



- اهداف
- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام گذاری کنند
  - ۲- روابط بین پاره خط‌ها را بنویسند و درک کنند
  - ۳- زاویه‌ها را نام گذاری کنند

هندسه و استدلال

## فصل ۳

- ۴- روابط بین زاویه‌ها را بنویسند و درک کنند
- ۵- زاویه‌های متمم، مثل و متقابل در این رابطه یادآورند
- ۶- با داشتن رابطه‌ها وارد استدلال منطقی شوند

۷- چند ویژگی متمم را در یادگیری ششم شناخته‌اند

۸- استدلال‌ها در یادگیری ششم به صورت تصویری و بدون اثبات بیان شده است

- روابط بین پاره خط‌ها
- روابط بین زاویه‌ها
- رسم مثلث
- هم‌نهشتی مثلث‌ها

شکل‌های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیای از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

اندازه‌ی جبری: اندازه‌ی جبری بردار  $\overline{AB}$  یا  $\overline{BA}$  عاقلین می‌دهیم  $\Rightarrow \overline{AB} = -\overline{BA}$

طول بردار  $\overline{AB}$  را به صورت  $|\overline{AB}|$  عاقلین می‌دهیم

رابطه بین باره خط‌ها

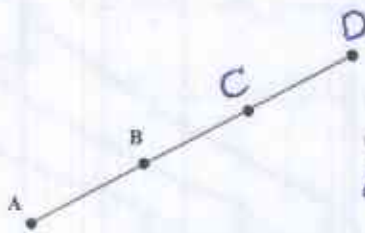
**MATH-HOME.IR**

در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر

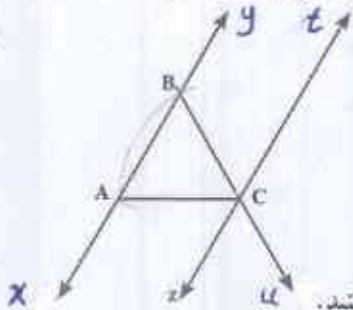
خط را با حروف کوچک نام‌گذاری می‌کنیم.

**تکرار در این کتاب - برای اندازه‌ی باره خط  $AB$  از  $\overline{AB}$  استفاده کرده‌ایم**

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و باره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط:  $zt - xy$

نیم خط:  $(Ax, Ay), (Bx, By), (Cu, Cx), (ct, cz)$

باره خط:  $AB, AC, BC$

دو خط موازی نام ببرید و با علامت || موازی بودن را نشان دهید.  $xy \parallel zt$

باره خط‌ها را اندازه بگیرید و به صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30 \quad \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

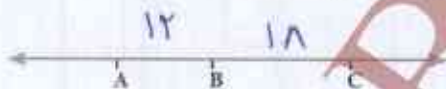
اشکال جبری

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

مقایسه باره خط‌ها

اشکال دارد

درستی بررسی



۳- در شکل مقابل باره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30$$

آیا  $\overline{AB} = \overline{BA}$  است؟ چرا؟ بلیه، چون اندازه تغییر نمی‌کند (کلامی)

آیا بدون اندازه‌گیری می‌توان رابطه زیر را نوشت؟ چرا؟ باره خط  $AC$  از دو باره خط  $AB$  و  $BC$  بوجود آمده

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$



بلیه -

آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

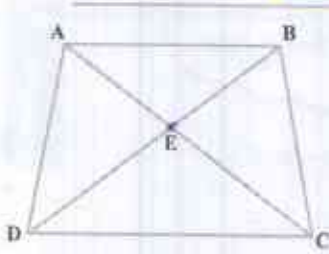
با قرار دادن اندازه‌ها به جای باره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

۳۰

دانش آموزان محترم به محبت استادان عزیز می‌شود

# MATH-HOME.IR



- AB, AE, AC, AD
- BE, BD, BC
- CE, CD
- DE

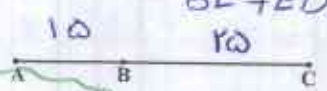
۱- تمام پاره‌خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10 \quad \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

مانند نمونه را خط‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC} \quad \overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD} \quad \overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

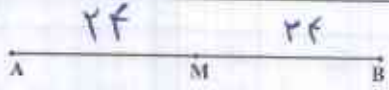
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} + \frac{25}{40} = \frac{40}{40} = 1$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟

هدف: رابطه‌ی بین پاره‌خط‌ها

درست و درستی



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره‌خط AB است.

پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$\overline{AM} = \overline{MB} \quad (\text{از } 24 = 24)$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$48 = 2 \times 24 \quad \checkmark$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 48$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

هدف: استدلال است

نصورت کلامی استدلال بیان می‌شود

۲- اگر پاره‌خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AC} = 2 \overline{AB} \quad \overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AE}$$

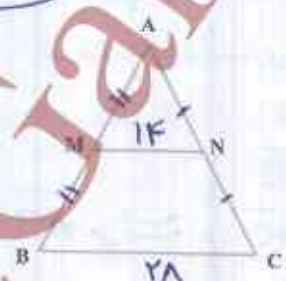
$$\overline{AE} = \frac{4}{3} \overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

برای سادگی کار از مثلث متساوی الاضلاع استفاده کنید

مثلث ABC متساوی الاضلاع است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} \quad \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} \quad \overline{AC} = 2 \overline{AN}$$



$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه‌گیری بررسی کنید.

نکته: پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را بهم وصل می‌کند نصف ضلع سوم و موازی با آن می‌باشد

$$\begin{matrix} AM = BM \\ AN = CN \end{matrix} \Rightarrow MN \parallel \frac{1}{2} BC$$

کارنامه کلاسی

میانگین

کارنامه کلاسی

# آموزش نوشتن استدلال

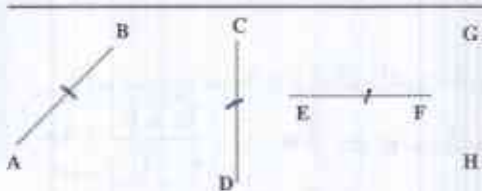
هر کدام از اضلاع مثلث AMN نصف

اضلاع مثلث ABC است و مثلث ABC متساوی

الاضلاع است پس مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است

بدون اندازه گیری

فعالیت



با توجه به پاره خط‌ها اگر بدانیم  $\overline{AB} = \overline{DC}$

و  $\overline{DC} = \overline{EF}$  و  $\overline{EF} < \overline{GH}$  رابطه‌های زیر را کامل کنید (این علامت  $\Rightarrow$  یعنی نتیجه می‌گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF} \quad \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

$(\overline{AB}, \overline{AM}, \overline{AC}), (\overline{BM}, \overline{BC}), (\overline{CM})$

$3 + 2 + 1 + 0 = 6$

$\frac{3 \times 3}{2} = 4.5$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط‌ها در شکل زیر می‌بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط‌ها را نام



$BM = MC$

$BM = \frac{1}{2} BC, CM = \frac{1}{2} BC$

بیرد. (M وسط ضلع BC است)

$BC = 2BM, BC = 2CM$

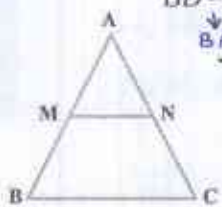
۲- یک خط رسم کنید و نقاط A و B, C, D را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشند.

$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$

$\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$



۳- مثلث ABC متساوی الاضلاع است. M, N وسط‌های ضلع‌ها اند. چگونه می‌توانید دلیل بیاورید



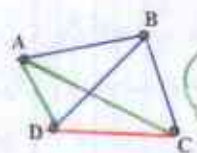
$AM = \frac{1}{2} AB$

$AN = \frac{1}{2} AC$

$MN = \frac{1}{2} BC$

$AB = AC = BC$

$\Rightarrow AM = MN = AN$  که مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است



۴- تمام نقاط شکل مقابل را بهم وصل کنید. چه شکلی به وجود آمد؟

۵- با رسم شکل‌های مناسب به سوال‌های زیر پاسخ دهید.

۶- کدام پاره خط‌ها قطرهای چندضلعی هستند  $\rightarrow AC, BD$

۷- کدام پاره خط‌ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می‌کنند

الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ **بی شمار**

ب) از دو نقطه چند خط می‌گذرد؟ **بی شمار**

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟ **بی شمار**

د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ **یک خط**

$1 \times 2 = 2$

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می‌آید؟ چرا؟

۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن اندازه‌ی قد حسین (c) است

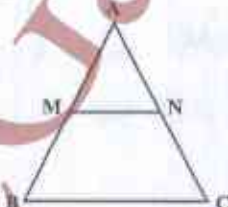
$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$

علی بزرگ‌تر از حسین است

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق‌های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و

تساوی‌های ریاضی دلیل بیاورید که  $\overline{AM} = \overline{AN}$  است.



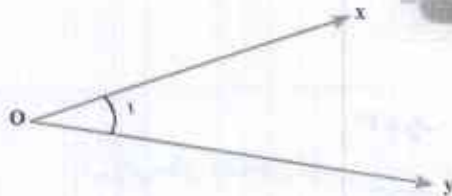
$AB \text{ وسط } M \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$

$AC \text{ وسط } N \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$

$\overline{AB} = \overline{AC}$  تعریف مثلث متساوی الساقین

$\Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$

## روابط بین زاویه ها



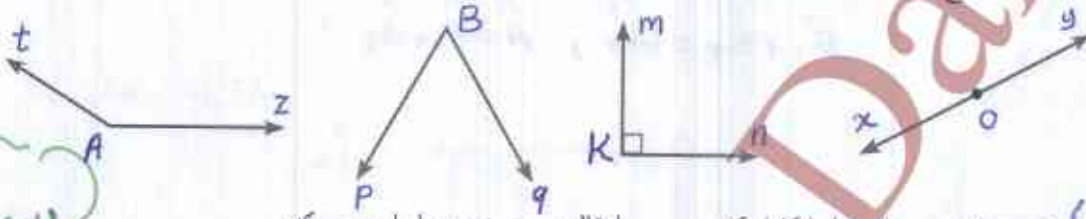
زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.

چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$\hat{x}\hat{O}y = \hat{y}\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

برای طبق قرار داد نقاط با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که از آن است با حروف کوچک

با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



۲- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با مقاله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

$$\hat{x}\hat{O}y + \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{x}\hat{O}y = \hat{z}\hat{O}y$$

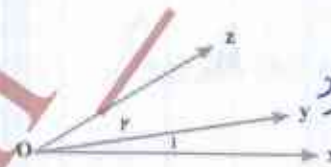
$$\hat{O}_r + \hat{O}_1 = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{z}\hat{O}y$$

وقتی به صورت رسم شود

و با ابزار بررسی شود

یا دگربری عمیق تر می شود



درست درستی

استدلال ملازمی

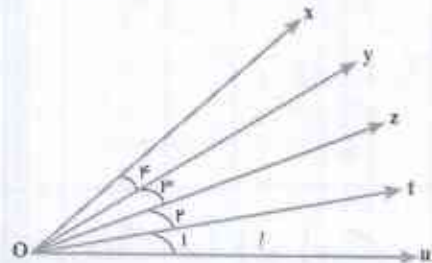
۳- زاویه های  $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$  همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \hat{1} \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \hat{1} \hat{O}_x$$

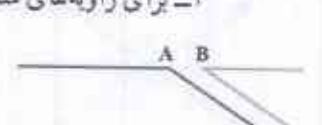
$$\hat{y}\hat{O}t = \hat{2} \hat{O}_r$$

$$\hat{O}_r = \hat{1} \hat{z}\hat{O}u$$



بین استادولری

۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 90$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$

۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

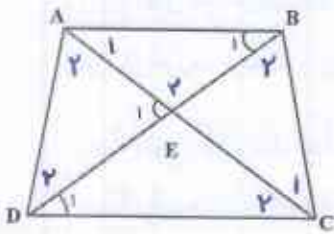


$$\hat{O}_1 + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_r = 180$$

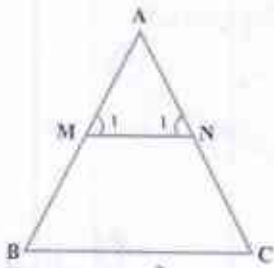


$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \hat{EDC} \text{ و } \hat{BDC} \\ \hat{B}_1 &= \hat{EBA} \text{ و } \hat{DBA} \\ \hat{E}_1 &= \hat{AED} \end{aligned}$$

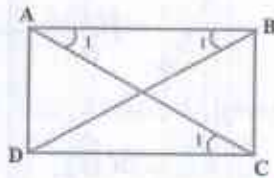
۳ حرف  
۱- زاویه‌های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۲- از رابطه‌های بین زاویه‌ها را بنویسید.

$$\begin{aligned} \hat{ADC} &= \hat{D}_r + \hat{D}_l, \quad \hat{A}_r + \hat{D}_r + \hat{E}_l = 180^\circ \\ \hat{E}_l + \hat{E}_r &= 180^\circ, \quad \hat{A} = \hat{A}_l + \hat{A}_r \end{aligned}$$

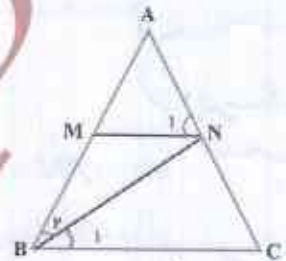


$$\left. \begin{aligned} \hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ \hat{C} &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$



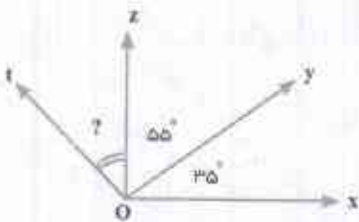
$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

استدلال روابط بین زاویه‌ها



$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{B}_r \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{N}_1$$

۲- رابطه‌ها را کامل کنید.



۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه را پیدا کنید.

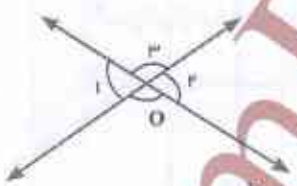
$$x\hat{O}t = t\hat{O}z + z\hat{O}y + y\hat{O}x$$

اگر  $x\hat{O}t = 120^\circ$  باشد.

$$120 = \square + 55 + 35 \Rightarrow \square = 30$$

$$\begin{aligned} 55 + 35 &= 90 \\ 120 - 90 &= 30 \end{aligned}$$

۱- با توجه به شکل مقابل رابطه‌ها را کامل کنید. استدلال مساوی دو زاویه متقابل به راس



$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 180 \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_3 &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟ زاویه‌های متقابل به راس یا هم‌برابرند.

۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل‌های زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.  
مستطیل

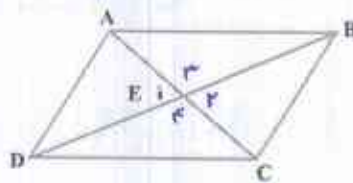


$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2, \quad \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

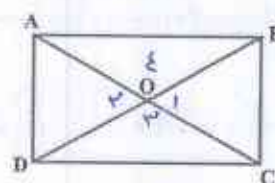
$$OC = OD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}$$

$$\hat{O}AB = \hat{O}BC \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$



$$\hat{E}_1 = \hat{E}_r$$

$$\hat{E}_r = \hat{E}_l$$



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_r$$

$$\hat{O}_r = \hat{O}_l$$

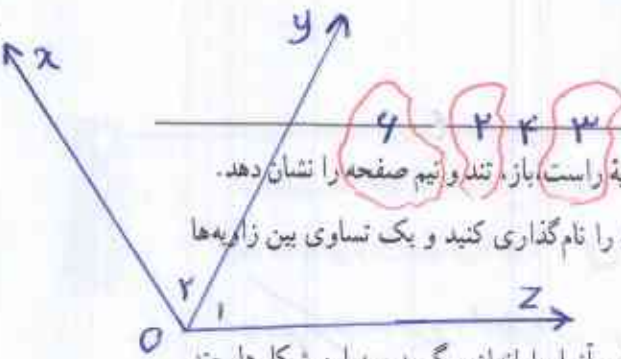
فقط زاویه‌های متقابل به راس گفته شود

زاویه نیم‌دایره: ساعت ۹ و ...

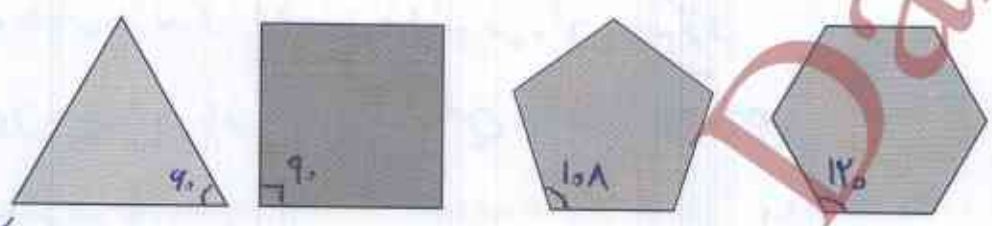
زاویه یک‌سوم: ساعت ۲ و ...

زاویه باز: ساعت ۴ و ۵ و ...

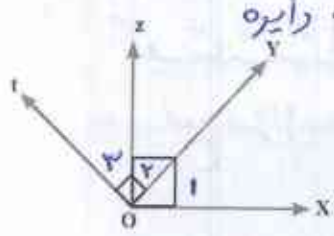
زاویه راست: ساعت ۳:۰۰ و ۹:۰۰ و ...



- ۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.
- ۲- یک زاویه  $120^\circ$  رسم کنید. با قاعده نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها بنویسید.  $\hat{\alpha}_1 = \frac{1}{2} \times \hat{\alpha}_2$   $\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 = \hat{\alpha}_2$   $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$
- ۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند ضلعی‌های منظم می‌گوییم. **کنارهای (طراس) منظم**



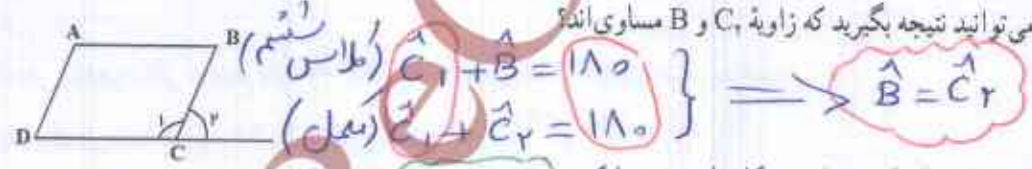
- با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟ **بزرگ تر می‌شوند (الگویابی)**
- اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؟ **دایره**
- ۴- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های  $\hat{xOz}$  و  $\hat{tOy}$   $90^\circ$  هستند.



چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های  $\hat{xOy}$  و  $\hat{tOz}$  مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_2 &= 90 \\ \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_1 &= 90 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$$

- ۵- می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های کنار هم مثل A و B و یا C<sub>1</sub> و D و یا C<sub>2</sub> و D با هم مکمل‌اند.



۶- اندازه زاویه x, y را در شکل‌های زیر پیدا کنید. **بدون ابزار**

$90 - 32 = 58$

$180 - 100 = 80$

$y = 100$

$x = 100$

$x = 100$

50

رسم مثلث

فعالیت

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن  $AB = 3 \text{ cm}$  باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ بی شمار مثلث می توان



رسم کرد - چون اندازه ی دو ضلع دیگر را نداریم و بهر خواه  
می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن  $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن  $AC = 2 \text{ cm}$  باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد

چون می توانیم با هر زاویه ای این دو ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های  $AB$ ،  $AC$ ،  $BC$  به ترتیب ۳، ۲ و  $2/5$  باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

یک مثلث می توان رسم کرد - در هر صورت که دانش آموزان جوابی ۲ یا ۴ یا ۱۲ را به

ایستاق سوال دادند بدان ها بگویند که هر یک از این مثلث ها یکی می باشد و چرخیده اند  
وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید پاک نکنید.

کار برگ

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های  $AC = 3$  و  $AB = 4$  و  $BC = 2$  سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه ۴ سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس  $A$  به اندازه ۳ سانتی متر باشند؟  
پایه ای به مرکز  $A$  و به شعاع ۳ رسم می کنیم

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس  $B$  به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟  
پایه ای به مرکز  $B$  و به شعاع ۲ رسم می کنیم

اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه  $A$  به اندازه ۳ و هم از نقطه  $B$  به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟

آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟ بله چون این دو دایره یکدیگر را در دو نقطه

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

دو نقطه قطع می کنند، این دو مثلث یکی می باشند و ما هم

همینست می باشند

در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی

وجود نمی آید



۱- مثلثی رسم کنیم که یک ضلع آن  $AB=3\text{cm}$  و یک زاویه آن  $\hat{A}=50^\circ$  باشد.

چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟ می‌توانیم چگون ضلع  $AC$  را نام ببریم  
و هر دانش آموزی بتواند آن را به دایره در نظر بگیرد

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن  $AB=3\text{cm}$  و زاویه آن  $\hat{B}=40^\circ$  و  $\hat{A}=50^\circ$  باشد.

چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟ فقط یکی، در صورتی که دانش آموزان  
جواب‌های ۱ و ۲ و ... دارند شما توضیح دهید که این مثلث‌ها  
کدام یکی می‌باشند که چرخیده‌اند

۳- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن  $AB=2\text{cm}$  و ضلع دیگر آن  $AC=3\text{cm}$  باشد.

چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟ می‌توانیم چگون ضلع  
چون زاویه‌ی بین دو ضلع مشخص نشده است

۴- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن  $AB=2\text{cm}$  و ضلع دیگر آن  $AC=3\text{cm}$  باشد. زاویه بین آنها یعنی  $\hat{A}=50^\circ$  باشد.

چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟ ! مثلث

چون فقط یک حالت موجود می‌آید و حالت‌های دیگر مثلث جدیدی بوجود نمی‌آورد  
فقط یک مثلث بوجود می‌آید و حالت‌های دیگر همان مثلث است که چرخیده

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته‌اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ض ز) دو زاویه و

یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می‌نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی

از حالت‌های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

دست ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت های زیر رسم کنید. (نام گذاری و اندازه گیری را فراموش نکنید).

الف)  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$  ،  $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$  ،  $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$

ب)  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$  ،  $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$  ،  $\hat{A} = 55^\circ$

ج)  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$  ،  $\hat{B} = 100^\circ$  ،  $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که  $\hat{A} = 5^\circ$  ،  $\hat{B} = 75^\circ$  و  $\hat{C} = 55^\circ$  باشد.

چند مثلث با این شرایط می توانید رسم کنید؟ بی شکی مثلث می توان رسم کرد  
اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق اند؟ خیر، می توانند غیر قابل انطباق باشند  
دلیل خود را بیان کنید. چون می تواند اضلاع متفاوتی داشته باشند

۳- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر باشند. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

پروژه ی تحقیقی

می توان به قضیه (ابطری) فیثاغورس اشاره ای کرد

۴- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۲ سانتی متر و زاویه رأس آن  $40^\circ$  درجه باشد.

۵- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که طول ساق آن  $2/5$  سانتی متر و زاویه های کنار قاعده آن  $50^\circ$  درجه باشد.

$2 + 3 = 5 < 7$

۶- آیا می توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟ خیر نمی توان

مجموع دو ضلع باید بزرگ تر از ضلع سوم باشد در غیر این صورت نمی تواند بر اقاطع منی کنند



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس

دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا

نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

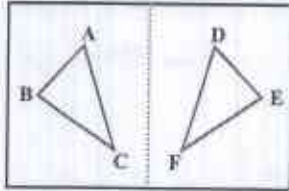
۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟

- ۱- دو جواب
- ۲- یک جواب
- ۳- سه جواب
- ۴- جواب ندارد

بهر مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر دایره ای را رسم می کنیم  
بهر حالت بوجود می آید

### درس و بررسی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید. کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را



باز کنید و مثلث دیگر را DEF بنامید.

با بررسی و بررسی مفهوم قابل انطباق بودن را متوجه بشوند و با چشم ببینند

تلقین

این دو مثلث ABC و DEF که بر هم منطبق می شوند، یا یکدیگر هم نهست (یا قابل انطباق) هستند و می نویسیم:

$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

به جای علامت هم نهستی از علامت مساوی استفاده شده است

تلقین

چه راه های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

بررسی اجزاء آن ها زاویه ها و ضلع ها

کارین

۲- در دو مثلث هم نهست (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی اند تساوی های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{BC} = \overline{EF} \quad \overline{AC} = \overline{DF} \quad \hat{A} = \hat{D} \quad \hat{B} = \hat{E} \quad \hat{C} = \hat{F}$$

اصلاح شود

۳- مثلث های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3 \text{ cm} \quad DF = 2 \text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ$$

$$AB = 3 \text{ cm} \quad AC = 2 \text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ$$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهست اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

$$\overline{CB} = \overline{FE}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \hat{B} = \hat{E}$$

همان طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می آید، پس

می توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند،

آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهست اند.

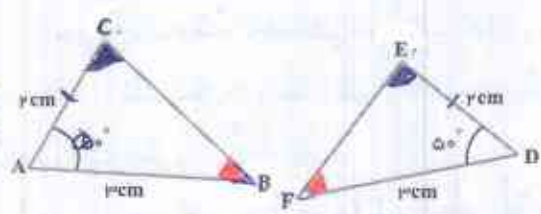
از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

نقطه‌ی مهم

در مواردی در اثبات‌ها از قضایایی استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده و به نظر بنده باید مطالبی را که حق استفاده از آن‌ها را در این باره عنوان نکته یا یادآوری می‌کرد

قابلیت

اصلاح شود



اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است. چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟ چرا  $EF=BC$  است؟

در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

بخش‌های استدلال کردن را به صورت گام به گام آموزش دهید

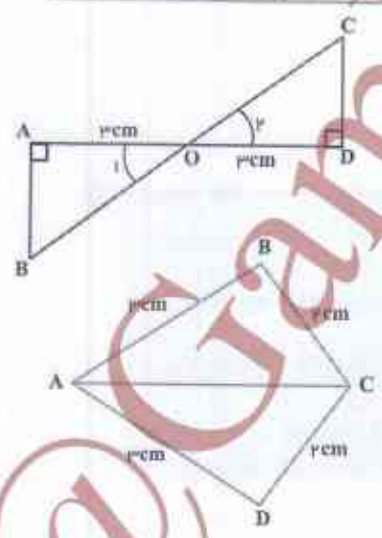
فرض مسئله	$\overline{AC} = \overline{DE} = 2\text{cm}$	} فرض	$\triangle BCA = \triangle FED$	} تساوی اجزاء متناظر	$\overline{BC} = \overline{FE}$
فرض مسئله	$\hat{A} = \hat{F} = 50^\circ$				
فرض مسئله	$\overline{AB} = \overline{FD} = 3\text{cm}$				
					تساوی اجزاء متناظر
					حالت تساوی
					تساوی دو ضلع
					دلیل درستی هر تساوی

به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسد مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی استفاده کرد.  
 - اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.  
 - اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با هم، هم نهشت‌اند.

توجه کنید

۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا  $CD=AB$  است؟



فرض مسئله	$\hat{A} = \hat{D}$	} تساوی اجزاء	$\triangle AOB = \triangle DOC$	$\hat{B} = \hat{C}$
فرض مسئله	$AO = DO$			
فرض مسئله	$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$			
				$AB = DC$
				$OB = OC$

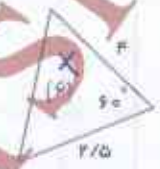
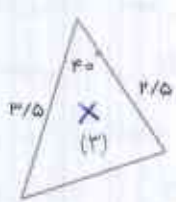
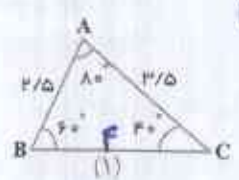
۲- دلیل قابل انطباق بودن دو مثلث را بنویسید.

ضلع مشترک	$AC = AC$	} (م.ض.م)	$\triangle ABC = \triangle ADC$
	$AB = AD = 2\text{cm}$		
	$BC = DC = 2\text{cm}$		

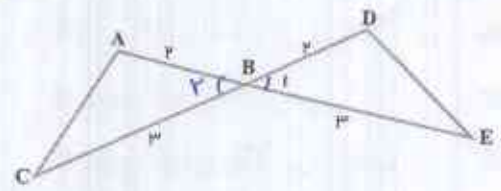
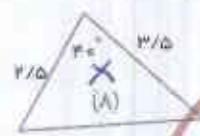
مانند به اینک هندسه دوری متوسطی اول ناقص است دانش آموزان می توانند اثبات

نهای شعوری را بری مسئله ها مطرح نمایند  $\Rightarrow$   $\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = 40^\circ$   
 $EC = FC$   
 $AC = AC$   $\Rightarrow$   $\triangle AEC = \triangle AFC$  (4) نسبت دوم

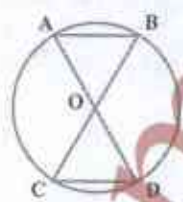
اصلاح شود



رضی رضی  
اصلاح شود



2- با توجه به شکل مقابل چرا  $AC = DE$ ?

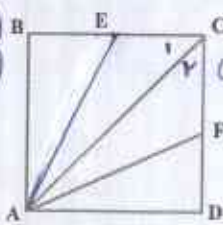


(O مرکز دایره است)

3- با توجه به شکل مقابل چرا  $AB = CD$ ?

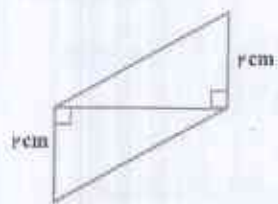
4- چهارضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از

شکل اصلاح شود



مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟

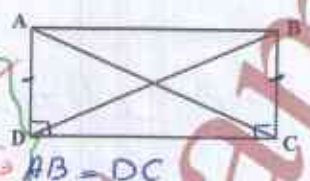
چرا  $AB = AD$  مربع  $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$   $BE = DF$   $\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow AE = AF$   
 چرا دو مثلث AEC و AFC هم نهشت اند؟



چون  $AE = AF$   $AC = AC$   $EC = FC$   $\Rightarrow \triangle ACF = \triangle AEC$

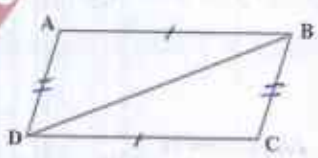
5- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید

6- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟



فرض کنیم قطرها  
تساوی شده

$AB = DC$   
 $AD = BC$



7- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

چرا زاویه های مقابل ( $\hat{A}$  و  $\hat{C}$ ) مساوی اند؟



8- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHB و AHC با هم قابل انطباق اند؟

تقریباً  $A_1 = A_2$   
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$   
 $AH = AH$   $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle ACH$

### مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- اجزای مناظر
- متقابل به رأس
- مثلث‌های هم‌نهشت یا قابل انطباق
- نام گذاری پایه خط، نیم خط و خط
- نام گذاری زاویه
- نوشتن رابطه بین پایه خط‌ها
- نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
- نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
- دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم
- تساوی اجزای مناظر در دو مثلث
- بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

### کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های ششم (بردار) و نهم (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک کامپیوتر، طراحی و ..... نیز کاربرد دارد.

### تمرین‌های ترکیبی

۱- چرا  $\hat{C} = \hat{A}_1$  است؟  $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$

$\hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ$

$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{B} = 90^\circ$

- ۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی متر و یک زاویه آن  $30^\circ$  درجه باشد.  
 ب) ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  
 رابطه‌ی بین ضلع مقابل به زاویه  $30^\circ$  و وتر را در مثلث قائم الزاویه بررسی کنید.  
 ۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟

$MH = MH$  (مشترک)

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$  (تعارف عمود منصف)

$AM = BH$  (تعارف عمود منصف)

$\Rightarrow \triangle AMH = \triangle BMH$  (ض ض ض)

$\Rightarrow AM = BM$  ۴۲