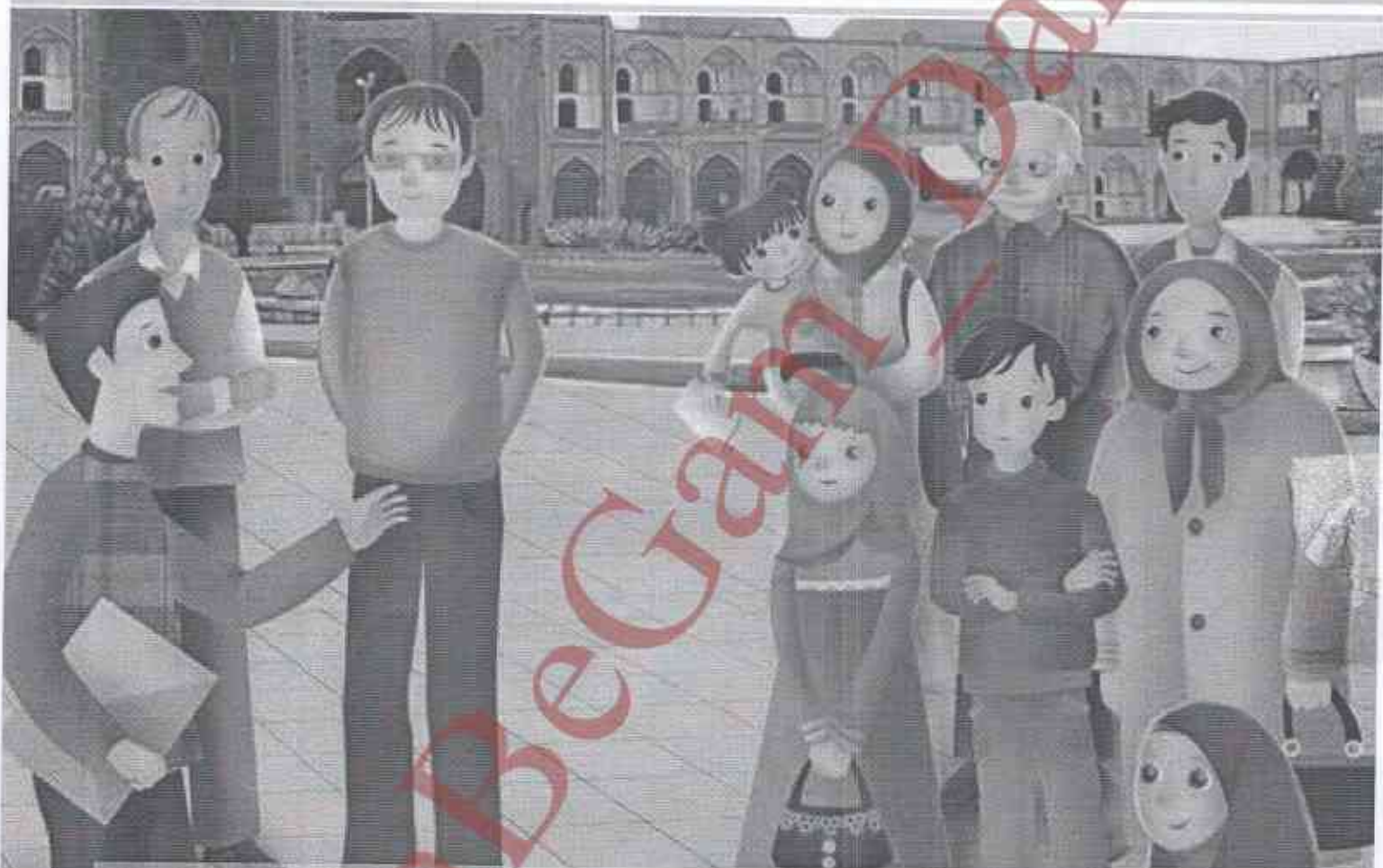




MATH-HOME.IR

جبر و معادله

فصل ۴



• الگوهای عددی

• عبارات جبری

• مقدار عددی یک عبارت جبری

• معادله

تبدیل مسائلی زندگی روزمره به عبارات ها و معادله های ریاضی را مدل سازی

می گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت

برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین

می توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a + nb$

نمایش داد. حروف a ، b و n به چه معنی هستند؟

۱- بتوانند از حروف در میان روابط کلمی و قواعد استفاده کنند.

۲- از حروف برای بیان روابط هندسی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کنند

۳- عبارتهای جبری را بنامند و هنگام ساده کردن عبارات ها، عملیات مشابه را تشخیص دهند

۴- ضرب عدد در عدد عبارت

۵- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کنند

۶- معادله را بنامند و روش حل معادله را بنامند

۷- با تغییر در یک یا دو متغیر مسئله را حل کنند

@GamBeGam - Dars

① بحث با الگوی عددی شروع شده تا متغیر ابعادی دار کنیم و دانش آموز متغیر را بفهمد

② رابطه‌ی مربوطه هر شکل را بدست آورید

③ در مفهوم به ازا

الگوهای عددی

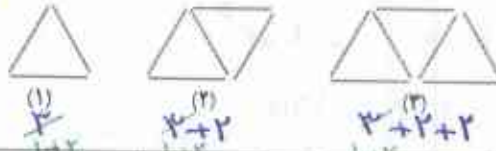
فعالیت

۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

تعداد خوب کبریت‌ها $= 3 + (n-1) \times 2$

$2 \times$ شماره‌ی شکل $+ 1 =$ تعداد خوب کبریت‌ها

$1 + 2n =$ تعداد



(4) $3+2+1+1$
(5) $3+2+2+2+1$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد خوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد خوب کبریت‌ها وجود دارد. تعداد خوب کبریت‌های شکل دهم را بدست کنید.

$3 + (2+2+2+...+2) = 3 + 18 = 21$

$3 + (n-1) \times 2 =$ تعداد

شکل nام چند خوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد خوب کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



$1 + (n-1) \times 2 =$ تعداد

$1 + (n-1) \times 2 =$ تعداد

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	n
تعداد دایره								

$(-1) + 2 + 2 + 2 + ... + 2 = 2n - 1$
تعداد

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	۶/۵	۵ ۱/۳	۸	۵	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	۲۱ ۱/۳	۳۲	۲۰	۴a



$2n - 1 =$ تعداد

در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

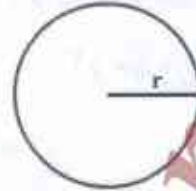
MATH-HOME.IR

کار و فعالیت

۱- در دبستان یا محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

$$\text{مساحت } S = 2 \times \frac{1}{2} \times r \times r = \pi r^2$$

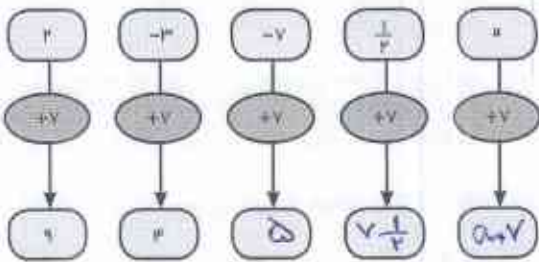
$$\text{محیط } p = 2 \times r \times \frac{1}{2} = 2\pi r$$



اول کلامی بیان شود

۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

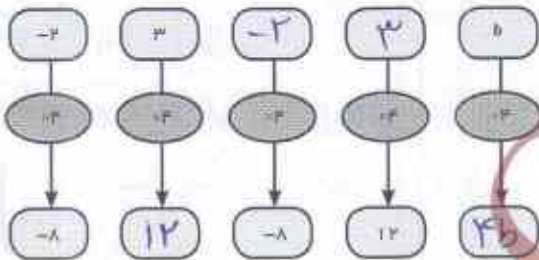
به فارسی توضیح دهید: حضور عدد ۷ به علاوه‌ی ۷ می‌کند، اعداد داخل کادر اول را ۷ واحد افزایش می‌دهد.



نمودارها را کامل کنید.

۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: اعداد داخل کادر اول را در عدد ۳ ضرب می‌کند.



نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله nام الگوهای عددها را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

۲n و و ۱۴ و و ۱۰ و و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

۵n و و ۲۵ و و ۱۵ و ۱۰ و ۵

۳n و و ۶ و ۳ و ۰ و ۳ و ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵

..... و ۱۱ و ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

۲ × شماره‌ی جمله

۵ × شماره‌ی جمله

۳ × شماره‌ی جمله

$$1 + (n-1) \times 2$$

به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارتی کلامی بیان می‌کردید را می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابجایی دارد. یعنی $a + b = b + a$ است.

حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

$a + 0 = a$

$a \times b = b \times a$

$1 \times a = a$

۲۵

↓

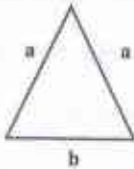
$(-1) + 2$

۱ و ۱+۲ و ۱+۲+۲ و ۱+۲+۲+۲ و ... و ۱+۲+۲+۲+...+۲ → $1 + (n-1) \times 2$

↓

$(-1) + 2 + 2$ و $(-1) + 2 + 2 + 2$ و ... و $(-1) + 2 + 2 + 2 + ... + 2$ → $2n - 1$

فعالیت



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.
الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟ چون باهم برابر هستند



محیط = $P = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots$

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

مساحت = $S = \dots a \dots \times \dots b \dots$

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.

عرض \times طول

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ

$8 \times 10 + 300 = 380$ تومان

۸ کارت چقدر می‌شود؟

$10n + 300$

هزینه‌ی چاپ تعداد n کارت چقدر می‌شود

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی

را که او در یک هفته می‌خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰,۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱,۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان n است، با یک عبارت جبری بنویسید.



$1000 \times n + 200,000$

$1000 \times \text{تعداد دانش‌آموزان} + 200,000$

۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

شماره‌ی عدد در هر مربع بنویسید
شماره‌ی مربع



شماره‌ی شکل $\rightarrow \frac{1}{n}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{1}$

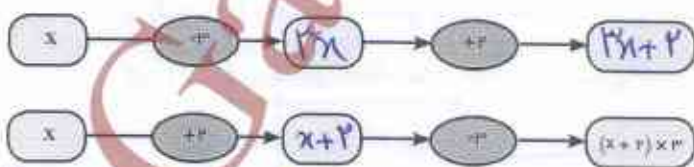
۶- شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟

چوب کبریت‌ها سه‌تا سه‌تا اضافه شده است



$1 + 3n$ شکل n ام

۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



x در عدد ۳ ضرب شد $x \times 3$

حاصل $3x$ با عدد ۲ جمع شد است $3x+2$

x (عدد ورودی)، با عدد دو جمع کردیم $x+2$

حاصل $(x+2)$ را در عدد سه ضرب کردیم $(x+2) \times 3$



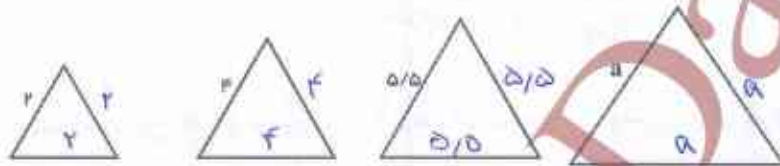
$$p = a + a + a + a + \dots$$

۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

در فرس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a+a+a+a=4a$$

۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



$$2+2+2=3 \times 2$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

$$p = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots =$$

$$p = 2a + b$$



$$p = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots + \dots b \dots =$$

$$p = 2a + 2b$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟ چون هر دو از یک جنس می باشند
 آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟ خیر، چون از جنس نیستند

تعریف

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی

از عبارت های جبری آورده شده است:

$$3x - 7 \text{ و } 5z \text{ و } m \times 5n \text{ و } 2 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « \cdot » یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « \times » پرهیز

می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « x » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر

x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, x \cdot y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

ضرب (و تقسیم)

MATH-HOME.IR

کار و کلاس

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دسته‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را a و قیمت هر گلابی را b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: $5a$ قیمت ۷ گلابی: $7b$ قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی: $3a+2b$

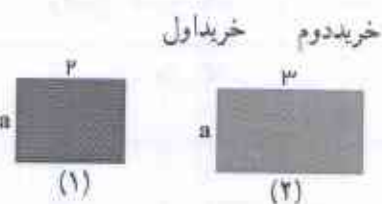
اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

$$3a + (2a + 4b) = (3a + 2a) + 4b$$

* چون سیب‌ها از یک جنس هستند پس می‌توانیم جمع‌کردن می‌کنیم

$$= 5a + 4b = \dots = \text{هزینه}$$

۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.



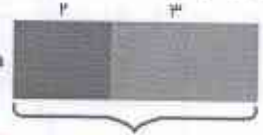
(۱) مساحت مستطیل $S_1 = 2a$ (۲) مساحت مستطیل $S_2 = 3a$

$$S = S_1 + S_2 = 2a + 3a = 5a$$

$$(2+3)a = 2a + 3a$$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟

توزیع پذیری را نشان می‌دهد



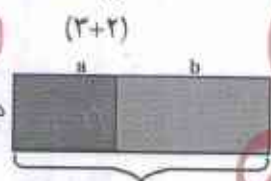
$$S = (2+3)a = 5a$$

چون عرض‌ها با هم برابرند پس مستطیلی به عرض a و طول $2+3$ داریم

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید. مساوی است

$$5(a+b) = 5a + 5b$$

توزیع پذیری یادآوری می‌شود



۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



$$5a + 5b = 5(a+b)$$

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت $a, 2a, 3a, 4a, 5a$ و یک جمله است. دو جمله $a, 2a$ متشابه‌اند اما $2a$ و $3a$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز: $(a(bc)) = (ab)c$ الزامی است.

جمله متشابه

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2 \quad (4n-7) + (7n+4) = 4n-7+7n+4 = 11n-3$$

$$2a-8b+6a+6b = 9a-2b \quad 7a+6a-2a+3b = a+3b$$

$$4x-6y+1-3x+2y+7 = x-4y+8 \quad 2x-4y+7-3x+2y+1 = -x-2y+8$$

اولی اولی

$$4x + (-6y) + 1 + (-3x) + 2y + 7$$

$$(4x + (-3x)) + ((-6y) + (2y)) + (1+7)$$

$$x + (-4y) + 8 = x - 4y + 8$$

کار و کلاس

$$3(2x+5y) = 3x(2x) + 3x(5y)$$

$$= (3 \times 2)x + (3 \times 5)y$$

$$= 6x + 15y$$

- ① دست‌نزدی
- ② فاکتورگیری
- ③ ساده‌نویسی و انجام عملیات جمع و تفریق

در زیر نحوه جمع کردن جملات مشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

البرین ۳۳۳
گفته شود بهتر است

$$6x+5y-4x+8y = (6x-4x)+(5y+8y) = (6-4)x+(5+8)y = 2x+13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در برانتر مشخص شده است.

$$3(2x+5y) = 3 \times 2x + 3 \times 5y = 6x+15y$$

$$-(2x-5y) = -1 \times 2x - 1 \times (-5y) = -2x+5y$$

$$(-1) \times (2x + (-5y)) = (-1) \times (2x) + (-1) \times (-5y)$$

آموزش گویچه‌گیری

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

$$= (-1 \times 3)x + (-1 \times (-5))y = -3x + (+5y)$$

۱- عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

- الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد $a+8$ (ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد $4x-7$
- ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ $\frac{a}{5} + 9$ (د) دو سوم محیط (p) $\frac{2}{3}p$



۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک جادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی معرفی شده است، خریداری کند قیمت این جادر ۴۵۰۰۰ تومان است. اگر او در حال حاضر ۴۵۰۰۰ تومان داشته باشد و هر هفته ۱۰۰۰ تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می‌کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟ **۵ هفته طول می‌کشد**

۳- یک عبارت کلامی برای عبارت‌های جبری زیر بنویسید

$$4x-7 \qquad a+8 \qquad 7x$$

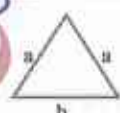
۴- محیط و مساحت شکل‌ها را به صورت جبری بنویسید.

$$p = 2(w+b)$$



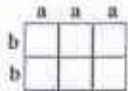
$$s = wl$$

$$p = 2a+b$$



$$p = 4a + 5b$$

$$s = 4ab$$



$$p = 2(2a+2b)$$

$$p = 4a + 5b$$

$$s = 2a \times 2b$$

$$s = (2 \times 2)ab$$

$$s = 4ab$$

$$1) 2a-8+7a+6b = 10a+4b-8$$

$$2) 2p+4t-2p+7t = p+11t$$

$$3) (4n-7)+(5n+6) = 9n-1$$

$$4) (2x-8)-(3x+7) = -x-15$$

$$5) 4(2x-1)+3x-7 = 11x-11$$

$$6) 2x-7-(4x+8) = -2x-15$$

$$7) 6-7e+9h-2h+5c = -7e+7h+4c$$

$$8) 4(y+x+2)-8(x-6+1) = 4y-4x+48$$

$$9) 4x+7y-8x+2y+6x = 2x+9y$$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟

$$1) t+5t = 6t \quad \checkmark$$

$$2) -u-3v+4 \quad \text{نیست توان}$$

$$3) 2z+9y \quad \text{نیست توان}$$

$$4) 7m-9n \quad \text{نیست توان}$$

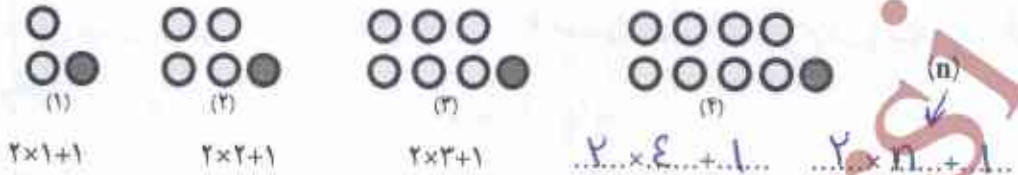


$$7x \leftarrow 7 \text{ برابر پول علی}$$

$$a+8 \leftarrow \text{پول سارا ۸ تومان بیشتر}$$

$$4x-7 \leftarrow \text{از ۴ برابر پول زینب ۷ تومان کمتر است}$$

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



$$n=4 \rightarrow 2 \times 4 - 1 = 7$$

$$n=10 \rightarrow 2 \times 10 - 1 = 19$$

الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n ام را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید. $10 \times 2 + 1 = 21$

۲- اگر جمله n ام یک الگو باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n-7$ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۱	۳	۰	۸	-۵	-۷	$\frac{۲}{۲}$
$2n-7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	-1	-7	9	-17	-21	-4

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{2}{2} - 7 \\ = 2 - 7 \\ = -5 \end{aligned}$$

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $n = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$$p = 4 \times 5 = 20$$

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



$$\begin{aligned} 2x-5 \\ \downarrow \\ 2 \times 3 - 5 = 6 - 5 \\ = 1 \end{aligned}$$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم مقدار عددی آن عبارت به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید.

در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$\begin{aligned} a-(a-2b) \quad a=5 \quad b=3 \\ 5-(5-2 \times 3) = 5-(5-6) = 5-(-1) = 5+1 = 6 \end{aligned}$$

الویتها یا رادری
سود

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=3$ و $t=6$ محاسبه کرده اند. کدام یک پاسخ را درست

به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید. $3(t+27 \div s)$ استفاده از ماشین حسابهای علمی

حسن ابتداء جمع را انجام داده

در صورتی که تقسیم مقدم است

$$3(6+27 \div 3)$$

$$3(6+27 \div 3)$$

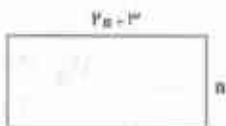
$$= 3 \times (6+9)$$

$$= 3 \times (33 \div 3)$$

$$= 3 \times 15 = 45 \checkmark$$

$$= 3 \times 11 = 33 \times$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $s=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1+2a} = \frac{4 \times 2 - 1}{1 + 2 \times 2} = \frac{8-1}{1+4} = \frac{7}{5}$$


$$(2n+3) \times n$$

۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید

$$4 \times (2 \times 4 + 3) = 4 \times 11 = 44$$

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(y \times y - 8) \div 12 =$$

$$3 \times (4 \times 4 - 8) \div 12$$

$$3 \times 8 \div 12 = 24 \div 12 = 2$$

در انجام تقسیم و ضرب الویت از سمت چپ است

نکته

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y) = 3 \times (4-9) - 5(2-6) = -15 + 20 = 5$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y) = 6x - 9y - 5x + 10y = x + y = 2 + 3 = 5$$

از مقایسه جواب ها چه نتیجه ای می گیرید؟ برای سادگی کار من کوآنیم ابتدا عبارت های

جبری را ساده نویسی (مختصر نویسی) کنیم سپس حاصل را به دست آوریم

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام

$$7000k + 2000s$$

۲۰۰۰ تومان خریداری می‌کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید. $7000 \times 3 + 2000 \times 4 = 21000 + 8000 = 29000$
 ب) اگر سارا ۴ کتاب نو و ۶ کتاب دست دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران پاشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) نگهداری می‌کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

$$2m + n$$

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل

$$2 \times 1000 + 5000 = 7000$$

میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدد‌های داده شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m=3 \quad n=-4 \quad -2x + y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

$$3 + (-4-1)(-4-1) = 3 + 25 = 28 \quad -2 \cdot 8 + 1(8-1) = -16 + 7 = -9$$

a	2	-5	2
a+7	9	2	$\frac{3}{2} + 7 = 7\frac{3}{2}$

b	3	-3	0	$\frac{1}{4}$
-3b+4	-5	13	4	$5\frac{1}{4}$

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار

$$30000a$$

برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.
 ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش‌آموزان چقدر باید بردارند؟

$$30000 \times 120 = 3,600,000$$

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدد‌های داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases} \begin{cases} 2x-3y+7x-2(2x-y+3) \\ = 11x-3y-4x+2y-6 \\ = 7x-y-6 \\ = 70-20-6 \\ = 50-6 \\ = 44 \end{cases} \begin{cases} x=1/7 \\ y=-1/6 \end{cases} \begin{cases} 2(x-3y+1)-(2x-6y-3) \\ = 2x-6y+2-2x+4y+3 \\ = -2y+5 \\ = 5 \end{cases}$$



کلامی: چون P مربع است

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$p = 4a$$

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ به جای P

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟ ضلع مربع

$$4a = 12$$

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵ ✓	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$	$24 + 7 \neq 37$	$30 + 7 = 37$	$34 + 7 \neq 37$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ عدد ۵

پاسخ معادله چیست؟ $n = 5$

تعریف معادله

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود.

برای مثال $4n = 12$ و $6n = 37$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را

برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$x = 3$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x = 4$$

$$x \times x = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

وقت نشود

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟ خیر زیرا طولانی است

و خیلی اوقات رسیدن به جواب غیر ممکن است

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{l}
 4=4 \\
 +3 \downarrow \\
 4+3=4+3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 4=4 \\
 -7 \downarrow \\
 -7+4=-7+4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 4=4 \\
 +1/5 \downarrow \\
 4+1/5=4+1/5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 4=4 \\
 +(-\frac{2}{3}) \downarrow \\
 4+(-\frac{2}{3})=4+(-\frac{2}{3})
 \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ می‌توانیم مقدار دوجوای را به دو طرف معادله اضافه کنیم

$$a = b \implies a + c = b + c$$

تقسیم هم لفظه شود

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟ اصلاح شود

$$\begin{array}{l}
 8=8 \\
 \times 3 \downarrow \\
 3 \times 8 = 3 \times 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 8=8 \\
 \times (-2) \downarrow \\
 8 \times (-2) = 8 \times (-2)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 8=8 \\
 \times 1/5 \downarrow \\
 8 \times (1/5) = 8 \times (1/5)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 8=8 \\
 \times \frac{3}{4} \downarrow \\
 8 \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4}
 \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ دو طرف یک تساوی را می‌توانیم در عدد دوجوای ضرب کنیم

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{aligned}
 2x - 1 &= 7 \\
 +1 \downarrow & \quad 2x - 1 + 1 = 7 + 1 \implies 2x = 8 \\
 \times \frac{1}{2} \downarrow & \quad \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8 \implies x = 4
 \end{aligned}$$

بهتر است هر دو طرف را
گوشه‌ها را

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x - 1 = 7 \implies 2x = 7 + 1 = 8 \implies x = \frac{8}{2} = 4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-8 = 2x + 4 \implies x = -6$$

$$9 = 4x - 7 \implies x = 4$$

$$2x - 4 = x \implies x = 4$$

$$2 + 4x = 11 \implies x = 2$$

$$2x - 4 = x \implies x = 2$$

$$x - 6 = 10 \implies x = 16$$

$$2x - 4 = x$$

$$\implies 2x - 4 - x = x - x$$

$$\implies x - 4 = 0$$

$$\implies x - 4 + 4 = 0 + 4$$

$$\implies x = 4$$

مقدار x را از دو طرف برداریم

به دو طرف مقدار 4 واحد اضافه می‌کنیم

$$1m + 400 = 4000 \Rightarrow 1m = 3600 \Rightarrow m = 3600 \text{ تومان} \rightarrow \text{قیمت یک تیرسار}$$

$$12x + 3/4 = 30 \Rightarrow 12x = 29.75 \Rightarrow x = 2.48 \text{ متر}$$

$$(x-2) + x + (x+2) = -42 \Rightarrow x = -14$$

عدد زوج و منفی

همان طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از

حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری 100 عدد گل بنفشه را در باغچه ای به مساحت 6 متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم

تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

x: تعداد بنفشه ها در هر متر مربع

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله:

$$4x + 4 = 100$$

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

$$4x = 100 - 4 = 96$$

(حل معادله):

$$x = 96 \div 4 = 24$$

اصلاح شود

3

3

1- معادله های زیر را حل کنید.

$$x = 4$$

$$1) 2x - 3 = -9 \Rightarrow x = -3$$

$$2) 3x + 5 = 14 \Rightarrow x = 3$$

$$3) 4x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1 \quad x = -3$$

$$5) 7 + 2x = -8 \Rightarrow x = -7.5$$

$$6) 3x - 1 = 10 \Rightarrow x = 11/3$$

$$7) 2x - 4 = x - 3$$

$$8) x - 1 + 3x = 6x - 7 \Rightarrow x = 3$$

2- فاطمه کتاب داستانی را در 6 ساعت مطالعه کرد و 10 صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب 100 صفحه داشته باشد، فاطمه به طور

$$4x + 10 = 100 \Rightarrow x = 15$$

متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

3- محسن برای خرید 8 مداد 4000 تومان به فروشنده داد و 400 تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

اصلاح شود

4- از یک توب پارچه 3 متری دست کت و شلوار دوخته شده و 3/6 متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند

متر پارچه مصرف شده است؟

$$-1/3 - 1/2 = -1/3 + 1/2 = (-2+3)/6 = 1/6$$

$$5- \text{آیا } x=2 \text{ جواب معادله } \frac{x-4}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6} \text{ است؟ چرا؟}$$

$$6- \text{آیا } x=-3 \text{ جواب معادله } x \times x - 3x = 0 \text{ است؟ چرا؟}$$

7- احمد و بهمن 36 جلد کتاب را صحافی کردند. احمد 6 جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد

$$x + (x+4) = 36 \Rightarrow x = 15$$

کتاب صحافی کرده است؟
احمد = 21
بهمن = 15

حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

8- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن 42- شود.

جواب: -14, -12, -10

$$x + (x+1) = 19 \Rightarrow x = 9$$

9- دو عدد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر 19 گردد.

10- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد 80- گردد.

$$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -80$$

$$4x = -80 - 12 = -92$$

$$x = -23$$

$$(-23) + (-21) + (-17) + (-19) = -80$$

55

$$\begin{array}{r|l} 3500 & 145 \\ \hline 14x & 118 \end{array} \Rightarrow x = \frac{3500 \times 118}{14 \times 145} = 1000 \text{ در هر روز باید بسوزاند}$$

حل سوال ۴ =

$$\begin{array}{r|l} 3500 & 145 \\ \hline y & 118 \end{array} \Rightarrow y = 14000 \text{ کالری باید بسوزاند}$$

روش دوم

میزان کالری که در هر روز باید بسوزاند $x = 1000$

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- الگوی عددی
- عبارت جبری
- متغیر
- جملات متشابه
- معادله
- نوشتن جمله nام یک الگو
- تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
- تبدیل عبارت‌های جبری به عبارات کلامی
- نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
- ساده کردن عبارت‌های جبری
- جمع و تفریق جملات متشابه
- مفهوم معادله و جواب معادله
- ضرب عدد در پرانتز
- روش حل معادله
- ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

راه سوم $-\frac{1}{4} = -2$

1, -1, -2, -3, -5

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- مقدر عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y - 2 - (2x - y - 7) = 6x - 3y + 3 - 4x + y - 2 - 2x + y + 7$$

$$-y + 7 = -2 + (-1) = -3 \quad \text{۲- معادله زیر را حل کنید.}$$

$$2x - 2x + 2(x + 2) = 14 \Rightarrow -x + 2x + 4 = 14 \Rightarrow x = 10$$

بالا

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸- شود. $4x = -20 \Rightarrow x = -5$

راه ستم

۴- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۰/۴۵ کیلوگرم از وزنش خود را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز

بسوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟ **حل در بالا**

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد. $2x - 1 = 7$

۵۶ عددی را پیدا کنید که اگر در دو برابر آن یک واحد کنیم حاصل برابر ۷ می‌شود

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است:

- الف) پنج مقدار بیشتر از $n + 5$ ب) چهار برابر تفاضل y و 3 ج) یک سوم عدد 19 د) حاصل ضرب x و y تقسیم بر 3
- نوع (i) $\frac{19}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (iv) $n+5$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} -5x + 9 &= -4 & y + 4 - 18 &= -11 \\ -4 - 5 - 6 &= -15 & -3 + 4 - 11 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -12 + 12 + 3 &= 3 \\ -8 + 12 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

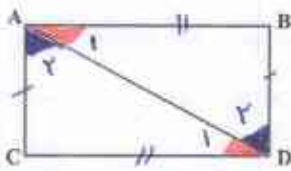
۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} 5f + 8f + 2 + 10f - 9 &= 22f - 7 & 2a + 7 + 2a - 5a - 10 &= a - 3 \\ -4(x+1) + 2(x+1) &= -2x - 2 & -6(y+x-1) + 2(1-x-y) &= -9y - 4x - 15 \end{aligned}$$

۴- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وترش 5 سانتی متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث استفاده کرده اید؟

استفاده کرده اید؟

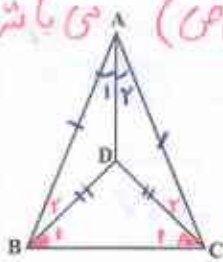
۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.



$$\left. \begin{aligned} \text{فرض} \quad AC &= DB \\ \text{فرض} \quad DC &= AB \\ \text{فرض} \quad \hat{C} &= \hat{B} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{D}_1 \\ \hat{D}_2 &= \hat{A}_2 \\ AD &= AD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA \quad (2)$$

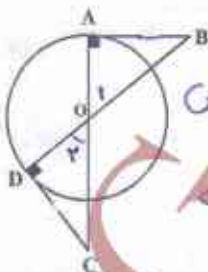
می باشد



۶- در شکل مقابل $AC = AB$ و $DC = BD$ است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟

$$\left. \begin{aligned} \text{فرض} \quad AB &= AC \\ \text{فرض} \quad BD &= CD \\ AD &= AD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{C} \\ DB = DC \\ AB = AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است}$$

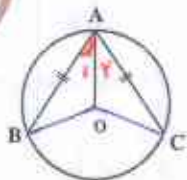


۷- با توجه به شکل دلیل تساوی دو باره خط AB و DC و همچنین دو باره خط OB و OC را بنویسید.

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{D}_1 \\ \hat{A} &= \hat{D} = 90^\circ \\ OA &= OD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB = \triangle ODC \quad (\text{O مرکز دایره است})$$

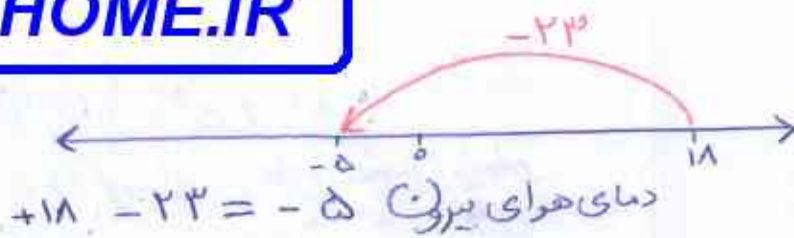
$$\Rightarrow \begin{aligned} AB &= DC \\ OB &= OC \end{aligned}$$

۸- می دانیم $AC = AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟



(O مرکز دایره است)

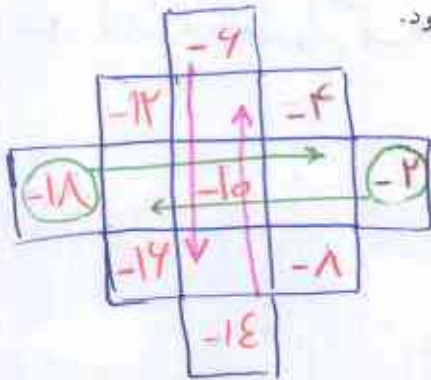
$$\left. \begin{aligned} \text{فرض} \quad AB &= AC \\ OA &= OA \\ \text{شعاع} \quad OB &= OC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB = \triangle OAC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$



۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق $+18$ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون 23 درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر -30 شود.



-12	-14	-4	$= -30$
-2	-10	-18	$= -30$
-14	-6	-8	$= -30$
-30	-30	-30	$= -30$

۱۱- یک ماتریس عددی با قانون زیر کار می‌کنند.

$$3x + (-7)$$

عدد ورودی را در $+3$ ضرب کن و حاصل را با -7 جمع کن

با وارد کردن عدد $+2$ به این دستگاه چه عددی خارج می‌شود؟

$$3x - 7 = 5 \Rightarrow x = 4$$

اگر عدد خارج شده 5 باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟ اصلنامه

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots - 49 + 50 = 25$$

$$(-1+2) + (-3+4) + \dots + (-49+50) = 25$$

۱۲- حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

۱۳- با کارت‌های عدد به صورت $6, 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12$ جاهای خالی را کامل کنید.

$$\dots + (-1) = 0 \quad \dots + (-7) = 3 \quad \dots + (-5) = -1$$

$$\dots + (-5) + (-3) = \text{کمترین مقدار ممکن} \quad \dots + 5 + 3 = \text{بیشترین مقدار ممکن}$$

$$\dots + (-7) = -1$$

۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل‌های زیر است، تعداد چوب‌کیرت‌های لازم برای شکل n ام را پیدا کنید.



$$9 + 3 + 3 + 3 = 18$$

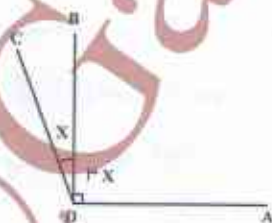


$$9 + 3 + 3 + 3 + 3 = 24$$

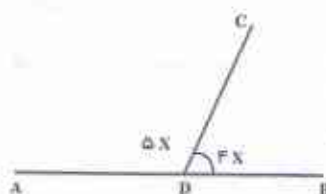
$$\Rightarrow 3n + 3$$

$$3(n+1)$$

۱۵- مقدار x را بدست آورید



$$3x = 90 \\ x = 30$$



$$9x = 180 \\ x = 20$$

اصلنامه ۵۸