{4^1 \times 3^1} = -\frac{3}{12} = -\frac{1}{4}$$

$$(-7) \div (-\frac{1}{4}) = +(7 \div \frac{1}{4}) = +5$$

$$(-7) \div (-\frac{1}{4}) = (-7) \div (-\frac{1^1}{4^1}) = (-7) \div (-\frac{1^1}{4^1}) = (-7^1) \times (-\frac{4^1}{1^1}) = +\frac{7^1 \times 4^1}{1^1} = +28$$

تمرین (۶):

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$-\frac{5^1}{8^1} \times \frac{6^1}{5^1} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

$$(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6}) \div (-\frac{5}{12}) = (\frac{-9+4}{24}) \div (-\frac{5}{12}) = (-\frac{5}{24}) \times (-\frac{12}{5}) = +\frac{1}{2}$$

$$(-2 + 3 - 4) \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15}) = (-3) \times (\frac{5-3+4}{15}) = (-3) \times (\frac{6}{15}) = -\frac{6}{5}$$

$$-1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \div \frac{-5}{8} = -1\frac{2}{3} - \frac{5}{4} \times (-\frac{8}{5}) = -1\frac{2}{3} + (\frac{(-5^1) \times (-8^1)}{4^1 \times 5^1}) = -1\frac{2}{3} + 2 = (-1+2) + (-\frac{2}{3}) =$$

$$1 + (-\frac{2}{3}) = \frac{1}{3}$$