فصل چهارم

معادله ها و نامعادله ها

معادله درجه ۲ : $y = ax^2 + bx + c \Rightarrow y = 0$

حل معادله ⟵ به ازای چه xهایِ y برابر صفر می‌شود ⟵ که به این xها جواب های معادله یا ریشه‌ها یا طول از مبدأ یا محل تلاقی با محور xها می‌باشند.

$c =$ عددِ ثابت $b =$ ضریبِ x $a =$ ضریبِ x^2

⇓

یا عرض از مبدأ ⟵ محل تلاقی با محور yها ⟸ $x = 0$

روش های حل

① روش تجزیه و فاکتورگیری

⇓

با استفاده از اتحادها قابل حل است.

② روش مربع کامل

⇓

عدد ثابت را به طرف دوم منتقل کرده و ضریب x را نصف کرده به توان ۲ رسانده به طرفین اضافه می‌کنیم. سمت چپ اتحاد مربع است و حذر می‌کنیم تا ریشه ها بدست آید.

③ روش کلی (دلتا)

⇓

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

نکته ← در روش مربع کامل باید حتماً ضریب x^2 برابر یک باشد.
اگر نبود همه عبارت‌ها را بر آن ضریب تقسیم می‌کنیم.

مثال: ریشه‌های معادله $2x^2-5x+3=0$ به روش مربع کامل را بیابید.

$$\div 2 \Rightarrow x^2-\frac{5}{2}x+\frac{3}{2}=0 \Longrightarrow x^2-\frac{5}{2}x=-\frac{3}{2}$$

$$b=-\frac{5}{2} \xrightarrow{\div 2} -\frac{5}{4} \quad \text{به توان ۲} \quad \frac{25}{16}$$

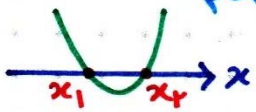
$$\longrightarrow x^2-\frac{5}{4}x+\frac{25}{16}=\frac{25}{16}-\frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Longrightarrow \left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{1}{16} \longrightarrow \text{جذر می‌گیریم}$$

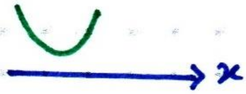
$$\begin{cases} x-\frac{5}{4}=\frac{1}{4} \Longrightarrow x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2} \\ x-\frac{5}{4}=-\frac{1}{4} \Longrightarrow x=\frac{4}{4}=1 \end{cases}$$

نکته مهم

$\Delta>0 \Rightarrow$ معادله ۲ ریشه حقیقی دارد



$\Delta<0 \Rightarrow$ معادله ریشه حقیقی ندارد

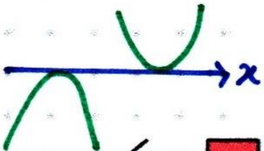


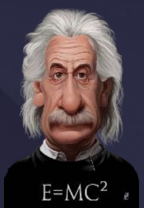
قطع نمی‌کند

$\Delta=0 \Rightarrow$ معادله یک ریشه دارد ← ریشه مضاعف یا طول نقطه تماس
← یا ریشه مکرر مرتبه ۲ یا دو ریشه یکسان

$$x=-\frac{b}{2a}$$

طرف اول معادله مربع کامل است.





نکته ← اگر مجموع ضرایب صفر شود ($a+b+c=0$) ← $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}$

اگر اولی + آخری بشه وسطی ← یا $a+c=b$ ← $x_1=-1$, $x_2=-\frac{c}{a}$

روش Δ' : اگر ضریب x در معادله درجه ۲ زوج باشد از این روش استفاده می‌کنیم ←

$$b'=\frac{b}{2} \quad , \quad \Delta'=b'^2-ac$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}$$

مثال ← $3x^2-18x+2=0$

$$b'=-9 \qquad \Delta'=81-6=75 \qquad x_{1,2}=\frac{9\pm\sqrt{75}}{3}$$

نکته مهم ← حل معادلات به کمک حذف عامل مشترک :

$$\underbrace{(x^2-1)}_{}x^2=9\underbrace{(x^2-1)}_{}$$

⇐ اگر عامل مشترک از طرفین حذف شود باید ریشه آن را در نظر گرفت .

حذف می‌شود

$x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm1$ — ۲ ریشه

$x^2=9 \Rightarrow x=\pm3$ — ۲ ریشه

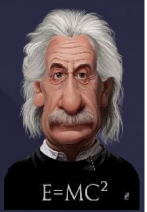
کاربرد معادله درجه ۲ در رادیکال‌های تودرتو :

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{\dots}}}}=A \xrightarrow{\text{توان ۲}} A^2=2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}_{A}$$

$$A^2=2+A \Rightarrow A^2-A-2=0 \begin{cases} A=-1 & \times \\ A=2 & \checkmark \end{cases}$$

E=MC²

سیو کن



روش دلتا مشترک : اگر ضریب x^2 برابر یک نباشد ←

$$3x^2 - 11x + 10 = 0 \Rightarrow (3x-5)(3x-6) = 0$$

$x = \frac{5}{3}$, $x = 2$

دو عدد که ضرب شان ac : 30

و جمع شان وسطی : -11

$$\underbrace{3x^2 + 5x - 8}_{-24} = 0 \rightsquigarrow (3x-3)(3x+8) = 0 \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

$$6x^2 - x - 2 = 0 \rightsquigarrow (6x-4)(6x+3) = 0 \quad \begin{cases} x = \frac{4}{6} \\ x = -\frac{3}{6} \end{cases}$$

روش ضرایب برای کل معادلات :

اگر مجموع ضرایب معادله $ax^n + bx^{n-1} + \dots + k$ برابر صفر باشد، یک ریشه یک و برای محاسبه سایر ریشه‌ها، خارج قسمت تقسیم معادله اصلی بر $x-1$ را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\cancel{x^3} - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \Big| \; x - 1$$

مجموع ضرایب $= 0 \Rightarrow x_1 = 1$

$$-\cancel{x^3} + x^2$$

$$-\cancel{x^2} - 5x + 6$$

$$+\cancel{x^2} - x$$

$$-\cancel{6x} + \cancel{6}$$

$$+\cancel{6x} - \cancel{6}$$

$$0 \quad 0$$

خارج قسمت: $x^2 - x - 6$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$$

$x = 3$

$x = -2$

کلاً ۳ ریشه

سیو کن

مشابه نکته قبل ← اگر مجموع ضرایب توان‌های زوج با مجموع ضرایب توان‌های فرد برابر باشند آن‌گاه یک ریشه منفی یک و برای محاسبه سایر ریشه‌ها باید خارج قسمت تقسیم معادله اصلی بر $x+1$ را برابر صفر قرار داد. ← اعداد ثابت ضرایب زوج به حساب می‌آیند.

بخش‌پذیری و تقسیم:

$$\begin{array}{l|l} f(x) & p(x) \\ \hline \vdots & q(x) \\ r(x) & \end{array}$$

باقی‌مانده

$$f(x)=p(x)\,q(x)+r(x)$$

یا صفر است یا درجه آن از درجه $p(x)$ کمتر است.

← در این حالت $f(x)$ بر $p(x)$ بخش‌پذیر است.

نکته ← باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-a$:

$f(x)=(x-a)\,q(x)+r \Rightarrow$ حال ریشه مقسوم‌علیه $(x-a)$ را در اتحاد قرار می‌دهیم ←

$$f(a)=r$$

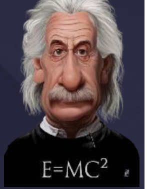
یعنی ریشه مقسوم‌علیه را داخل کل عبارت $f(x)$ قرار می‌دهیم.

تست: اگر چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x+3$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم $f(3x-1)$ بر $3x+2$ کدام است؟

$x=-\frac{2}{3}$

$f\left(3\times\left(-\frac{2}{3}\right)-1\right)=f(-3) \xrightarrow{\text{فرض اول سؤال}} f(-3)=0$

جواب $=0$

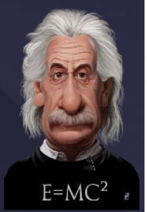


E=MC²

سیو کن

اولین پیج فانتزی ریاضی و فیزیک

@riazi3os



تست : اگر $q(x)$ خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x+2$ باشد، باقی مانده تقسیم $q(x)$ بر $x-1$ کدام است؟

$f(x)=x^7-4x^5+x^2+1$

ابتدا باقی مانده را می‌یابیم.

$f(-2)=(-2)^7-4(-2)^5+(-2)^2+1=5$

باقی مانده $q(x)$ بر $x-1$ ⟵ $q(1)$

$x^7-4x^5+x^2+1=(x+2)q(x)+5 \Rightarrow x=1$

$\Rightarrow 1-4+1+1=(1+2)q(1)+5 \Rightarrow q(1)=-2$

تست : باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای x^4+ax^2+bx+1 بر x^2-3 برابر $x+1$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

روش کاهش توان $\Rightarrow x^2-3=0 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow$ در معادله قرار می‌دهیم.

$(x^2)^2+ax^2+bx+1=9+3a+bx+1=bx+10+3a$

$bx+3a+10\equiv x+1$

$b=1$, $3a+10=1 \Rightarrow a=-3$

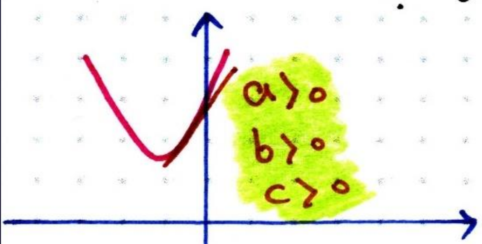
سهمی ⟵ $y=ax^2+bx+c$

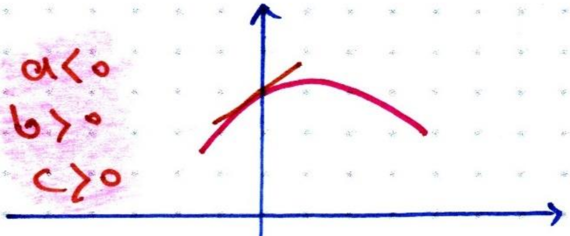
a دهانه سهمی ⟵ $a<0 \Rightarrow$ رو به پایین

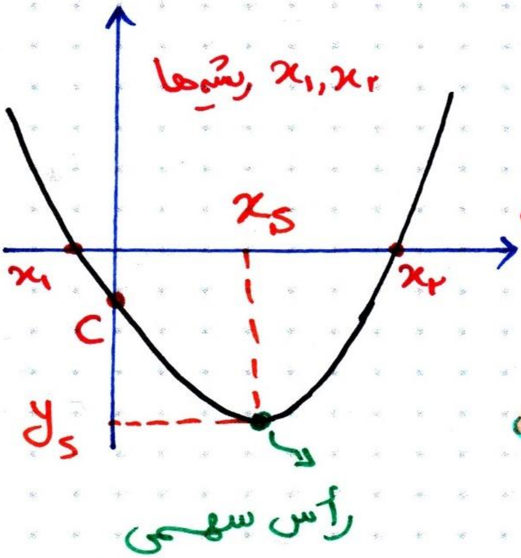
$a>0 \Rightarrow$ رو به بالا

سیو کن

b: شیب خط مماس در نقطه عرض از مبدأ







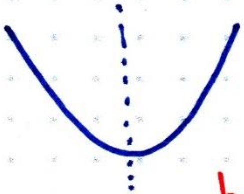
$$x_s=\frac{-b}{2a} \qquad y_s=\frac{-\Delta}{4a}$$

روش دیگر: x_s را محاسبه و داخل معادله اصلی قرار می‌دهیم.

$$S\left(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a}\right)$$

* نام دیگر: محور تقارن سهمی

$\Downarrow$



$$x=\frac{-b}{2a}$$

نکته دیگر $\Rightarrow$ $x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{S}{2}$

$S \leftarrow$ جمع ریشه‌ها $\leftarrow \frac{-b}{a}$

$P \leftarrow$ ضرب ریشه‌ها $\leftarrow \frac{c}{a}$

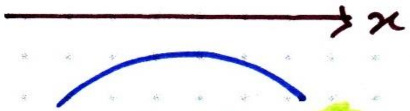
سهمی min: $a>0$

سهمی max: $a<0$

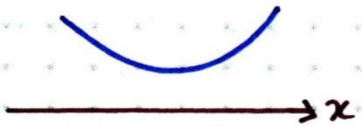
طول max یا min: $x=\frac{-b}{2a}$

نکته مهم

$\Delta<0 \,,\, a<0$



همواره منفی یا همواره زیر محور xها است.

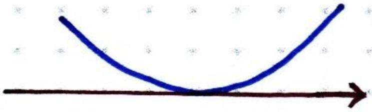


$\Delta<0 \,,\, a>0$

همواره ⊕ یا همواره بالای محور xها است.

$\Delta=0 \,,\, a<0$

نامثبت (مماس و زیر محور xها)



$\Delta=0 \,,\, a>0$

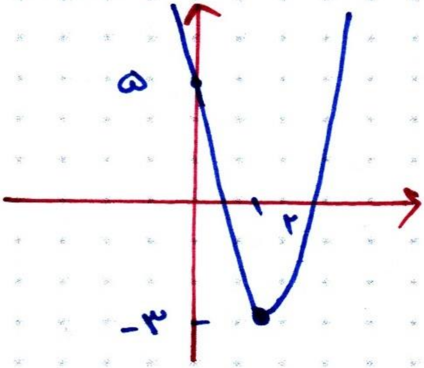
نامنفی (مماس و بالای محور xها)

رسم سهمی: ① مختصات رأس سهمی را پیدا می‌کنیم ② باتوجه ب
علامت a و مقدار c سهمی قابل رسم است.

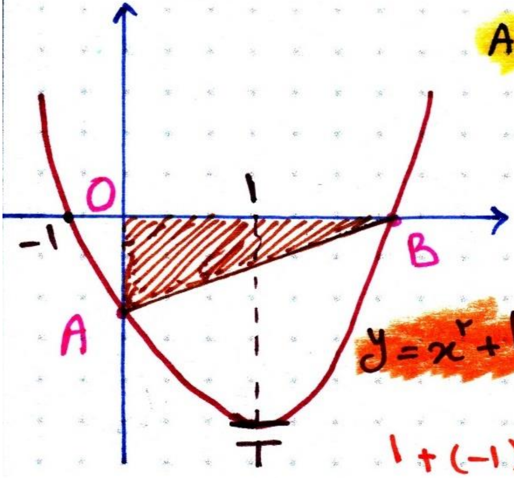
$y = 2x^2 - 8x + 5$

$x_s = \frac{8}{4} = 2$ $\quad y_s = 8 - 16 + 5$

$y_s = -3$



مثال: در شکل مقابل مساحت مثلث AOB چقدر است؟



رأس سهمی $=1 \Rightarrow -\frac{b}{2}=1 \Rightarrow b=-2$

$y=x^2+bx+c$

سهمی از نقطه $(-1,0)$ می‌گذرد

$1+(-1)(-2)+c=0 \Rightarrow \underbrace{c=-3}$

عرض از مبدأ که همان نقطه A است.

$x=1$ محور تقارن سهمی است بنابراین داریم $x_s=\frac{-1+x_B}{2}$

$\Rightarrow x_B-1=2 \Rightarrow x_B=3$ طول نقطه B

$S_{OAB}=\frac{1}{2}OA\times OB=\frac{9}{2}$

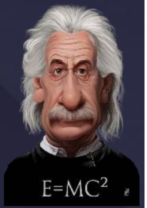
نکته: شکل دیگر معادله سهمی: $y=a(x-h)^2+k$

محور تقارن سهمی $\Rightarrow x=h$

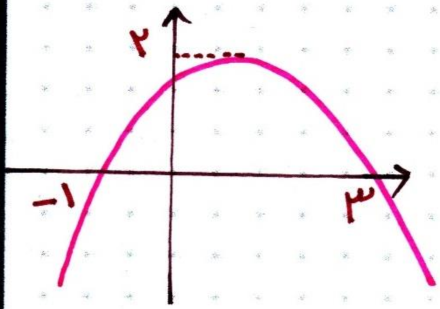
رأس سهمی (h,k)

نکته: با توجه به دلتا سه حالت تجزیه داریم $y=ax^2+bx+c$

- $\Delta>0$ ۲ ریشه دارد ← ریشه‌ها x_2 , x_1 : $y=a(x-x_1)(x-x_2)$
- $\Delta=0$ یک ریشه دارد ← یکسان هستند $x_1=x_2$: $y=a(x-x_1)^2$
- $\Delta<0$ ریشه ندارد ← تجزیه نمی‌شود ☹



مثال: سهمی به معادله $y=ax^2+bx+c$ به صورت مقابل است. مقدار a کدام است؟



راه اول: $y=a(x+1)(x-3)$

$y=ax^2-2ax-3a$ ⟵ عرض رأس سهمی برابر ۲ است

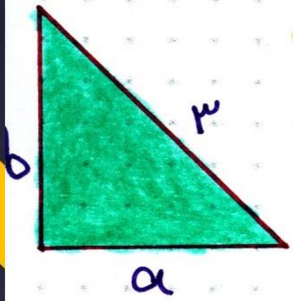
$$-\frac{\Delta}{4a}=2 \Rightarrow \frac{4(a)(-3a)-(-2a)^2}{4a}=2 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$$

راه دوم: وسط دو نقطه $(3,0)$ و $(-1,0)$ نقطه $(1,0)$ است.

پس $x=1$ محور تقارن است.

$$y=a(x-1)^2+2 \xrightarrow{(3,0)\ \text{روی سهمی است}} a=-\frac{1}{2}$$

مثال: بیش‌ترین مساحت مربوط به مثلث‌های قائم‌الزاویه با وتری به طول ۳ واحد چقدر است؟



$$S=\frac{ab}{2}$$

$$\Rightarrow a^2+b^2=9 \Rightarrow$$

$$b^2=9-a^2$$ ⟵ حال S^2 را یک متغیره می‌کنیم

$$S^2=\frac{a^2b^2}{4} \Rightarrow S^2=\frac{a^2(9-a^2)}{4}=\underbrace{-\frac{1}{4}(a^2)^2+\frac{9}{4}a^2}_{\text{یک عبارت درجه دوم برحسب } a^2}$$

$$S^2_{max}=\frac{0-\left(\frac{9}{4}\right)^2}{4\times\left(-\frac{1}{4}\right)}=\frac{81}{16} \Rightarrow S_{max}=\frac{9}{4}$$

تعیین علامت :

تابع درجه ۱ $\Rightarrow ax+b=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{a}$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	مخالف علامت a	0	موافق علامت a

x		$\frac{8}{5}$	
$-5x+8$	$+$	0	$-$
	کوچکتر از $\frac{8}{5}$		بزرگتر از $\frac{8}{5}$

تابع درجه ۲

$\Delta=b^2-4ac$	جدول تعیین علامت	مثال
$\Delta<0$	x: $-\infty$ … $+\infty$ ؛ y: موافق علامت a	x: $-\infty$ … $+\infty$ ؛ $2x^2+5$: $+$ $+$ $+$ همواره مثبت
$\Delta=0$	x: $-\infty$ ، $x_1=x_2$ ، $+\infty$ ؛ y: موافق a ، 0 ، موافق a	x: $-\infty$ ، 3 ، $+\infty$ ؛ $(x-3)^2$: $+$ ، 0 ، $+$
$\Delta>0$	x: $-\infty$ ، x_1 ، x_2 ، $+\infty$ ؛ y: موافق a ، 0 ، مخالف a ، 0 ، موافق a	x: $-\infty$ ، -2 ، 2 ، $+\infty$ ؛ $4-x^2$: $-$ ، 0 ، $+$ ، 0 ، $-$

حل نامعادله : برای اینکه ببینیم عبارت $P(x)$ به ازای چه مقادیری از x همواره $\oplus$ می‌شود باید نامعادله $P(x)>0$ و همواره $\ominus$ می‌شود باید نامعادله $P(x)<0$ حل شود.

مثال سه) نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{2-x}{x+2} < 0 \qquad 2-x \to 2, \quad x+2 \to -2$$

ابتدا ریشه‌ها را پیدا می‌کنیم.

	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$
$2-x$	$+$		$+$	0	$-$
$\frac{2-x}{x+2}$	$-$	تعریف نشده	$+$	0	$-$

$$(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

حل دستگاه نامعادلات: باید جواب هر یک از نامعادلات ①, ② را جدا حساب کرد و سپس اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} 3x < 5 + 7x & ① \\ 2x - 3 \leq x & ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x > -5 \Rightarrow x > -\frac{5}{4} \\ x \leq 3 \Rightarrow x \leq 3 \end{cases} \xrightarrow{\cap} \left(-\frac{5}{4}, 3\right]$$

نامعادلات کسری: کدام گزینه مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-1}{x+1} \geq 2x$ است؟

$(-\infty, -1)$ $(-1, +\infty)$ $(-1, 1)$ $(-2, -1)$

نکته خیلی خیلی خیلی مهم : در نامعادلات کسری حق طرفین وسطین کردن نداریم مگر آنکه آن عبارت همواره ⊕ باشد مثل

اعداد ثابت ⊕ ، رادیکال با فرجه زوج ، قدر مطلق‌ها ، x^2+3

پس راه‌حل چیه؟ باید تمام عبارت‌ها را به سمت چپ آورده و با مخرج مشترک گرفتن و اتحادها به یک عبارت تبدیل شوند

$$\frac{x-1}{x+1} \geq 2x \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 2x \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1-2x^2-2x}{x+1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2-x-1}{x+1} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = -7 \Rightarrow \Delta < 0$$

پس کل عبارت حذف می‌شود منفی

ضریب x^2 خیلی اهمیت دارد و در صورت کسر ضریب x^2 را می‌گذاریم

$$\frac{\ominus}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{x+1} \leq 0 \Rightarrow$$

-1

		-1	
$x+1$	⊖	ت ن	⊕

جواب نامعادله = $(-\infty, -1)$

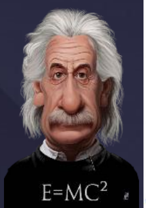
چون ریشه مخرج است نباید بسته باشد.

روش دوم ⇒ عددگذاری

فقط گزینه ① $x=-2$ را دارد.

$$x=-2 \Rightarrow \frac{-3}{-1} \geq -6 \Rightarrow 3 \geq -6 \Rightarrow$$

درست است



تعیین علامت به روش سریع : عبارت کلی گنگوه زیر را تعیین علامت کنید.

$$P(x)=\frac{\underset{2}{(-2x+4)}\,\underset{\text{ندارد}}{(x^2+5)}\,\underset{1,3}{(x^2-4x+3)}\,\underset{7}{(-x+7)^{10}}\,\underset{5}{|-x+5|}}{\underset{\text{ندارد}}{(-x^2-4)}\,\underset{\pm 2}{(x^2-4)}\,\underset{-1}{(-x-1)^5}\,\underset{1,-3}{(-x^2-2x+3)}\,\underset{-4}{(x+4)^4}}$$

مرحله ① ← محاسبه ریشه های هر پرانتز

مرحله ② ← رسم جدول تعیین علامت و به ترتیب ریشه ها را از کوچک به بزرگ داخل آن می نویسیم.

مرحله ③ ← اولین خانه سمت راست را با توجه به ضریب پرتوان هر پرانتز مشخص می کنیم.

$$\frac{\ominus\ \oplus\ \oplus\ \oplus\ \oplus}{\ominus\ \oplus\ \ominus\ \ominus\ \oplus}=\oplus$$

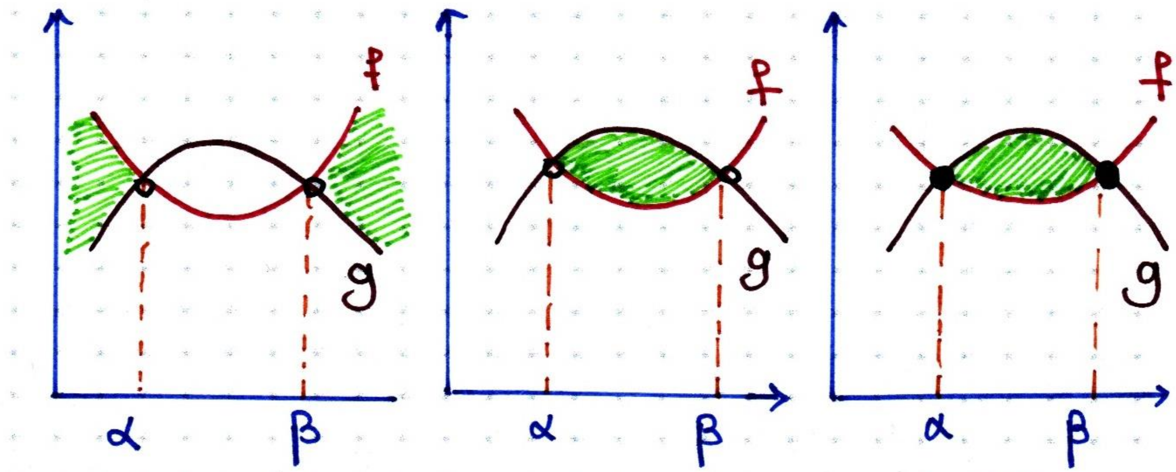
مرحله ④ ← به ریشه ای رسیدیم که زوج بار تکرار شده باشد علامت تغییر نمی کند و اگر فرد بار تکرار شده باشد عوض می شود.

* توان هر پرانتز تعداد تکرارها را نشان می دهد.

* قدر مطلق ها نقش ۲ بار تکرار را دارند.

x		-4 (۴)		-3 (۱)		-2 (۱)		-1 (۵)		1 (۲)		2 (۲)		3 (۱)		5 (۲ بار)		7 (۱ بار)	
$P(x)$	$\oplus$		$\oplus$		$\ominus$		$\oplus$		$\ominus$		$\ominus$		$\ominus$		$\oplus$		$\oplus$		$\oplus$

وضعیت دو منحنی نسبت به هم :



$f \leq g$	$f < g$	$f > g$
f بالاتر از g نیست	نمودار f پایین g است	نمودار f بالاتر از g است

مثال: در چه فاصله‌ای نمودار منحنی $y_1 = \frac{1}{x-2}$ بالای نمودار منحنی $y_2 = \frac{x+2}{2x-1}$ قرار دارد؟

$$y_1 > y_2 \Rightarrow \frac{1}{x-2} > \frac{x+2}{2x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{x+2}{2x-1} > 0 \Rightarrow \frac{(2x-1)-(x+2)(x-2)}{(x-2)(2x-1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)(3-x)}{(x-2)(2x-1)} > 0 \Rightarrow$$

x		-1		$\frac{1}{2}$		2		3	
$P(x)$	$-$	0	$+$	ت ن	$-$	ت ن	$+$	0	$-$

مجموعه جواب نامعادله $\Rightarrow (-1, \frac{1}{2}) \cup (2, 3)$

رفتار منحنی :

اگر منحنی f را داشته باشیم :

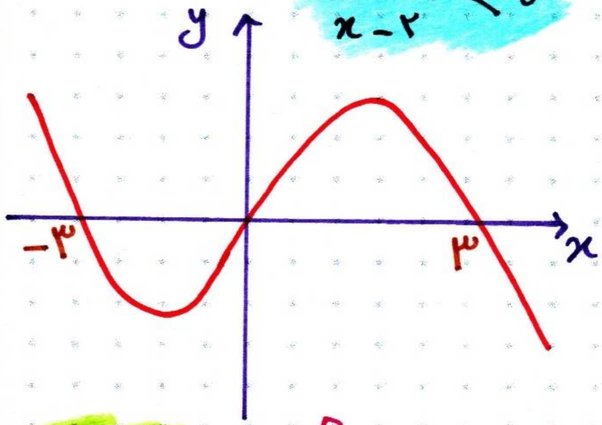
$f=0$ همان xهای است که نمودار f محور xها را قطع می‌کند.

$f>0$ همان xهای است که به ازای آن‌ها نمودار f بالای محور x است.

$f<0$ همان xهای است که به ازای آن‌ها نمودار f پایین محور x است.

مثال: نمودار منحنی f بصورت زیر است. مجموع جواب نامعادله زیر شامل چند عدد صحیح نیست؟

$$\frac{f}{x-2}<0$$



$\frac{f}{x-2}<0 \Rightarrow$ این کسر زمانی منفی است که صورت و مخرج دارای علامت‌های مختلف باشند.

حالت ① $\Rightarrow$ $f>0 \Rightarrow (-\infty,-3)\cup(0,3)$

$x-2<0 \Rightarrow x<2$

$\cap$ اشتراک می‌گیریم

① $(-\infty,-3)\cup(0,2)$

حالت ② $\Rightarrow$ $f<0 \rightarrow (-3,0)\cup(3,+\infty)$

$x-2>0 \Rightarrow x>2$

$\cap$ اشتراک می‌گیریم

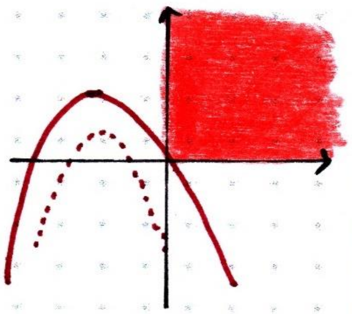
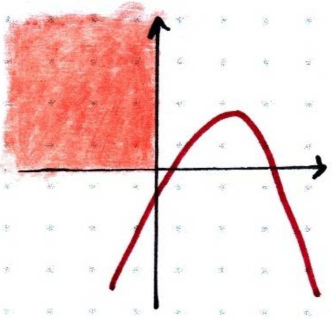
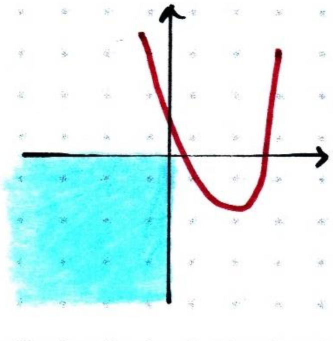
② $(3,+\infty)$

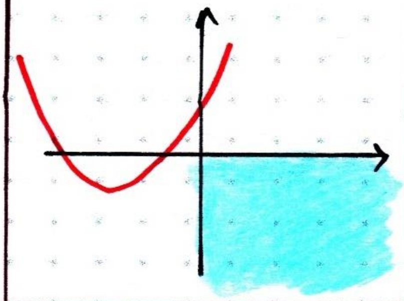
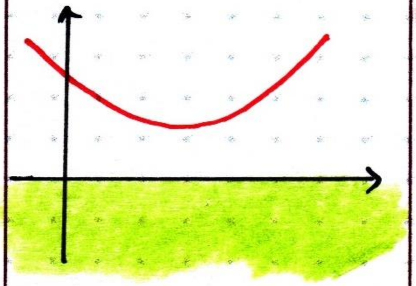
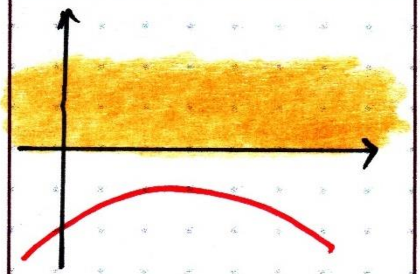
جواب نهایی ①$\cup$② $\Rightarrow (-\infty,-3)\cup(0,2)\cup(3,+\infty)$

وضعیتِ یک سهمی نسبت به ناحیه‌ها : $ax^2+bx+c=0$

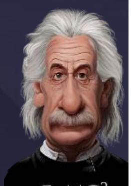
ضرب ریشه‌ها $P=\frac{c}{a}$ مجموع دو ریشه $S=-\frac{b}{a}$

α,β ریشه‌های معادله درجه ۲

	نمودار	وجه تشابه	وجه تمایز
فقط از ناحیه ۱ نمی‌گذرد		دهانه به پایین $a<0$ ۲ ریشه $\Delta>0$	$S<0$ α و β منفی
فقط از ناحیه ۲ نمی‌گذرد		$P\geq0$ α و β هم علامت	$S>0$ α و β مثبت
فقط از ناحیه ۳ نمی‌گذرد		دهانه به بالا $a>0$ ۲ ریشه $\Delta>0$ $P\geq0$ α و β هم علامت	$S>0$

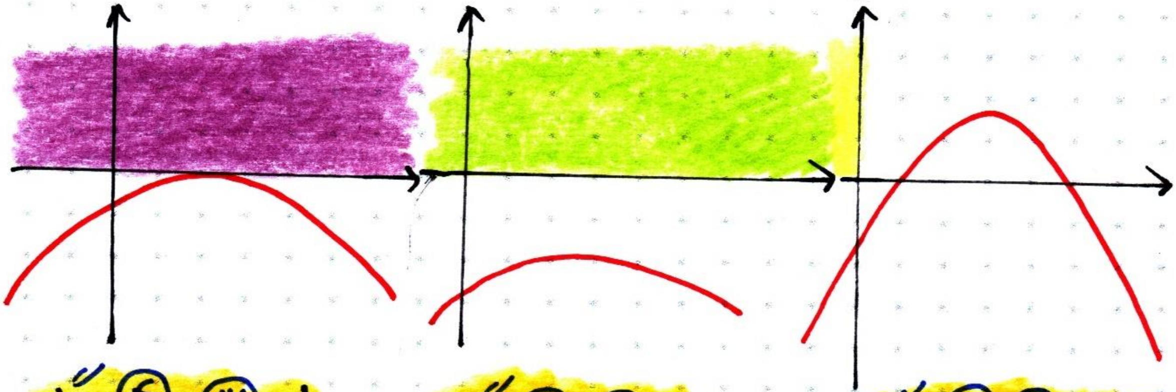
فقط از ناحیه ④ می‌گذرد		$a>0$ $\Delta>0$ $P\geq 0$	$S<0$ α و β منفی
فقط از ناحیه ① و ② می‌گذرد		$\Delta<0$ برخورد ندارد $\Delta=0$ بر محور x مماس	$a>0$ دهانه رو به بالا
فقط از ناحیه ③ و ④ می‌گذرد		$\Delta<0$ با محور xها برخورد ندارد $\Delta=0$ بر محور x مماس	$a<0$ دهانه رو به پایین
نکته بسیار بسیار مهم	حالتی که مسئله می‌گوید منحنی از ناحیه فلان نگذرد با حالتی که می‌گوید فقط از ناحیه فلان نگذرد متفاوت است. مثال مهم		

به ازای کدام مقدار m سهمی به معادله $y=mx^2-x+3$ از ناحیه دوم نمی‌گذرد؟



E=MC²

سیو کن



از ①، ③، ④ می‌گذرد — از ③، ④ می‌گذرد — از ③، ④ می‌گذرد

باید تمام این حالات را در نظر بگیریم.

اگر در مسئله هدف آن بود که سهمی **فقط از ناحیه ② نگذرد** تنها شکل سمت راست مطلوب بود.

حال می‌خواهیم سهمی فقط از ناحیه دوم عبور نکند داریم

$P \geq 0 \Rightarrow \frac{-4}{-1} = 4$ ✓

$a < 0 \rightsquigarrow -1 < 0$ ✓

$S > 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{m-2}{1} > 0 \Rightarrow m > 2$ ①

$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Longrightarrow m^2 - 4m - 12 > 0$

$\longrightarrow (-\infty, -2) \cup (6, +\infty)$ ②

$① \cap ② \Longrightarrow (6, +\infty)$

مثال: به ازای کدام مجموعه مقادیر m نمودار زیر از هر ۴ ناحیه محورهای مختصات عبور می‌کند؟

$$y=(m+2)x^2+3x+1-m$$

شرط عبور از ۴ ناحیه $\Rightarrow$ ریشه‌ها مختلف العلامه $\Rightarrow$ $P<0$

$\Rightarrow \frac{c}{a}<0$ یا $ac<0$

$(m+2)(1-m)<0 \xrightarrow{\text{دافعه}} (-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

این چیه؟

قانون جاذبه و دافعه

اگر دافعه اتفاق بیفته جواب خارج ریشه‌ها است. $(-\infty,\alpha)\cup(\beta,+\infty)$

اگر جاذبه اتفاق افتاد جواب بین ریشه‌ها است. (α,β)

مثال

$\oplus\ 2x^2-5x+3\leq 0\ \ominus \xrightarrow{\text{جاذبه}} [1,\frac{3}{2}]$

$\ominus\ -4x^2-7x-3<0\ \ominus \xrightarrow{\text{دافعه}} (-\infty,-1)\cup(-\frac{3}{4},+\infty)$

ریشه نداره

$$\frac{\oplus(x^2+4)(\overset{\ominus}{-x}+5)}{\oplus(x^2+4x+7)(x-2)\oplus}\geq 0 \xrightarrow{\text{جاذبه}} (2,5]$$

$\Delta<0$ ریشه نداره

به خاطر مخرج

$\ominus$ = سمت چپ

جهت $\oplus$