بنام خداوند جان آفرین حکیم سخن در زبان آفرین

آمار و احتمال

پایه یازدهم ریاضی و فیزیک

فصل ۴

۱ گردآوری داده ها

۲ برآورد

تهیه و تنظیم : مجید قادری

دبیر ریاضی از بندرعباس

شماره تماس ۰۹۱۷۷۶۳۵۱۶۵

@MATHCLASS2

Majid.ghaderi.mathclass.2

فصل ۴

درس ۲

برآورد

اهداف

- تعریف برآورد نقطه ای (برآورد) و برآورد بازه ای (بازهٔ اطمینان)
- آشنایی با توزیع آماره(نمونه ای) میانگین نمونه
- آشنایی با خطای نمونه گیری
- تعیین انحراف معیار میانگین نمونه
- برآورد بازه ای برای میانگین جامعه
- تعریف و محاسبهٔ خط فقر

فعالیت صفحه ۱۱۸ کتاب درسی

یک شرکت تولید لیوان شیشه ای می خواهد تعداد لیوان هایی را که در یک بسته قرار می دهد مشخص کند. تعداد لیوان ها در هر بسته به بُعد خانوار بستگی دارد.

به عنوان مثال: اگر بُعد خانوار ۴ باشد، بسته بندی لیوان ها ۴تایی خواهد بود.

میانگین تعداد اعضای خانوار های کشور را بُعد خانوار می نامیم.

بُعد خانوار پارامتری برای جامعه محسوب می شود. از آنجا که سرشماری روش مقرون به صرفه ای برای گردآوری داده ها؛ به منظور تعیین بُعد خانوار نیست، و همهٔ افراد جامعه نیز در دسترس نیستند، شرکت تصمیم می گیرد که بُعد خانوار خریداران محصول این شرکت را به وسیلهٔ نمونه گیری تعیین کند و آمارهٔ نظیر آن را به دست آورد.

به این منظور شرکت بُعد خانوار ۹ خریدار از بین خریداران محصول را گردآوری و میانگین بُعد نمونه را تعیین می کند.

۳ – ۲ – ۷ – ۲ – ۵ – ۳ – ۳ – ۱ – ۴

$$\bar{x} = \frac{۳۰}{۹} \cong ۳/۳۳$$

در انتها از آمارهٔ حاصل؛ مقدار پارامتر جامعه را حدس می زند.

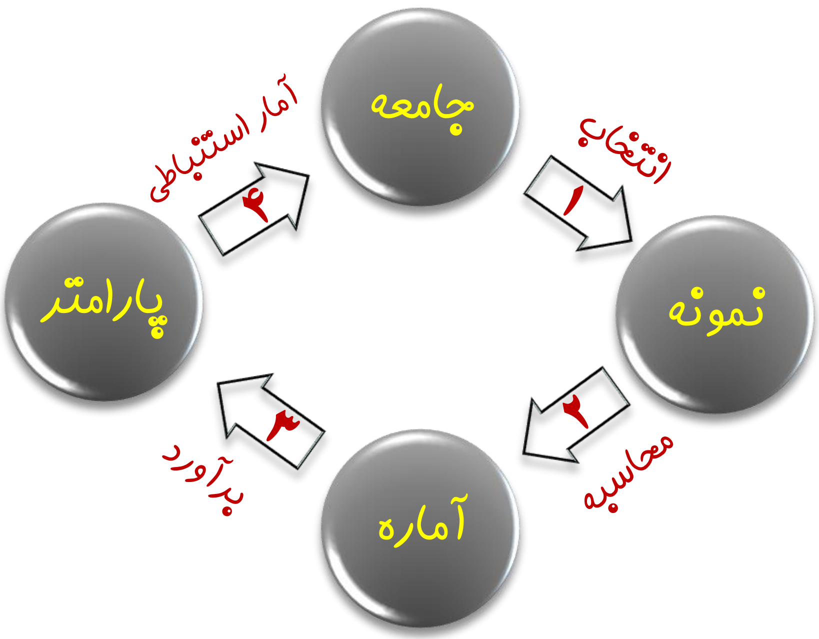
صفحه ۱۱۸ کتاب درسی

برآورد نقطه ای پارامتر جامعه (Point Estimation)

برآورد نقطه ای پارامتر جامعه برابر است با مقدارِ عددیِ حاصل از جای گذاری اعداد نمونۀ تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر.

به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه ای می نامند.

برای تعیین پارامترهای جامعه لازم است داده های مربوط به همۀ افراد جامعه را داشته باشیم. سرشماری از همۀ افراد جامعه مقرون به صرفه نیست و ممکن است همۀ افراد جامعه در دسترس نباشند، لذا می بایست از میان افراد جامعه نمونه گیری تصادفی انجام داد و آمارۀ نظیر آن را به دست آورد و آن را به پارامتر جامعه تعمیم داد.



کار در کلاس صفحه ۱۱۹ کتاب درسی

فرض کنید، جامعه ای از ۶ نفر با درآمدهای ماهیانه ۲ ، ۵ ، ۳، ۰ ، ۱ و ۴ میلیون تومان تشکیل شده باشد.

می خواهیم بر اساس نمونه ای به اندازهٔ ۱، میانگین درآمد این جامعهٔ ۶ عضوی را برآورد کنیم. در واقع باید از بین ۶ نفر، یکی را به تصادف انتخاب کنیم.

به عنوان مثال، اگر شخصی انتخاب شود که درآمدش ۵ باشد، این عدد برآورد میانگین درآمد همهٔ افراد است. یا اگر فرد انتخابی درآمدی نداشته باشد. آن گاه صفر به عنوان نمونه انتخاب شده و برآورد میانگین درآمد این افراد برابر صفر می شود.

نمونه های مختلف منجر به برآوردهای متفاوتی می شوند.

۱- در این مثال، پارامتر جامعه چیست و مقدار آن چقدر است؟

میانگین درآمد ماهیانه افراد جامعه و مقدار آن ۲/۵ میلیون تومان است.

۲- آیا بر اساس هر یک از نمونه ها برآورد به مقدار پارامتر نزدیک است؟ خیر

۳- چه راه حلی پیشنهاد می کنید که برآورد به پارامتر نزدیک تر شود؟

اگر اندازهٔ نمونه (تعداد اعضای نمونه) را بیشتر کنیم امکان نزدیک شدن برآورد به پارامتر بیشتر می شود.

کار در کلاس صفحه ۱۱۹ کتاب درسی

فرض کنید، جامعه ای از ۶ نفر با درآمدهای ماهیانه ۲ ، ۵ ، ۳ ، ۰ ، ۱ و ۴ میلیون تومان تشکیل شده باشد.

می خواهیم بر اساس نمونه ای به اندازهٔ ۲، میانگین درآمد این جامعهٔ ۶ عضوی را برآورد کنیم.

به عنوان مثال، اگر نمونه گیری تصادفی انجام شده شامل درآمدهای ۰ و ۴ میلیون تومان باشد، آن گاه برآورد میانگین جامعه ۲ میلیون تومان است؛ یعنی پارامتر جامعه که مقدار آن ۲/۵ میلیون تومان بوده است را ۲ میلیون تومان برآورد کرده ایم.

۱- آیا نمونه ای تصادفی به اندازهٔ ۲ وجود دارد که مقدار پارامتر را دقیقاً ۲/۵ میلیون تومان برآورد کند؟

بله، به عنوان مثال: اگر نمونهٔ تصادفی شامل درآمدهای ۲ و ۳ میلیون تومان باشد، مقدار پارامتر را ۲/۵ میلیون تومان برآورد می کند.

نمونه تصادفی مذکور را این گونه نمایش می دهیم: {۲،۳}

۲- آیا امکان دارد با نمونه های مختلف برآورد های برابر به دست آوریم؟ بله

۳- بدون شمارش بگویید امکان مشاهده چند نمونهٔ دوتایی داریم؟

$$\binom{۶}{۲} = \frac{۶!}{۲! \times ۴!} = ۱۵$$

در جدول زیر، احتمال مشاهده هریک از مقادیر برآورد میانگین برای نمونه های دوتایی آمده است.

نمونه های ۲ عضوی	{۴ , ۲}	{۳ , ۵}	{۳ , ۴} {۲ , ۵}	{۲ , ۴} {۱ , ۵}	{۱ , ۴} {۰ , ۵} {۲ , ۳}	{۰ , ۴} {۱ , ۳}	{۰ , ۳} {۱ , ۲}	{۰ , ۲}	{۰ , ۱}
برآورد میانگین (میلیون تومان)	۴/۵	۴	۳/۵	۳	۲/۵	۲	۱/۵	۱	۰/۵
احتمال	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۳}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$

کار در کلاس صفحه ۱۲۰ کتاب درسی

فرض کنید، جامعه ای از ۶ نفر با درآمدهای ماهیانه ۲ ، ۵ ، ۳ ، ۰ ، ۱ و ۴ میلیون تومان تشکیل شده باشد.

می خواهیم بر اساس نمونه ای به اندازهٔ ۳، میانگین این جامعهٔ ۶ عضوی را برآورد کنیم.

احتمال مشاهده هریک از مقادیر برآورد میانگین برای نمونه های سه تایی را محاسبه و در جدول بنویسید.

امکان مشاهده چند نمونهٔ سه تایی برابر است با $\binom{۶}{۳} = \frac{۶!}{۳! \times ۳!} = ۲۰$

نمونه های سه عضوی	{۰,۱ , ۲}	{۰,۱ , ۳}	{۰,۱ ,۴} {۰,۲ ,۳}	{۰,۱ ,۵} {۰,۲ ,۴} {۱ ,۲ ,۳}	{۰,۲ ,۵} {۰,۳ ,۴} {۱ ,۲ ,۴}	{۰,۳ ,۵} {۱ ,۲ ,۵} {۱ ,۳ ,۴}	{۰,۴ , ۵} {۲ ,۳ ,۴} {۳,۱ ,۵}	{۱ ,۴ ,۵} {۲ ,۳ ,۵}	{۲ ,۴ ,۵}	{۳ ,۴ ,۵}
برآورد میانگین (میلیون تومان)	$\frac{۳}{۳} = ۱$	$\frac{۴}{۳}$	$\frac{۵}{۳}$	$\frac{۶}{۳} = ۲$	$\frac{۷}{۳}$	$\frac{۸}{۳}$	$\frac{۹}{۳} = ۳$	$\frac{۱۰}{۳}$	$\frac{۱۱}{۳}$	$\frac{۱۲}{۳} = ۴$
احتمال	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۲}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۲}{۲۰}$	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۱}{۲۰}$

رسم نمودار مربوط به جدول برآورد (توزیع آماره)

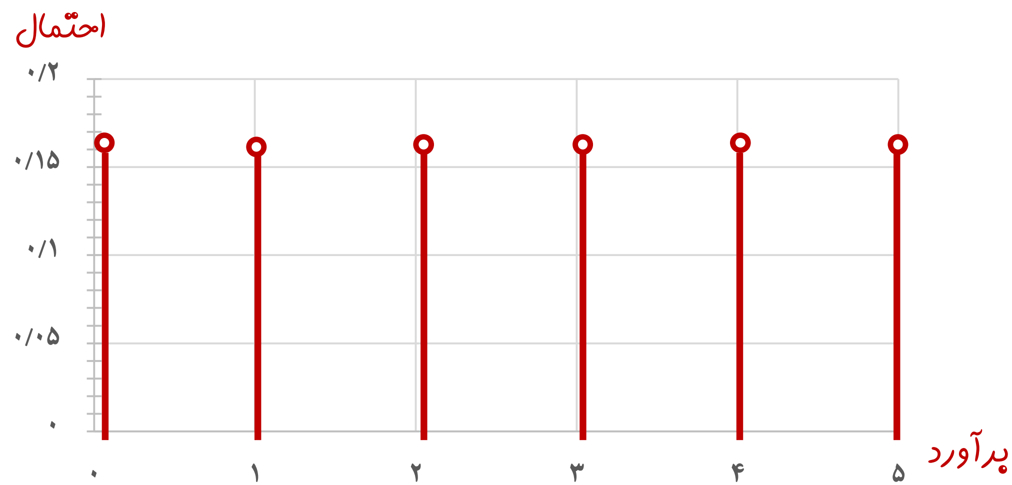
در این نمودار، محور طول ها مقادیر برآورد و محور عرض ها احتمال مشاهده هریک از مقادیر را نشان می دهد.

فعالیت صفحه ۱۲۰ کتاب درسی

احتمال مشاهده هریک از مقادیر برآورد میانگین در کار در کلاس قبل برای نمونه های nتایی را محاسبه و نمودار مربوط به هر کدام را رسم کنید.

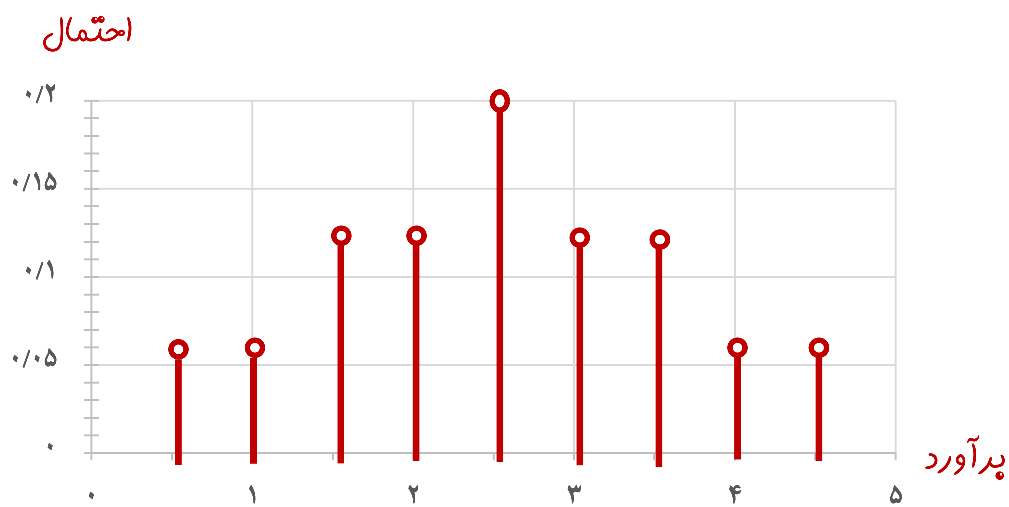
توزیع آماره نمونه های یک عضویی $(n=1)$

نمونه های یک عضویی	{۰}	{۱}	{۲}	{۳}	{۴}	{۵}
برآورد میانگین (میلیون تومان)	۰	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$



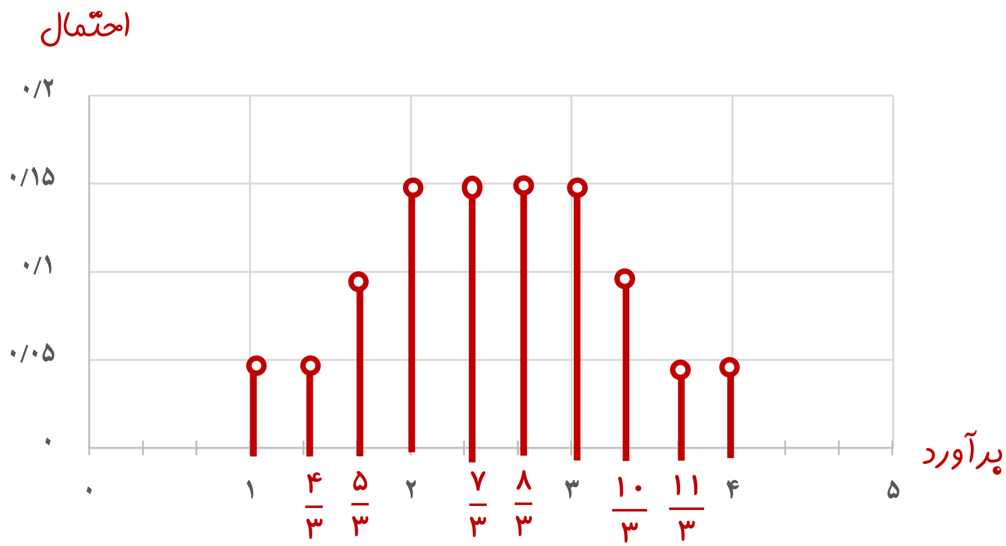
توزیع آماره نمونه های دوعضویی
$(n = ۲)$

نمونه های ۲ عضوی	{۰ , ۱}	{۰ , ۲}	{۰ , ۳} {۱ , ۲}	{۰ , ۴} {۱ , ۳}	{۱ , ۴} {۰ , ۵} {۲ , ۳}	{۲ , ۴} {۱ , ۵}	{۳ , ۴} {۲ , ۵}	{۳ , ۵}	{۴ , ۲}
برآورد میانگین (میلیون تومان)	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴	۴/۵
احتمال	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۳}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$



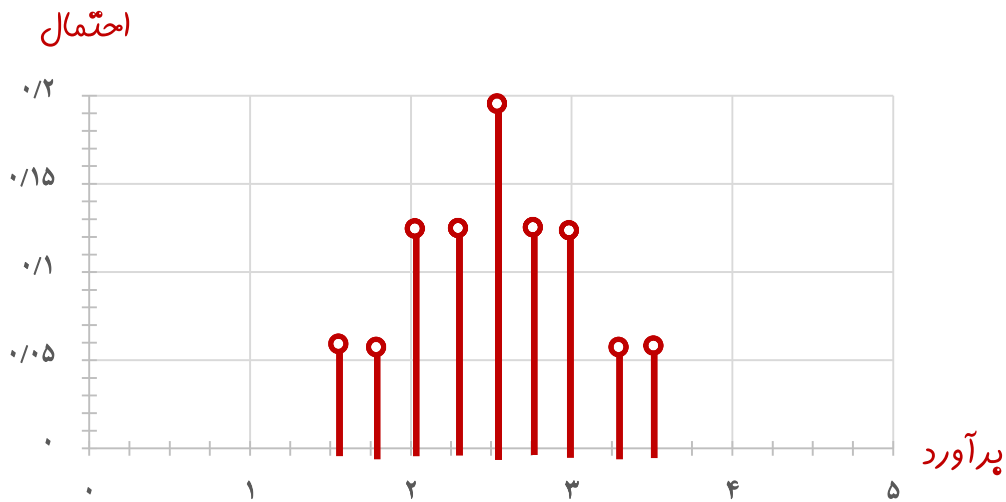
توزیع آماره نمونه های سه عضوی
$(n = ۳)$

نمونه های سه عضوی	{۰,۱ , ۲}	{۰,۱ , ۳}	{۰,۱ ,۴} {۰,۲ ,۳}	{۰,۱ ,۵} {۰,۲ ,۴} {۱ ,۲ ,۳}	{۰,۲ ,۵} {۰,۳ ,۴} {۱ ,۲ ,۴}	{۰,۳ ,۵} {۱ ,۲ ,۵} {۱ ,۳ ,۴}	{۰,۴ , ۵} {۲ ,۳ ,۴} {۳ ,۱ ,۵}	{۱ ,۴ ,۵} {۲ ,۳ ,۵}	{۲ ,۴ ,۵}	{۳ ,۴ ,۵}
برآورد میانگین (میلیون تومان)	$\frac{۳}{۳} = ۱$	$\frac{۴}{۳}$	$\frac{۵}{۳}$	$\frac{۶}{۳} = ۲$	$\frac{۷}{۳}$	$\frac{۸}{۳}$	$\frac{۹}{۳} = ۳$	$\frac{۱۰}{۳}$	$\frac{۱۱}{۳}$	$\frac{۱۲}{۳} = ۴$
احتمال	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۲}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۲}{۲۰}$	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۱}{۲۰}$



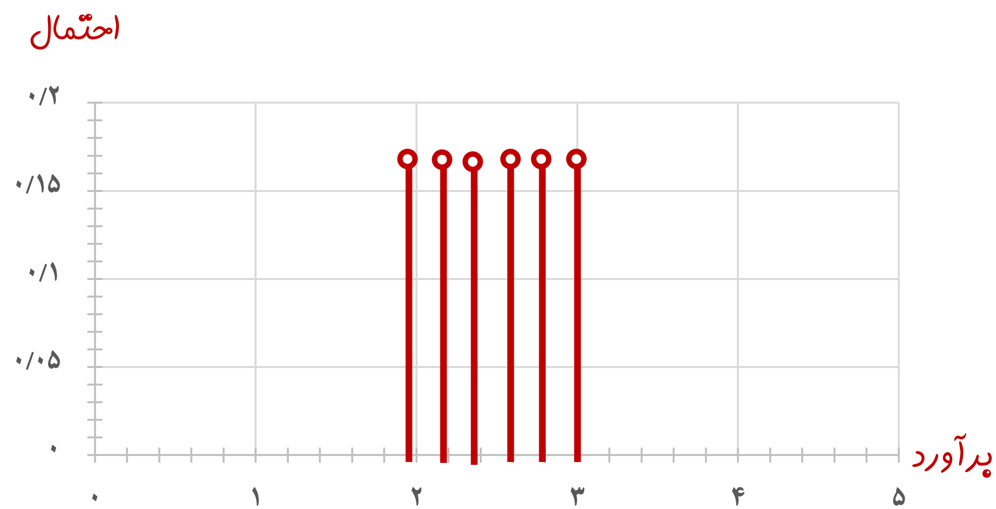
توزیع آماره نمونه های چهارعضویی
$(n = ۴)$

نمونه های ۴ عضوی	{۰,۱,۲,۳}	{۰,۱,۲,۴}	{۰,۱,۲,۵} {۰,۱,۳,۴}	{۰,۲,۳,۴} {۰,۱,۳,۵}	{۱,۲,۳,۴} {۰,۱,۴,۵} {۰,۲,۳,۵}	{۰,۲,۴,۵} {۱,۲,۳,۵}	{۰,۳,۴,۵} {۱,۲,۴,۵}	{۱,۳,۴,۵}	{۲,۳,۴,۵}
برآورد میانگین (میلیون تومان)	$\frac{۶}{۴} = ۱/۵$	$\frac{۷}{۴} = ۱/۷۵$	$\frac{۸}{۴} = ۲$	$\frac{۹}{۴} = ۲/۲۵$	$\frac{۱۰}{۴} = ۲/۵$	$\frac{۱۱}{۴} = ۲/۷۵$	$\frac{۱۲}{۴} = ۳$	$\frac{۱۳}{۴} = ۳/۲۵$	$\frac{۱۴}{۴} = ۳/۵$
احتمال	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۳}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$



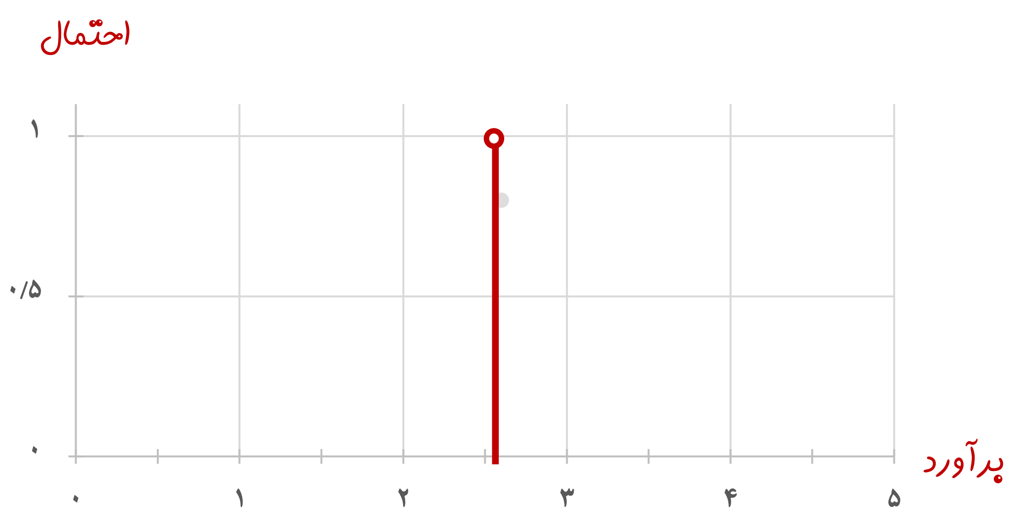
توزیع آماره نمونه های پنج عضویی
$(n = ۵)$

نمونه های ۵ عضوی	{۰,۱,۲,۳,۴}	{۰,۱,۲,۳,۵}	{۰,۱,۲,۴,۵}	{۰,۱,۳,۴,۵}	{۰,۲,۳,۴,۵}	{۱,۲,۳,۴,۵}
برآورد میانگین (میلیون تومان)	$\frac{۱۰}{۵} = ۲$	$\frac{۱۱}{۵} = ۲/۲$	$\frac{۱۲}{۵} = ۲/۴$	$\frac{۱۳}{۵} = ۲/۶$	$\frac{۱۴}{۵} = ۲/۸$	$\frac{۱۵}{۵} = ۳$
احتمال	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$



توزیع آماره نمونه های شش عضویی $(n = ۶)$

نمونه ۶ عضوی	$\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$
برآورد میانگین (میلیون تومان)	$\frac{۱۵}{۶} = ۲/۵$
احتمال	۱



صفحه ۱۲۱ کتاب درسی

انحراف معیارِ برآوردها

از آنجا که انحراف معیار برای اندازه گیری پراکندگی داده ها به کار می رود، می توانیم انحراف معیار برآوردها را محاسبه کنیم.

به عنوان مثال:

با فرض اینکه جامعه نامتناهی باشد، انحراف معیارِ برآورد میانگین جامعه از رابطهٔ زیر به دست می آید:

انحراف معیارِ جامعه تقسیم بر جذر اندازهٔ نمونه

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

در رابطهٔ بالا مشاهده می کنیم که با افزایش تعداد اعضای نمونه (اندازهٔ نمونه)، انحراف معیارِ برآوردهای پارامتر (که در اینجا میانگین است) کمتر می شود.

صفحه ۱۲۱ کتاب درسی

خطای نمونه گیری

منظور از خطای نمونه گیری، تغییر مقادیر برآورد؛ از یک نمونه به نمونه دیگر است.

به عبارت دیگر خطای نمونه گیری همان احتمال پیشامدی است که در آن نتیجه اشتباه از تحقیق گرفته شود.

دیدیم که با افزایش تعداد اعضای نمونه (اندازهٔ نمونه)، انحراف معیارِ برآوردهای پارامتر کمتر می شود. هرقدر انحراف معیارِ برآورد کمتر باشد، آن برآورد بهتر است.

به عبارتی دیگر با افزایش تعداد اعضای نمونه دقت برآورد افزایش می یابد و خطای کمتری برای برآورد میانگین جامعه داریم.

در نتیجه اگر نمونهٔ کوچکی از جامعه را با رعایت تمامی نکات نمونه گیری انتخاب کنیم، احتمال آن وجود دارد که آنچه خلاف حقیقت است نتیجه شود.

کار در کلاس صفحه ۱۲۱ کتاب درسی

۱) اگر از مطالعات سال های گذشته بدانیم که انحراف معیار درآمد هر فرد در کشور ۲ میلیون تومان است، انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد جامعه را برای اندازه نمونه های ذکر شده محاسبه کنید.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \sigma = ۲,۰۰۰,۰۰۰$$

n	۲۵	۱۰۰	۱۰۰۰۰
$\sigma_{\bar{x}}$	$\frac{۲,۰۰۰,۰۰۰}{\sqrt{۲۵}} = ۴۰۰,۰۰۰$	$\frac{۲,۰۰۰,۰۰۰}{\sqrt{۱۰۰}} = ۲۰۰,۰۰۰$	$\frac{۲,۰۰۰,۰۰۰}{\sqrt{۱۰۰۰۰}} = ۲۰,۰۰۰$

۲) انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد جامعه با نمونهٔ ۱۰۰ نفری چند برابر انحراف معیار با نمونهٔ ۱۰۰۰۰ نفری است؟ ده برابر

۳) اگر اندازهٔ نمونه ۱۰ برابر شود، انحراف معیار برآورد میانگین؛ چند برابر می شود؟

$$\frac{\sigma'_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{۱۰n}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{۱۰n}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$$

تمرین تکمیلی

سوال ۱ : اگر انحراف معیار مربوط به میانگین تعداد اعضای خانوار در کشوری ۴ نفر باشد،

الف) انحراف معیارِ برآورد میانگین اعضای خانوار را در نمونه ای ۱۶۰,۰۰۰ نفری محاسبه کنید.

ب) اندازهٔ نمونه را چند برابر کنیم تا انحراف معیارِ برآورد میانگین ۰/۰۰۲۵ شود؟

الف) $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{۴}{\sqrt{۱۶۰۰۰۰}} = \frac{۴}{۴۰۰} = \frac{۱}{۱۰۰}$

ب) $\sigma'_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n'}} \Rightarrow ۰/۰۰۲۵ = \frac{۴}{\sqrt{n'}} \Rightarrow \sqrt{n'} = \frac{۴}{۰/۰۰۲۵}$

$$\Rightarrow n' = \left(\frac{۴}{۰/۰۰۲۵}\right)^{۲} = ۱۶۰۰^{۲} = ۲,۵۶۰,۰۰۰$$

$$\frac{n'}{n} = \frac{۲,۵۶۰,۰۰۰}{۱۶۰,۰۰۰} = ۱۶$$

بیانی دیگر

$$\frac{\sigma'_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n'}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n'}} = \sqrt{\frac{n}{n'}} \Rightarrow \frac{n'}{n} = \left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma'_{\bar{x}}}\right)^{۲} \Rightarrow \frac{n'}{n} = \left(\frac{۰/۰۱}{۰/۰۰۲۵}\right)^{۲} = ۴^{۲} = ۱۶$$

صفحه ۱۲۱ و ۱۲۲ کتاب درسی

برآورد بازه ای یا بازه اطمینان (Confidence Interval)

برآورد بازه ای پارامتر: بازه ای است عددی برای پارامتر جامعه به همراه یک درصد اطمینان.

ضریب اطمینان (Confidence Coefficient)

درصد اطمینانی که در برآورد بازه ای مطرح می گردد به ضریب اطمینان شهرت دارد.

به عنوان مثال:

اگر بعد از یک آزمون ساده از شما سؤال شود: «نمره شما چند می شود؟»

با فرض اینکه به صحیح بودن برخی پاسخ های خود در آزمون شک داشته باشید، معمولا ترجیح می دهید به جای ذکر یک نمره، بازه ای که برای نمره خود به صورت ذهنی ترسیم کرده اید را بیان کنید و به خاطر اینکه اطمینان خود را نیز از بازه ذکر شده بیان کنید، به ذکر یک درصد اطمینان اکتفا می کنید.

مثلا می گویید: « نمره من بین ۱۶ تا ۱۹ است، با اطمینان ۹۰ درصد.»

هرچه فاصلهٔ حد بالا و پایین بازه کمتر باشد و درصد اطمینان ذکر شده بیشتر، برآورد دقیق تر است.

صفحه ۱۲۲ کتاب درسی

برآورد بازه ای برای میانگین جامعه

اگر نمونه ای تصادفی به اندازهٔ n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ٪۹۵می توانیم بگوییم:

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\leq\mu\leq\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$

در این رابطه μ میانگین جامعه، $\bar{x}$ میانگین نمونه، n اندازهٔ نمونه و σ انحراف معیار جامعه است.

به عبارتی دیگر داریم: $|\mu-\bar{x}|\leq\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$

ضریب اطمینان در این کتاب و کتاب درسی ثابت و برابر ۹۵ درصد در نظر گرفته شده است.

ضریب اطمینان ۹۵درصد به این مفهوم است که اگر به عنوان مثال؛ میانگین ۱۰۰ نمونهٔ مختلف از جامعه را محاسبه کرده باشیم و بر اساس آنها ۱۰۰ بازه برای میانگین جامعه برآورد کرده باشیم، قطعاً میانگین جامعه درون ۹۵ تا از این ۱۰۰ بازه خواهد بود.

فعالیت صفحه ۱۲۲ کتاب درسی

اگر یک نمونه به اندازهٔ چهار داشته باشیم که در آن مشاهدات ما شامل ۱ ، ۲ ، ۵ و ۰ باشد، یک فاصلهٔ اطمینان برای میانگین جامعه محاسبه کنید.

دقت کنید

برای محاسبهٔ فاصلهٔ اطمینان به انحراف معیار جامعه نیاز داریم نه انحراف معیار نمونه.

در این سوال فرض بر این است که انحراف معیار نمونه همان انحراف معیار جامعه باشد.

$$\bar{x} = \frac{۰+۵+۲+۱}{۴} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۰-۲)^۲+(۵-۲)^۲+(۲-۲)^۲+(۱-۲)^۲}{۴} = \frac{۴+۹+۰+۱}{۴} = \frac{۱۴}{۴} = ۳/۵$$

$$\Longrightarrow \quad \sigma = \sqrt{۳/۵} = ۱/۸۷$$

$$\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \quad \to \quad ۲ - \frac{۲(۱/۸۷)}{\sqrt{۴}} \le \mu \le ۲ + \frac{۲(۱/۸۷)}{\sqrt{۴}} \quad \to \quad ۰/۱۳ \le \mu \le ۳/۸۷$$

تمرین تکمیلی

سوال ۲ : داده های زیر ساعات مطالعه ۲۵ دانش آموز از جامعه ای ۱۰۰ نفره را در طول هفته نشان می دهد.

۷-۴-۳-۱-۷-۰-۰-۶-۵-۹-۸-۷-۸-۸-۷-۵-۱۰-۱۰-۲-۶-۳-۸-۲-۱-۱-۴

اگر انحراف معیار جامعه ۱/۵ باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین ساعات مطالعه جامعه محاسبه کنید.

$$\bar{x}=\frac{۱۳۲}{۲۵}=۵/۲۸$$

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\leq\mu\leq\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\ \rightarrow\ ۵/۲۸-\frac{۲(۱/۵)}{\sqrt{۲۵}}\leq\mu\leq۵/۲۸+\frac{۲(۰/۵)}{\sqrt{۲۵}}$$

$$\rightarrow\ ۴/۶۸\leq\mu\leq۵/۸۸$$

تمرین تکمیلی

سوال ۳ : با اندازه گیری وزن ۹ نفر از بین ۵۰ وزنه بردار شرکت کننده در رقابت های سنگین وزن المپیک؛ بازهٔ (۱۴۰ , ۱۲۰) کیلوگرم با اطمینان بیش از ۹۵٪ را برای میانگین وزن آنها برآورد کرده ایم. میانگین وزن نمونه انتخابی و انحراف معیار وزن وزنه برداران را تعیین کنید.

نتیجه

۱) میانگین در بازهٔ $(a\,,b)$ برابر با $\frac{b+a}{۲}$ است.

۲) مقدار عبارت $\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$ در بازهٔ $(a\,,b)$ برابر با $\frac{b-a}{۲}$ است.

$$\bar{x}=\frac{b+a}{۲}=\frac{۱۴۰+۱۲۰}{۲}=۱۳۰$$

$$\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{b-a}{۲}\Rightarrow\frac{۲\sigma}{\sqrt{۹}}=\frac{۱۴۰-۱۲۰}{۲}\Rightarrow\frac{۲\sigma}{۳}=\frac{۲۰}{۲}\Rightarrow ۲\sigma=\frac{۶۰}{۲}\Rightarrow\sigma=\frac{۳۰}{۲}=۱۵$$

صفحه ۱۲۲ کتاب درسی

خط فقر (Poverty line)

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی در یک ماه به ازای هر نفر موردنیاز است.

خط فقر شاخصی است که درآمد افرادی را که حداقل درآمد برای زندگی را ندارند، مشخص می کند.

خط فقر = نصف میانگین یا نصف میانهٔ درآمد ماهیانه افراد جامعه

این شاخص به ما کمک می کند در طی زمان امکان بررسی تأثیر سیاست های دولت ها برای فقرزدایی را رصد کنیم.

تمرین تکمیلی

سوال ۴ : فرض کنیم در یک نمونه ۲۰ تایی درآمد ماهانه افراد مختلف یک جامعه؛ داده های جدول زیر برحسب میلیون تومان به دست آمده باشد. با توجه به تعریف خط فقر، تخمینی از خط فقر برای این جامعه به دست آورید.

۳/۵	۵/۲	۲/۳	۶	۲/۵	۳	۳	۴	۵/۵	۲
۳/۲	۲/۵	۲/۱	۳/۵	۴/۵	۴	۲/۴	۵/۶	۴/۷	۵

$$\bar{x} = \frac{۷۴/۵}{۲۰} = ۳/۷۲۵$$

$$\text{خط فقر} = \text{نصف میانگین} \quad \Longrightarrow \quad \text{خط فقر} = \frac{۳/۷۲۵}{۲} = ۱/۸۶۲۵$$

تمرین تکمیلی

سوال ۵ : فرض کنیم در یک نمونه ۲۰ تایی درآمد ماهانه افراد مختلف یک جامعه ؛ داده های جدول زیر برحسب میلیون تومان به دست آمده باشد. با توجه به تعریف خط فقر، تخمینی از خط فقر برای این جامعه به دست آورید.

۳/۵	۵/۲	۳/۴	۶	۵/۸	۰/۸	۳	۶	۵/۵	۹/۵
۳/۸	۳	۳/۶	۳/۵	۴/۵	۴	۴	۵/۶	۵	۶/۵

وقتی با داده های دورافتاده مواجه هستیم، برای نتیجه گیری مناسب تر؛ بهتر است به جای میانگین از میانه استفاده کنیم.

$\boxed{۰/۸ - ۳ - ۳ - ۳/۴ - ۳/۵ - ۳/۵ - ۳/۶ - ۳/۸ - ۴ - ۴} - \boxed{۴/۵ - ۵ - ۵/۲ - ۵/۵ - ۵/۶ - ۵/۸ - ۶ - ۶ - ۶/۵ - ۹/۵}$

$$Me = \frac{۴ + ۴/۵}{۲} = ۴/۲۵$$

نصف میانه = خط فقر $\Longrightarrow$ خط فقر $= \frac{۴/۲۵}{۲} = ۲/۱۲۵$

تمرین تکمیلی

سوال ۶ : جدول زیر حقوق کارگران در یک کارگاه فرش بافی و تعداد اعضای خانواده آنها را نشان می دهد.
خط فقر را بر حسب میانه به دست آورید.

ردیف	درآمد ماهیانه (بر حسب میلیون تومان)	تعداد اعضای خانواده	متوسط درآمد ماهانه هر عضو (بر حسب میلیون تومان)
۱	۳	۴	۰/۷۵
۲	۳	۳	۱
۳	۱/۴	۲	۰/۷
۴	۴	۵	۰/۸
۵	۲/۷	۳	۰/۹

۱ – ۱ – ۱ – ۰/۹ – ۰/۹ – ۰/۹ – ۰/۸ – ۰/۸ – ۰/۸ – ۰/۸ – ۰/۸ – ۰/۷۵ – ۰/۷۵ – ۰/۷۵ – ۰/۷۵ – ۰/۷ – ۰/۷

$\boxed{\text{میانه}}$

خط فقر = نصف میانه $\Longrightarrow$ خط فقر $= \frac{۰/۸}{۲} = ۰/۴$ یعنی به ازای هر نفر در ماه ۴۰۰۰۰۰ تومان

تمرین تکمیلی

سوال ۷ : جدول زیر حقوق کارگران در یک کارگاه فرش بافی و تعداد اعضای خانواده آنها را نشان می دهد.

الف) خط فقر را بر حسب میانگین به دست آورید.   به ازای هر نفر در ماه ۴۰۰۰۰۰ تومان

ب) چند نفر از کارکنان در آمد کم تر از خط فقر دارند؟ کارگر ردیف ۱

ردیف	درآمد ماهیانه (بر حسب میلیون تومان)	تعداد اعضای خانواده	متوسط درآمد ماهانه هر عضو (بر حسب میلیون تومان)
۱	۱/۵	۴	۰/۳۷۵
۲	۳	۳	۱
۳	۲	۱	۲
۴	۲/۷	۵	۰/۵۴
۵	۳/۶	۳	۱/۲
مجموع	۱۲/۸	۱۶	

$$\bar{x} = \frac{۱۲/۸}{۱۶} = ۰/۸$$

$$\text{خط فقر} = \text{نصف میانگین} \Longrightarrow \text{خط فقر} = \frac{۰/۸}{۲} = ۰/۴$$

کار در کلاس صفحه ۱۲۲ کتاب درسی

فرض کنید، جامعه ای از ۶ نفر با درآمدهای ماهیانه ۲ ، ۵ ، ۳ ، ۰ ، ۱ و ۴ میلیون تومان تشکیل شده باشد.

الف) خط فقر را برآورد کنید.

ب) انحراف معیار جامعه را برآورد کنید.

پ) اگر فرض کنیم که انحراف معیار به دست آمده انحراف معیار جامعه است، یک برآورد فاصله ای برای خط فقر محاسبه کنید.

الف) $\bar{x} = \frac{۴+۱+۰+۳+۵+۲}{۶} = \frac{۱۵}{۶} = ۲/۵ \quad \Longrightarrow$ خط فقر $= \frac{۲/۵}{۲} = ۱/۲۵$

ب) $$\sigma^۲ = \frac{(۴-۲/۵)^۲+(۱-۲/۵)^۲+(۰-۲/۵)^۲+(۳-۲/۵)^۲+(۵-۲/۵)^۲+(۲-۲/۵)^۲}{۶} = \frac{۱۷/۵}{۶} \cong ۲/۹$$

$$\Longrightarrow \quad \sigma = \sqrt{۲/۹} \cong ۱/۷$$

پ) یک نمونهٔ تصادفی به اندازهٔ n انتخاب می کنیم و خط فقر را برآورد می کنیم.

به عنوان مثال به ازای نمونهٔ سه عضوی شامل مشاهدات ۴ و ۱ و ۲ داریم: $\bar{x} = \frac{۷}{۳} = ۲/۳۳$

$$\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad ۲/۳۳ - \frac{۲(۱/۷)}{\sqrt{۳}} \le \mu \le ۲/۳۳ + \frac{۲(۱/۷)}{\sqrt{۳}} \quad \rightarrow \quad ۰/۳۷ \le \mu \le ۴/۲۹$$

تمرین ۱ صفحه ۱۲۵ کتاب درسی

در اوّلین کار در کلاس، جداول را برای نمونه گیری تصادفی ساده به اندازهٔ ۴ و ۵ تشکیل داده و مقادیر $\bar{x}$ را برای احتمال مشاهدهٔ هر مقدار، محاسبه و در جدولی بنویسید.

نمونه های ۴تایی	{۰,۱,۲,۳}	{۰,۱,۲,۴}	{۰,۱,۲,۵} {۰,۱,۳,۴}	{۰,۲,۳,۴} {۰,۱,۳,۵}	{۱,۲,۳,۴} {۰,۱,۴,۵} {۰,۲,۳,۵}	{۰,۲,۴,۵} {۱,۲,۳,۵}	{۰,۳,۴,۵} {۱,۲,۴,۵}	{۱,۳,۴,۵}	{۲,۳,۴,۵}
برآورد میانگین	$\frac{۶}{۴} = ۱/۵$	$\frac{۷}{۴} = ۱/۷۵$	$\frac{۸}{۴} = ۲$	$\frac{۹}{۴} = ۲/۲۵$	$\frac{۱۰}{۴} = ۲/۵$	$\frac{۱۱}{۴} = ۲/۷۵$	$\frac{۱۲}{۴} = ۳$	$\frac{۱۳}{۴} = ۳/۲۵$	$\frac{۱۴}{۴} = ۳/۵$
احتمال	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۳}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$

نمونه های ۵تایی	{۰,۱,۲,۳,۴}	{۰,۱,۲,۳,۵}	{۰,۱,۲,۴,۵}	{۰,۱,۳,۴,۵}	{۰,۲,۳,۴,۵}	{۱,۲,۳,۴,۵}
برآورد میانگین	$\frac{۱۰}{۵} = ۲$	$\frac{۱۱}{۵} = ۲/۲$	$\frac{۱۲}{۵} = ۲/۴$	$\frac{۱۳}{۵} = ۲/۶$	$\frac{۱۴}{۵} = ۲/۸$	$\frac{۱۵}{۵} = ۳$
احتمال	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$

تمرین ۲ صفحه ۱۲۵ کتاب درسی

از اعداد صفر تا N، ۱۰ عدد به تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به صورت زیر باشند N را برآورد کنید.

۹ – ۲ – ۵ – ۷ – ۳ – ۱۲ – ۱۱ – ۹ – ۸ – ۵

جامعه شامل اعداد صفر تا N با فراوانی های مختلف می باشد.

می خواهیم بر اساس نمونه ای به اندازهٔ ۱۰، پارامتر N یا همان کران بالای این جامعهٔ را برآورد کنیم.

همانطور که قبلا آموخته ایم نمونه های مختلف برآوردهای مختلفی از پارامتر جامعه به ما می دهند.

کران بالای نمونهٔ داده شده عدد ۱۲ می باشد، این عدد برآورد پارامتر N یا همان کران بالای جامعه است.

تمرین ۳ صفحه ۱۲۵ کتاب درسی

رئیس یک دانشگاه علاقه مند است متوسط سنّ دانشجویانی که در سال جاری ثبت نام کرده اند را بداند. برای این منظور، او یک نمونهٔ تصادفی از سنّ ۲۵ دانشجو را انتخاب می کند. میانگین سنّ آنها برابر ۲۲ سال برآورد شده است. اگر در بررسی های گذشته انحراف معیار سنّ دانشجویان این دانشگاه برابر ۱/۹سال باشد، بازهٔ اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین سنّ جامعه را محاسبه کنید.

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\leq\mu\leq\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\quad\rightarrow\quad ۲۲-\frac{۲(۱/۹)}{\sqrt{۲۵}}\leq\mu\leq ۲۲+\frac{۲(۱/۹)}{\sqrt{۲۵}}\quad\rightarrow\quad ۲۱/۲۴\leq\mu\leq ۲۲/۷۶$$

تمرین ۴ صفحه ۱۲۵ کتاب درسی

طول فاصلهٔ اطمینان، برابر تفاضل حدّ بالا و پایین بازهٔ اطمینان است.

الف) اگر در فرمول بازه اطمینان، اندازهٔ نمونه افزایش یابد، طول فاصلهٔ اطمینان .... می یابد. چرا؟

ب) اگر در فرمول بازه اطمینان، انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان .... می یابد. چرا؟

طول فاصلهٔ اطمینان در بازهٔ $(a\ ,b)$ برابر با $b-a$ است.

الف) کاهش، زیرا طول فاصلهٔ اطمینان با جذر اندازهٔ نمونه رابطهٔ معکوس دارد. با افزایش اندازهٔ نمونه؛ دقت برآورد بالاتر خواهد رفت لذا طول فاصلهٔ اطمینان کاهش می یابد.

ب) افزایش، زیرا طول فاصلهٔ اطمینان با انحراف معیار رابطهٔ مستقیم دارد. با افزایش انحراف معیار؛ دقت برآورد کاهش می یابد لذا طول فاصلهٔ اطمینان افزایش می یابد.

تمرین ۵ صفحه ۱۲۵ کتاب درسی

داده های زیر نمرات ۲۴ دانش آموز از ۱۰۰ است.

۹۱-۸۱-۸۲-۸۲-۸۳-۸۶-۸۶-۸۷-۸۰-۷۵-۷۷-۷۸-۷۸-۷۸-۷۸-۷۹-۷۵-۶۷-۷۰-۷۱-۷۱-۷۳-۷۴-۷۵

الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را محاسبه کنید.

ب) اگر انحراف معیار جامعه ۶ باشد بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین نمرات جامعه محاسبه کنید.

پ) چند درصد داده ها داخل این بازه قرار می گیرند؟

الف) $\bar{x} = \frac{۱۸۷۷}{۲۴} \cong ۷۸/۲ \qquad \sigma^۲ = \frac{۷۹۹/۸۶}{۲۴} \cong ۳۳/۳۳ \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{۳۳/۳۳} \cong ۵/۷۷$

ب) $\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \ \rightarrow\ ۷۸/۲ - \frac{۲(۶)}{\sqrt{۲۴}} \le \mu \le ۷۸/۲ + \frac{۲(۶)}{\sqrt{۲۴}}$

$\rightarrow\ ۷۵/۷۵ \le \mu \le ۸۰/۶۵$

پ) $\frac{۷}{۲۴} \times ۱۰۰ \cong ۲۹$ ۷ مورد از مشاهدات ما در این بازه قرار دارند. چیزی حدود ۲۹ درصد

تمرین ۵ صفحه ۱۲۵ کتاب درسی

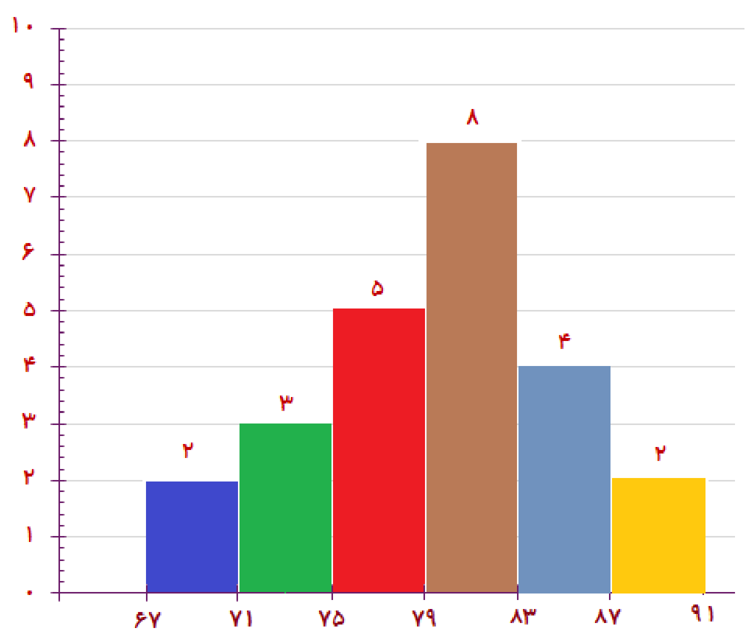
داده های زیر نمرات ۲۴ دانش آموز از ۱۰۰ است.

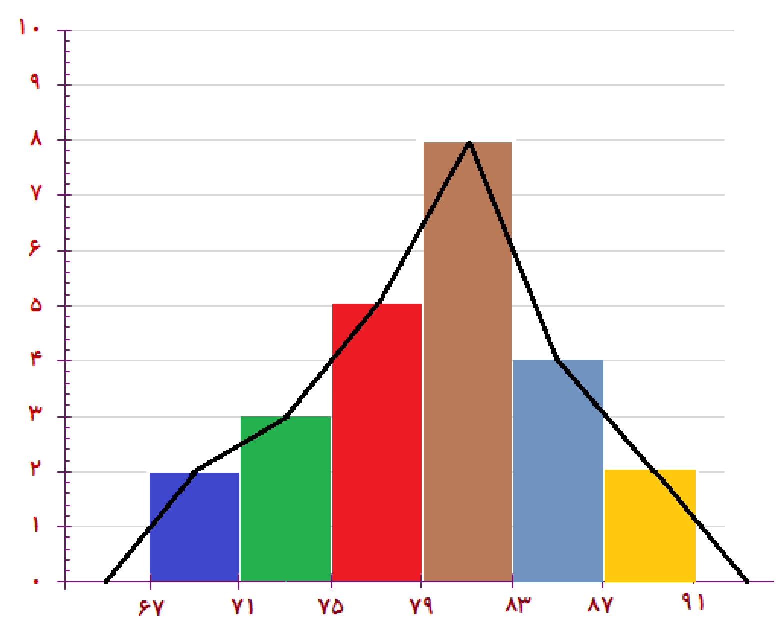
۹۱-۸۱-۸۲-۸۲-۸۳-۸۶-۸۶-۸۷-۸۰-۷۵-۷۷-۷۸-۷۸-۷۸-۷۸-۷۹-۷۵-۶۷-۷۰-۷۱-۷۱-۷۳-۷۴-۷۵

ت) بافت نگاشت فراوانی داده ها را رسم کنید. (در فواصل [۶۷ , ۷۱) و [۷۱ , ۷۵) و ... و [۸۷ , ۹۱])

ث) چندبر فراوانی بافت نگاشت را رسم کنید.

(وسط مستطیل ها را با پاره خط به هم متصل کرده و به محور طول ها وصل کنید).



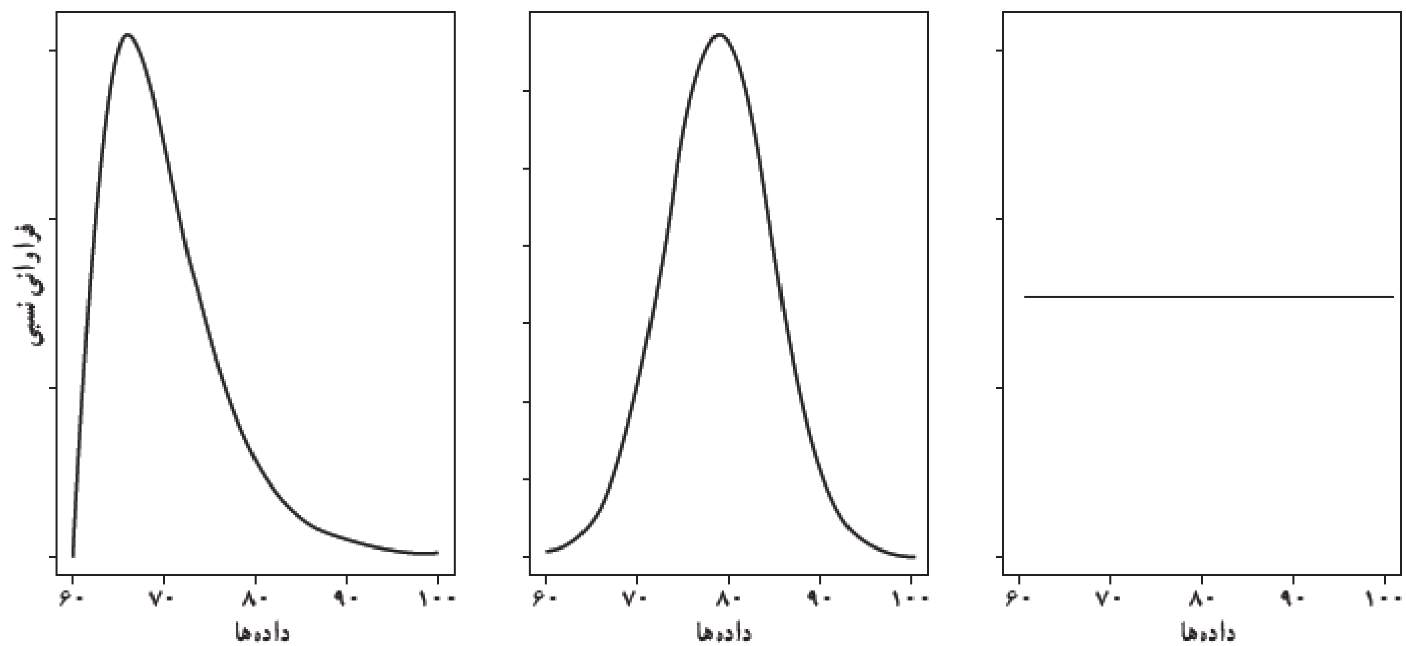


تمرین ۵ صفحه ۱۲۵ کتاب درسی

ج) اگر داده ها زیاد شوند، به نظر شما شکل چندبر فراوانی بافت نگاشت به کدام یک از نمودارهای زیر شباهت بیشتری خواهد داشت؟

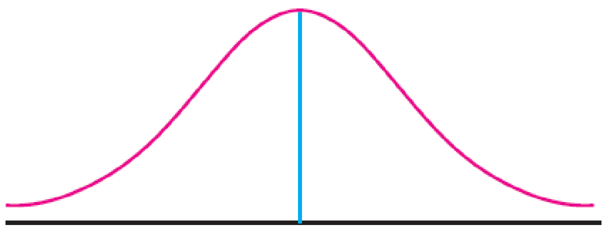
(نام نمودارها به ترتیب: یکنواخت، نرمال، نامتقارن یا چوله است)

نامتقارن



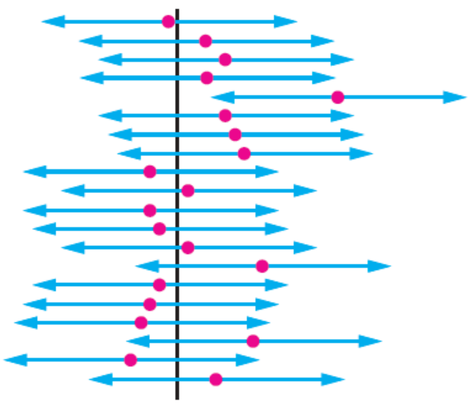
تمرین ۶ صفحه ۱۲۶ کتاب درسی

اگر در سؤال قبل ۱۰۰ بار نمونه گیری را تکرار کنیم؛ یعنی ۱۰۰ دفعه نمونه ای به اندازهٔ ۲۴ بگیریم و چند بر فراوانی بافت نگاشت ۱۰۰ میانگین را رسم کنیم می توان نشان داد که تقریباً به صورت یک منحنی به شکل زیر است. (توجه کنید منظور از ۱۰۰عددی بزرگ است، ۱۰۰ یک مثال است.)



در این شکل μ نشان دهندهٔ میانگین جامعه است، که در اینجا میانگین نمرات همهٔ دانش آموزان است. حال فرض کنید برای ۱۰۰ نمونهٔ ۲۴ تایی، ۱۰۰ بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی محاسبه کرده ایم.

در زیر نمودار نرمال ۲۰ تا از آنها رسم شده است. نقاط قرمز رنگ نشان دهندهٔ میانگین نمونه و پاره خط های افقی آبی معرف فاصلهٔ اطمینان مربوطه اند. خط سیاه عمودی میانگین جامعه را مشخص کرده است.



الف) اگر پاره خط آبی، خط سیاه را قطع نکند، چه نتیجه ای باید گرفت؟

میانگین جامعه در بازهٔ اطمینان قرار ندارد.

ب) چند درصد از ۲۰ پاره خط آبی، خط سیاه را قطع کرده اند؟ ۹۵درصد

پ) اگر ۱۰۰ پاره خط آبی را رسم می کردیم، انتظار داشتید چند تا از آنها خط سیاه را قطع نکنند؟ کمتر از ۵درصد

ت) نتیجه این تمرین تعبیر یک بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد است. اگر ۱۰۰ بار نمونه گیری را تکرار کنیم و ۱۰۰ بازهٔ اطمینان محاسبه کنیم انتظار داریم ......تقریبا ۹۵درصد...... از آنها پارامتر میانگین جامعه را در بر گیرند.

تمرین ۷ صفحه ۱۲۷ کتاب درسی

شاخص پوسیدگی دندان $(DMFT)$ در ایران برای سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است؛ یعنی به طور متوسط هر ایرانی دارای یک دندان کشیده شده، یک دندان پوسیده و یک دندان پرشده است. براساس نمونه ای به اندازهٔ ۴۰۰ ، این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است $(\bar{x} = ۲)$. اگر انحراف معیار دندان های کشیده شده، پوسیده و پرشده به ترتیب برابر ۱ ، ۲ و ۱/۶ باشد، بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین دندان های کشیده شده، پوسیده و پرشده محاسبه کنید.

$$\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$

دندان های کشیده شده $$\rightarrow ۲ - \frac{۲(۱)}{\sqrt{۴۰۰}} \leq \mu \leq ۲ + \frac{۲(۱)}{\sqrt{۴۰۰}} \rightarrow ۱/۹ \leq \mu \leq ۲/۱$$

دندان های پوسیده $$\rightarrow ۲ - \frac{۲(۲)}{\sqrt{۴۰۰}} \leq \mu \leq ۲ + \frac{۲(۲)}{\sqrt{۴۰۰}} \rightarrow ۱/۸ \leq \mu \leq ۲/۲$$

دندان های پرشده $$\rightarrow ۲ - \frac{۲(۱/۶)}{\sqrt{۴۰۰}} \leq \mu \leq ۲ + \frac{۲(۱/۶)}{\sqrt{۴۰۰}} \rightarrow ۱/۸۴ \leq \mu \leq ۲/۱۶$$

تمرین ۸ صفحه ۱۲۷ کتاب درسی

پارامتر میانگین جامعه را با چه آماره هایی می توان برآورد کرد؟ (۵ آماره نام ببرید)

میانگین نمونه، فراوانی مطلق نمونه، فراوانی نسبی نمونه، درصد فراوانی نمونه و میانگین موزون نمونه

تمرین ۹ صفحه ۱۲۷ کتاب درسی

پارامتر واریانس و انحراف معیار جامعه را با چه آماره هایی می توان برآورد کرد؟

واریانس و انحراف معیار نمونه

تمرین ۱۰ صفحه ۱۲۷ کتاب درسی

در فصل قبل با چه آماره هایی آشنا شده اید؟ آنها چه پارامترهایی را برآورد می کردند؟

مُد، میانه، میانگین، واریانس، انحراف معیار، ضریب تغییرات، دامنهٔ تغییرات، دامنهٔ میان چارکی

هرکدام می توانند پارامتر نظیر خود را در جامعه برآورد کنند.

تمرین ۱۱ صفحه ۱۲۷ کتاب درسی

مثال های این درس را با اندازهٔ نمونه های مختلف حل کنید. چه نتیجه هایی می توان گرفت؟

مثال های ارائه شده در قسمت خواندنی درس قرار دارد و مربوط به برآورد بازه ای نسبت می باشند.

طول بازهٔ اطمینان با اندازهٔ نمونه های مختلف تغییر می کند.

دقت برآورد اطمینان به اندازه نمونه و مقدار انحراف معیار وابسته است.

طول بازهٔ اطمینان برای برآورد بازه ای نسبت، صرفاً به اندازه نمونه وابسته است و به دانستن اندازه جامعه نیازی نیست. اگر در محاسبهٔ بازه اطمینان نسبت؛ تعداد نمونه ها را k برابر کنیم، طول بازهٔ اطمینان تقسیم بر $\sqrt{k}$ می شود. به سادگی می توان اندازه نمونه را برحسب ضریب اطمینانی که می خواهیم بازهٔ اطمینان را محاسبه کنیم به دست آوریم. با توجه به اینکه ضریب اطمینان در این کتاب ثابت و برابر ۹۵ درصد در نظر گرفته شده، نیاز به در نظر گرفتن این کمیت نداریم.

در برآورد نقطه ای پارامتر جامعه، نمونه های مختلف منجر به برآوردهای متفاوتی می شوند. دیدیم که با افزایش تعداد اعضای نمونه (اندازهٔ نمونه)، انحراف معیارِ برآوردهای پارامتر کمتر می شود. هرقدر انحراف معیارِ برآورد کمتر باشد، آن برآورد بهتر است.

پایان درس دوم