

((فصل اوّل : تابع))



درس ۱ : توابع چند جمله ای ، توابع صعودی و نزولی

توابع چند جمله ای

اگر n یک عدد صحیح نامنفی و a_0 و a_1 و a_2 و ... و a_n اعداد حقیقی باشند که $a_n \neq 0$. در این صورت تابع زیر را یک تابع چندجمله‌ای از درجه‌ی n می‌نامند.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

برای مثال توابع زیر توابع چندجمله ای هستند.

(الف) تابع ثابت

$$f(x) = c \quad \text{تابع چندجمله ای از درجه صفر}$$

(ب) تابع خطی

$$f(x) = ax + b \quad \text{تابع چندجمله ای از درجه یک}$$

(ج) تابع درجه ۲ (سهمی)

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{تابع چندجمله ای از درجه دو}$$

(د) تابع زیر نیز یک تابع چند جمله ای از درجه ۳ است.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \text{تابع چندجمله ای از درجه سه}$$

۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>تابع $y = 2x^5 - 4x^3 + \sqrt{7}x$ یک تابع چند جمله ای <u>نیست</u>.</p>
۰/۲۵ نمره	دی ۹۹	<p>۲ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>در بازه‌ی $(0,1)$، نمودار تابع $y = x^3$، نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.</p>
۰/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	<p>۳ درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی توابع چند جمله ای برابر R است.</p>

1. برای تابع $f(x) = 0$ درجه تعریف نمی‌شود.

۲۵/۰ نمره	دی ۱۴۰۰	۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x$ یک چند جمله‌ای از درجه ۳ است.
۲۵/۰ نمره	دی ۱۴۰۰	۵ در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه‌ی $(0,1)$ ، از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالا‌تر- پایین‌تر)

توابع یکنوا

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه اش صعودی گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه اش صعودی اکید (اکیداً صعودی) گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه اش نزولی گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه اش نزولی اکید (اکیداً نزولی) گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه اش ثابت گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

توجه :

۱ : هر تابع صعودی اکید یا نزولی اکید را تابع اکیداً یکنوا می نامند.

۲ : اگر تابعی صعودی یا نزولی باشد، را یکنوا می نامند.

۳ : طبق تعریف تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است یعنی یکنوا است ولی اکیداً یکنوا نیست.

۴ : برای تعیین صعودی یا نزولی یا ثابت بودن تابع به کمک نمودار آن، نمودار را از چپ به راست نگاه کنید.

۵ : به طور مشابه، صعودی یا نزولی بودن تابع را می توان در یک فاصله مانند $I \subseteq D_f$ تعریف نمود.

۲۵/۰ نمره	دی ۹۷	۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود.
۲۵/۰ نمره	خرداد ۹۸	۲ در جای خالی گزینه‌ی مناسب داخل پراتنز را انتخاب کنید. تابع $y = (x+1)^3$ در دامنه‌ی تعریف خود (صعودی ، نزولی) است.
۲۵/۰ نمره	تیر ۹۸	۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه‌ی خود اکیداً یکنوا است.

۲۵/۰۲۵ نمره	تیر ۹۸	در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. تابع $y = x^2 x$ در بازه‌ی $(-\infty, a]$ نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است.
۲۵/۰۲۵ نمره	شهریور ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = -x^3 + 2$ در دامنه‌ی تعریفش صعودی است.
۲۵/۰۲۵ نمره	دی ۹۸	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود، تابع نامیده می شود.
۲۵/۰۲۵ نمره	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. تابع ثابت در یک بازه هم صعودی و هم نزولی است.
۲۵/۰۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x $ در دامنه اش صعودی است.
۲۵/۰۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید. تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی تعریف می شود، تابع گفته می شود.
۲۵/۰۲۵ نمره	شهریور ۹۹	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. توابع اکیداً یکنوا، همواره هستند.
۵/۰۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید. تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه اش اکیداً نزولی است.

درس ۲: ترکیب توابع

هرگاه g و f دو تابع باشند، ترکیب تابع g در f که به صورت $f \circ g$ نمایش داده می شود را به صورت زیر تعریف می کنند.

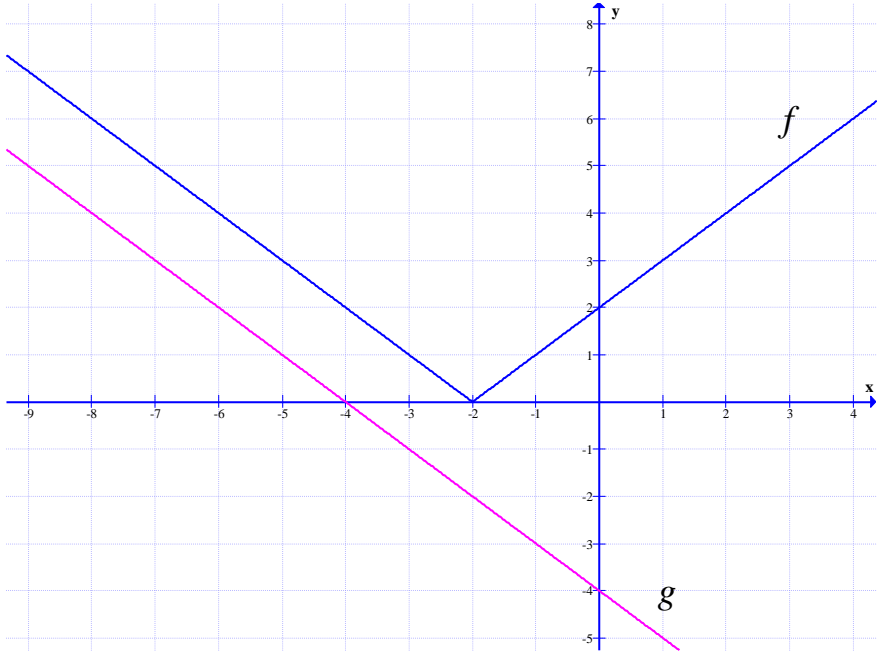
$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

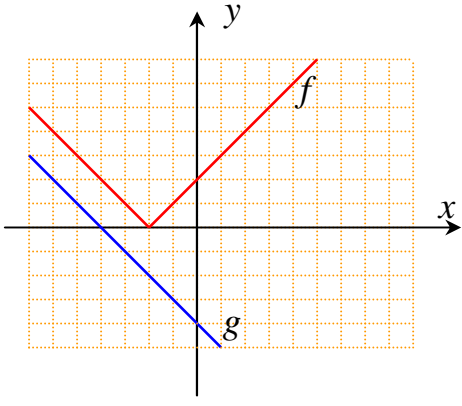
دامنه‌ی تابع مرکب $f \circ g$ با توجه به نمودار فوق به شکل زیر مشخص می شود.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

۲۵/۰۲۵ نمره	دی ۹۷	جای خالی را کامل کنید. تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^2$ ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است.
----------------	-------	--

۱/۲۵ نمره	دی ۹۷	توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۲
۱ نمره	خرداد ۹۸	دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۳
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۸	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد. دامنه‌ی تابع $(f \circ g)(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۴
۱ نمره	دی ۹۸	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به کمک تعریف بدست آورید.	۵
۱ نمره	خرداد ۹۹	اگر $f(x) = 3x - 4$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را به دست آورید.	۶
۲ نمره	خرداد ۹۹	اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد. الف: دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: مقدار $(g \circ f)(2) - \frac{f}{g}(0)$ تعیین کنید.	۷
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin x$ باشند، آنگاه $(g \circ f)(x) = \sqrt{\sin x}$ خواهد بود.	۸
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ باشد، آنگاه $(f \circ g)(4) = \dots$	۹
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به دست آورید.	۱۰
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را بدست آورید.	۱۱

شهریور ۹۹	شماره ۲	۱۲	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد.</p> <p>الف: دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب: ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید.</p>															
دی ۹۹	شماره ۱/۵	۱۳	<p>با توجه به نمودارهای توابع f و g به سئوالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف: مقدار $(fog)(-1)$ را محاسبه کنید.</p> <p>ب: اگر $g(3t-1) = 0$ آنگاه مقدار t را به دست آورید.</p> <p>پ: با محدود کردن دامنه‌ی f، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود.</p>															
خرداد ۱۴۰۰	شماره ۱/۲۵	۱۴	<p>الف: دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب: مقدار $(gof)(2)$ را تعیین کنید.</p>															
شهریور ۱۴۰۰	شماره ۱/۵	۱۵	<p>با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.</p> <p>الف) $(gof)(1)$</p> <p>ب) $(fo(f+g))(0)$</p> <table border="1" data-bbox="485 1532 1235 1706"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>۰</td> <td>-۱</td> <td>۲</td> <td>-۵</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>-۲</td> </tr> </tbody> </table>	x	-۱	۰	۱	۲	$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵	$g(x)$	۲	۳	۴	-۲
x	-۱	۰	۱	۲														
$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵														
$g(x)$	۲	۳	۴	-۲														
دی ۱۴۰۰	شماره ۰/۲۵	۱۶	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$، آنگاه $(fog)(4) = 5$</p>															

۲ نمره	دی ۱۴۰۰	<p>الف: با توجه به نمودار توابع f و g، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید.</p> <p style="text-align: center;">$(g \circ f)(-1)$ و $(g^{-1} \circ f^{-1})(2)$</p> <p>ب: نمودار تابع $f(x) - 3$ را رسم کنید.</p> 	۱۷
--------	---------	--	----

تبدیلات

برای تابع $y = f(x)$ و با فرض مثبت بودن عدد k به شکل زیر بیان می‌شود.

نتیجه		نحوه‌ی تبدیل		تابع جدید
مطیع	نمودار به اندازه‌ی k واحد بالا می‌رود.	به عرض نقاط k واحد اضافه می‌شود.	طول نقاط ثابت می‌ماند.	$y = f(x) + k$
	نمودار به اندازه‌ی k واحد پایین می‌رود.	از عرض نقاط k واحد کم می‌شود.		$y = f(x) - k$
	اگر $0 < k < 1$ نمودار در جهت عمودی منقبض می‌شود. اگر $k > 1$ نمودار در جهت عمودی منبسط می‌شود.	عرض نقاط در k ضرب می‌شود.		$y = kf(x)$
لجباز	نمودار به اندازه‌ی k واحد به عقب می‌رود.	از طول نقاط k واحد کم می‌شود.	عرض نقاط ثابت می‌ماند.	$y = f(x + k)$
	نمودار به اندازه‌ی k واحد به جلو می‌رود.	به طول نقاط k واحد اضافه می‌شود.		$y = f(x - k)$
	اگر $0 < k < 1$ نمودار در جهت افقی منبسط می‌شود. اگر $k > 1$ نمودار در جهت افقی منقبض می‌شود.	طول نقاط در $\frac{1}{k}$ ضرب می‌شود.		$y = f(kx)$

۰/۷۵ نمره	دی ۹۷	<p>با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$ را رسم کنید.</p>	۱
۰/۵ نمره	خرداد ۹۸	<p>با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار $y = \frac{1}{2}f(4x)$ را رسم کنید.</p>	۲
۰/۵ نمره	تیر ۹۸	<p>با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 1$ را رسم کنید.</p>	۳
۰/۵ نمره	شهریور ۹۸	<p>نمودار تابع $y = f(x)$ ، به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.</p>	۴
۰/۲۵ نمره	دی ۹۸	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>برد تابع با ضابطه‌ی $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است.</p>	۵

۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	<p>۶ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.</p> <p>الف: نمودار تابع $y = 3f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.</p> <p>ب: دامنه‌ی تابع $y = 3f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را تعیین کنید.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	<p>۷ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف: اگر برد تابع f برابر $[-1, 4]$ باشد، آنگاه برد تابع $y = 2f(x)$ برابر با است.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	<p>۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = -k f\left(\frac{x}{2}\right)$ همان دامنه‌ی تابع $y = -k f(x)$ می باشد.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ شهریور	<p>۹ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = k f(x)$ همان دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ است.</p>
۰/۵ نمره	۹۹ شهریور	<p>۱۰ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر است. نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x)$ را رسم کنید.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ دی	<p>۱۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = k f(x)$ همان دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ است.</p>

نمره ۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۰	<p>۱۲ با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$، نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید.</p>	۱۲
نمره ۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۰	<p>۱۳ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله‌ی آخر نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.</p>	۱۳

درس ۳: تابع وارون

تابع f را یک به یک می‌نامند هرگاه:

$$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$$

هر دو تابع g و f را وارون همدیگر می‌نامند، هرگاه $(fog)(x) = x$ و $(gof)(x) = x$

برای تعیین وارون یک تابع وارون پذیر، ابتدا متغیر x را به y و برعکس تبدیل می‌کنیم و سپس متغیر y را بر حسب x محاسبه می‌کنیم.

توجه داشته باشید که اگر تابع f معکوس پذیر باشد، معکوس آن را با f^{-1} نمایش می‌دهند.

با توجه به مفهوم تابع معکوس به سهولت نتیجه می‌شود که:

الف) تابعی معکوس پذیر است، هرگاه یک به یک باشد.

ب) دامنه‌ی تابع f^{-1} برابر برد تابع f است. $(D_{f^{-1}} = R_f)$

ج) برد تابع f^{-1} برابر دامنه‌ی تابع f است. $(R_{f^{-1}} = D_f)$

د) نمودار هر تابع معکوس پذیر با نمودار معکوس آن نسبت به خط نیمساز ربع اول و سوم $(y = x)$ متقارن هستند.

نمره ۰/۷۵	دی ۹۷	<p>۱ اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید.</p>	۱
نمره ۱	تیر ۹۸	<p>۲ اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را بدست آورید.</p>	۲

۱ نمره	شهریور ۹۸	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید. (این سؤال سه بار تکرار شده است.)	۳
۰/۵ نمره	دی ۹۸	با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 5$ تابعی وارون پذیر بسازید. دامنه‌ی تابع جدید را بنویسید.	۴
۱ نمره	دی ۹۸	نشان دهید که توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند.	۵
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	الف: وارون تابع $y = \sqrt{x+2}$ را به دست آورید. ب: با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ یک تابع یک به یک به دست آورید.	۶
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	نشان دهید توابع $f(x) = \frac{-8x+3}{2}$ و $g(x) = \frac{3-2x}{8}$ وارون یکدیگرند.	۷
۱ نمره	شهریور ۹۹	ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ را به دست آورید.	۸
۱ نمره	دی ۹۹	ضابطه‌ی وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$ را به دست آورید.	۹
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید. دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگرند.	۱۰
۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند.	۱۱

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل اول ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

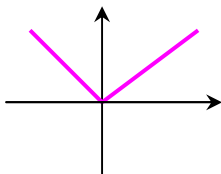
فصل ۱: تابع

درس ۱: توابع چند جمله ای

۱	نادرست
۲	پایین
۳	درست
۴	درست
۵	پایین تر

توابع صعودی و نزولی

۱	درست
۲	صعودی
۳	درست
۴	صفر
۵	نادرست
۶	ثابت
۷	درست
۸	نادرست. تابع قدرمطلق در دامنه اش که مجموعه ای اعداد حقیقی است نه صعودی و نه نزولی است.
۹	ثابت
۱۰	یکنوا



نادرست	۱۱
--------	----

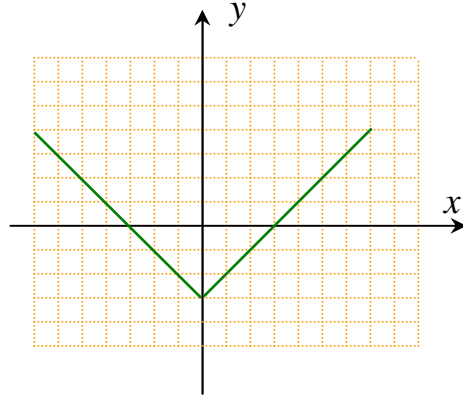
درس ۲: ترکیب توابع

$g(x) = x^2$	۱
$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\}$	۲
$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 4 \mid \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$	۳
$D_f \geq 1$ و $D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid f(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$	۴
$D_g = [-6, +\infty)$ و $D_f = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$	۵
$f(g(x)) = 3g(x) - 4 \xrightarrow{f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14} 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14$ $\rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18 \rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$	۶
الف) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4-2x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 2]$ ب) $(g \circ f)(2) - \frac{f}{g}(0) = (-1) - (-2) = 1$	۷
$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = \sin \sqrt{x}$ نادرست	۸
$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(7) = 5$	۹
$D_f = \mathbb{R}$ $D_g = x + 6 \geq 0 \rightarrow x \geq -6$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$	۱۰

$f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ $\frac{f(x) = 3x - 4}{\rightarrow f(g(x)) = 3g(x) - 4}$ $\rightarrow 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18$ $\xrightarrow{\div 3} g(x) = x^2 - 2x + 6$	۱۱
<p>الف :</p> $D_f = [1, +\infty), D_g = R$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ $= \{x \in R \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in R \mid 2x^2 \geq 2\} = \{x \in R \mid x^2 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ <p>ب :</p> $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1) = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2x^2 - 2}$	۱۲
<p>الف) $f(-3) = 1$ ب) $3t - 1 = -4 \rightarrow t = -1$ پ) $[-2, +\infty)$</p>	۱۳
<p>الف) $D_f = [1, +\infty), D_g = R$</p> $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid 2x^2 - 1 \in R\}$ $= (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ <p>ب) $(g \circ f)(2) = 1$</p>	۱۴
<p>الف) $g(f(1)) = g(2) = -2$</p> <p>ب) $(f + g)(\cdot) = -1 + 3 = 2$</p> $(f \circ (f + g))(\cdot) = f((f + g)(\cdot)) = f(2) = -5$	۱۵
	درست ۱۶

$$(g \circ f)(-۱) = g(-۱) = -۵$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(۲) = g^{-1}(۰) = -۴$$



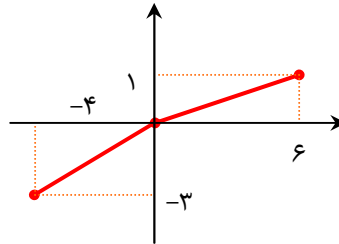
تبدیلات

۱ طول نقاط دو برابر و عرض نقاط ۲ واحد کم می شود.

تابع اصلی			
x	-۲	۰	۳
y	-۱	۲	۳

→

تابع جدید			
x	-۴	۰	۶
y	-۳	۰	۱

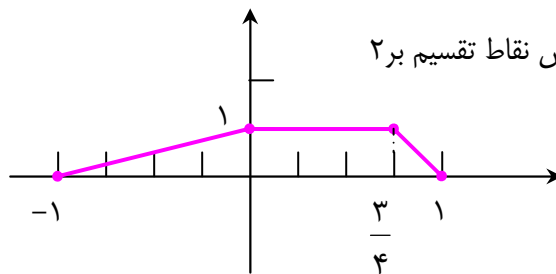


۱

تابع اصلی				
x	-۴	۰	۳	۴
y	۰	۲	۲	۰

→

تابع جدید				
x	-۱	۰	$\frac{۳}{۴}$	۱
y	۰	۱	۱	۰



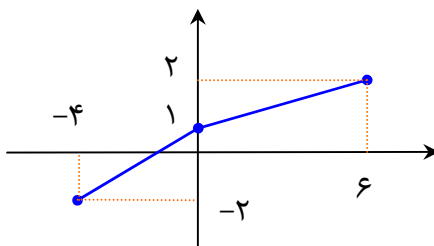
طول نقاط تقسیم بر ۴ و عرض نقاط تقسیم بر ۲

۲

۳

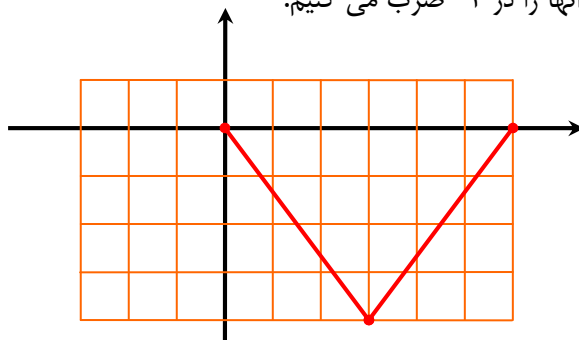
تابع اصلی				→	تابع جدید			
x	-۲	۰	۳		x	-۴	۰	۶
y	-۱	۲	۳		y	-۲	۱	۲

طول نقاط نمودار را دو برابر و عرض نقاط را یک واحد کم می کنیم.



۴

طول نقاط را سه برابر و عرض آنها را در -۲ ضرب می کنیم.



نادرست

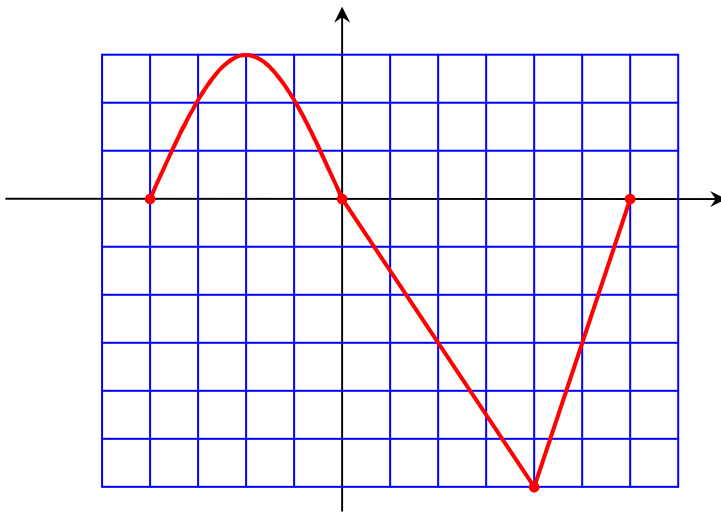
۵

۶ الف : ابتدا مختصات نقاط مهم تابع اصلی را تعیین می کنیم.

x	-۲	-۱	۰	۲	۳
y	۰	۱	۰	-۲	۰

اکنون طول نقاط دو برابر و عرض نقاط را سه برابر می کنیم تا مختصات نقاط مهم تابع جدید بدست آیند.

x	-۴	-۲	۰	۴	۶
y	۰	۳	۰	-۶	۰



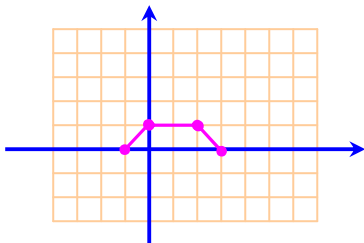
ب : $D = [-۴, ۶]$

۷ عرض نقاط دو برابر می شود و لذا برد تابع جدید می شود $[-۲, ۸]$

۸ نادرست

۹ درست

۱۰ طول نقاط اصلی نمودار را در $\frac{1}{۳}$ و عرض آنها را در $\frac{1}{۳}$ ضرب می کنیم.



۱۱ درست

	<table border="1"> <tr> <td>تابع اصلی</td> <td>x</td> <td>-۴</td> <td>۰</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>y</td> <td>-۲</td> <td>۲</td> <td>۲</td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td>تابع تبدیل یافته</td> <td>x</td> <td>۴</td> <td>۰</td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>y</td> <td>۰</td> <td>۴</td> <td>۴</td> </tr> </table>	تابع اصلی	x	-۴	۰	۲		y	-۲	۲	۲	تابع تبدیل یافته	x	۴	۰	-۲		y	۰	۴	۴	۱۲
تابع اصلی	x	-۴	۰	۲																		
	y	-۲	۲	۲																		
تابع تبدیل یافته	x	۴	۰	-۲																		
	y	۰	۴	۴																		
$f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ مرحله ۱ $f(x) - 2 = (x-1)^2 - 2$ مرحله ۲ $f(x+1) - 2 = x^2 - 2$ مرحله ۳ $-f(x+1) + 2 = -x^2 + 2$		۱۳																				

درس ۳: تابع وارون

$(g^{-1} \circ f^{-1})(\Delta) = g^{-1}(f^{-1}(\Delta)) = g^{-1}(64) = 4$	۱
$f^{-1}(x) = \lambda(x+3)$ $g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$	۲
$f^{-1}(\Delta) = \lambda(\Delta+3) = 64 \rightarrow g^{-1} \circ f^{-1}(\Delta) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4$	۳
به پاسخ سؤال قبل مراجعه کنید.	۴
$h(x) = x^2 - 5 ; x \geq 0$	۵
$(g \circ f)(x) = x$ و $(f \circ g)(x) = x$	کافی است که نشان دهیم:
$(f \circ g)(x) = f\left(\frac{x+4}{3}\right) = 3\left(\frac{x+4}{3}\right) - 4 = x$	
$(g \circ f)(x) = g(3x-4) = \frac{(3x-4)+4}{3} = x$	

<p>الف : ۶</p> $y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \sqrt{y+2} \rightarrow x^2 = (\sqrt{y+2})^2 \rightarrow x^2 = y+2 \rightarrow x^2 - 2 = y$ $\rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2$ <p>ب این تابع یک سهمی رو به بالا است. طول رأس سهمی به صورت زیر است.</p> $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(1)} = 2$ <p>لذا تابع در بازه هایی نظیر $(-\infty, 2)$ یا $(2, +\infty)$ یک به یک خواهد بود.</p> <p>توجه : بازه های دیگر نیز می توان نوشت و از طرف ۲ نیز ، بازه را می توان بسته نوشت.</p>	۶
<p>باید نشان دهیم که $f(g(x)) = x$ و $g(f(x)) = x$</p> $f(g(x)) = f\left(\frac{3-2x}{8}\right) = \frac{-8\left(\frac{3-2x}{8}\right) + 3}{2} = \frac{-(3-2x) + 3}{2} = \frac{-3 + 2x + 3}{2} = \frac{2x}{2} = x$ $g(f(x)) = g\left(\frac{-8x+3}{2}\right) = \frac{3 - 2\left(\frac{-8x+3}{2}\right)}{8} = \frac{3 - (-8x+3)}{8} = \frac{3 + 8x - 3}{8} = \frac{8x}{8} = x$	۷
$f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ $y = -\frac{7}{2}x - 3 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -\frac{7}{2}y - 3 \rightarrow x + 3 = -\frac{7}{2}y$ $\xrightarrow{\times\left(-\frac{2}{7}\right)} -\frac{2}{7}x - \frac{6}{7} = y \rightarrow y = -\frac{2x+6}{7}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{2x+6}{7}$	۸

$y = -5 - \sqrt{3x+1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -5 - \sqrt{3y+1} \rightarrow x+5 = -\sqrt{3y+1} \rightarrow (x+5)^2 = 3y+1$ $\rightarrow \frac{(x+5)^2 - 1}{3} = y$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x+5)^2 - 1}{3}$	۹
	۱۰ درست
	۱۱ نادرست

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان