

استدلال: دلیل آوردن و استفاده از معلومات قبلی برای معلوم شدن موضوعی که در ابتدا مشخص نبوده است.

اثبات: به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه دهد اثبات می گوئیم.

@riaziat789

مثال نقض: برای رد یک ادعای ریاضی از مثال نقض استفاده می کنیم.

نکته: همواره برای اثبات یک مسئله نمی توان از رسم شکل یا شهود استفاده کرد زیرا ممکن است خطای دید در آن شکل وجود داشته باشد.

مثال: برای هر یک از مسئله های زیر یک مثال نقض بزنید :

الف) تمام اشکال هندسی گوشه یا زاویه دارند؟ دایره یک شکل هندسی است که دارای گوشه و زاویه نیست.

ب) تمام اعداد اول ، فرد هستند؟ عدد ۲ تنها عدد زوجی است که اول نیز است.

مثال: کدام یک از استدلال های زیر منطقی و کدام غیر منطقی است :

الف) علی می گوید : هر وقت من درس نخواندم همان روز معلم از من سوال می کند؟ غیر منطقی

ب) تصادف منجر به مرگ در جادهها ممکن است به دلیل نقض فنی ماشین باشد؟ منطقی

مثال: با توجه به مفروضات داده شده نتیجه حاصل را بنویسید :

}	الف) در لوزی قطر ها عمود منصف یکدیگرند
	مربع ، نوعی لوزی است
}	ب) هر چهار ضلعی که زاویه قائمه داشته باشد مستطیل است
	مربع دارای زاویه قائمه است

\Leftarrow در مربع قطر ها عمود منصف یکدیگرند
 \Leftarrow مربع نوعی مستطیل است

نکته: برای اثبات هر مسئله ای در هندسه باید بدانیم آن مسئله چه به ما داده است و چه از ما خواسته است.

فرض مسئله: اطلاعاتی که در مسئله داده شده یا حقایقی که مربوط به آن مسئله باشد. (به طور خلاصه داده ها مسئله)

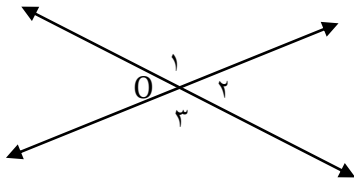
حکم مسئله: خواسته های مسئله را حکم مسئله می گویند.

مثال: در هر مسئله فرض و حکم را مشخص کنید :

الف) زاویه های روبه رو لوزی برابرند. فرض: خواص لوزی حکم: برابر بودن زاویه های رو به رو

ب) طول دو مماس در دایره همواره برابرند. فرض: دایره و عمود بودن خط مماس بر شعاع حکم: برابر بودن دو مماس

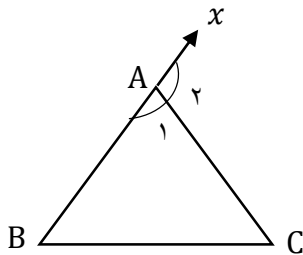
مثال: ثابت کنید زاویه های متقابل به راس با هم برابرند.



فرض: \hat{O}_1 و \hat{O}_2 دو زاویه متقابل به رأس
حکم: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180 \text{ (درجه)} \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180 \text{ (درجه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 + \cancel{\hat{O}_2} = \cancel{\hat{O}_2} + \hat{O}_3 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

مثال: ثابت کنید زاویه ی خارجی مثلث برابر است با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاور آن.



فرض: \hat{A}_2 زاویه ی خارجی مثلث
حکم: $\hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180 \text{ (درجه)} \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = 180 \text{ (درجه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \cancel{\hat{A}_1} + \hat{A}_2 = \cancel{\hat{A}_1} + \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

هم نهشتی مثلث ها: دو مثلث به سه حالت هم نهشت هستند:

الف) دو ضلع مساوی و زاویه بین مساوی (ض ض ب) دو زاویه مساوی و ضلع بین مساوی (ز ض ز) سه ضلع مساوی (ض ض ض)

نکته: سه زاویه مساوی (ز ز ز) از حالت های هم نهشتی نیست.

هم نهشتی دو مثلث قائم الزاویه: دو مثلث قائم الزاویه به دو حالت هم نهشت هستند:

الف) وتر و یک زاویه ی تند (و ز) ب) وتر و یک ضلع (و ض)

نکاتی درباره هم نهشتی دو مثلث:

الف) اگر دو مثلث به هم چسبیده باشند دارای ضلع مشترک هستند.

ب) اگر دو مثلث به صورت ضربدری باشند دارای زاویه متقابل به رأس هستند.

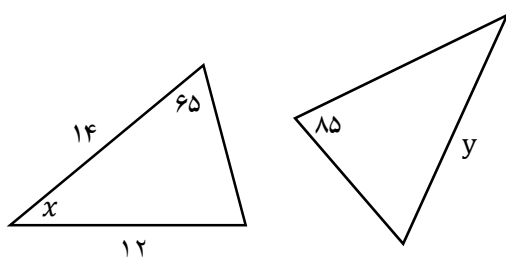
ج) اگر دو مثلث داخل دایره باشند از برابری شعاع دایره استفاده می کنیم.

د) در مثلث متساوی الاضلاع هر سه ضلع و هر سه زاویه برابرند.

ه) در مثلث متساوی الساقین دو ساق و دو زاویه ی مجاور قاعده برابرند.

نکته: در دو مثلث هم نهشت اضلاع و زاویه های متناظر برابرند.

مثال: دو مثلث زیر هم نهشت هستند. مقادیر مجهول را مشخص کنید؟



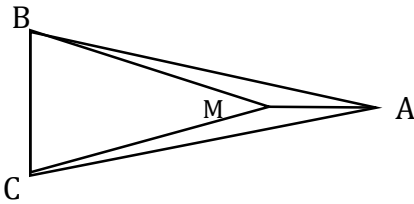
(در دو مثلث هم نهشت اضلاع و زاویه های متناظر برابرند)

$$180 - (85 + 65) = 30 \quad (\text{مجموع زاویه های داخلی مثلث } 180 \text{ درجه است})$$

$$x = 30 \quad \text{و} \quad y = 14$$

@riaziat789

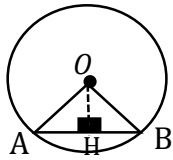
مثال: در شکل زیر دو مثلث ABC و MBC متساوی الساقین هستند. دلیل هم نهشتی دو مثلث AMB و AMC را بنویسید.



فرض: $AB = AC$ و $MB = MC$ حکم: $\triangle AMB \cong \triangle AMC$

فرض $AB = AC$
فرض $MB = MC$
ضلع مشترک $AM = AM$ } $\Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC$
(ض ض ض)

مثال: با توجه به شکل زیر نشان دهید خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود آن وتر را نصف می کند.



فرض: O مرکز دایره و OH عمود بر AB حکم: $AH = HB$

شعاع دایره $OA = OB$
درجه $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$
ضلع مشترک $OH = OH$ } $\Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BHO \Rightarrow AH = HB$
(اجزای متناظر) (و ض)

قدم های حل مسئله در هندسه: برای حل مسئله ۴ گام (قدم) نیاز است:

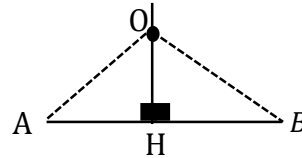
- (۱) درک و فهم مسئله (۲) رسم شکل (۳) نوشتن فرض و حکم مسئله (۴) راهبرد حل مسئله

[@riaziat789](https://www.instagram.com/riaziat789)

مثال: نشان دهید هر نقطه روی عمود منصف قرار داشته باشد از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

گام اول: (درک و فهم مسئله) عمود منصف خطی است که بر خط رسم شده عمود باشد و آن خط را نصف کند.

گام سوم: (نوشتن فرض و حکم) فرض: OH عمود منصف حکم: $OA = OB$

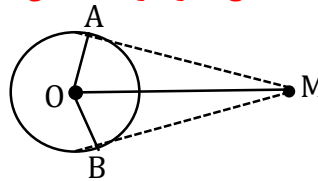


گام دوم: (رسم شکل) گام چهارم: (راهبرد حل مسئله) } $\Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BHO \Rightarrow OA = OB$
فرض $AH = HB$
درجه $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$
ضلع مشترک $OH = OH$ } (اجزای متناظر) (ض ض ض)

مثال: نشان دهید طول دو مماس رسم شده از نقطه خارج دایره با هم برابر هستند.

گام اول: (درک و فهم مسئله) شعاع دایره بر خط مماس عمود و در دایره دو شعاع با هم برابرند.

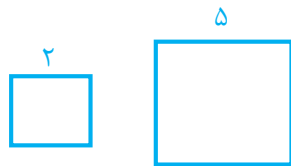
گام سوم: (نوشتن فرض و حکم) فرض: $OA = OB$ و $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ حکم: $MA = MB$



گام دوم: (رسم شکل) گام چهارم: (راهبرد حل مسئله) } $\Rightarrow \triangle MAO \cong \triangle MBO \Rightarrow MA = MB$
شعاع دایره $OA = OB$
درجه $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$
ضلع مشترک $OM = OM$ } (اجزای متناظر) (و ض)

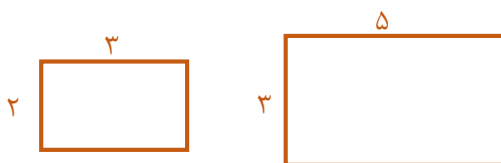
دو شکل متشابه: دو شکلی تعداد ضلع ها برابر و اضلاع به یک نسبت تغییر کنند (کوچک یا بزرگ یا بدون تغییر) ولی زاویه ها تغییر نکرده باشد، دو شکل متشابه می گویند.

نکته: دو مربع دلخواه و دو مثلث متساوی الاضلاع همواره متشابه هستند.



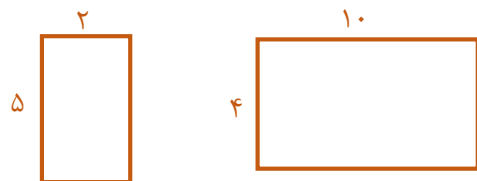
مانند:

نکته: دو مستطیل همواره متشابه نیست. (چون اضلاع ممکن است به یک اندازه تغییر نکنند)



مانند:

نکته: دو مستطیل دلخواه در صورتی متشابه اند که نسبت طول ها با نسبت عرض ها برابر باشند.



نسبت عرض ها نسبت طول ها

$$\frac{5}{10} = \frac{2}{4}$$

مانند:

@riaziat789

نکته: دو لوزی دلخواه همواره متشابه نیست. (چون ممکن است زاویه ها دو به دو برابر نباشند)

نکته: دو لوزی دلخواه در صورتی متشابه اند که دارای یک زاویه ی مساوی باشند.

نکته: نسبت اضلاع متناظر دو شکل متشابه را نسبت تشابه می گویند.

نکته: دو شکل هم نهشت همواره متشابه و نسبت تشابه آن ها عدد یک است.

نکته: به طور کلی هر دو چند ضلعی منتظم دلخواه که تعداد اضلاع آن ها برابر باشد، متشابه هستند.

نکته: در هر مثلث قائم الزایه متساوی الساقین، اندازه ی هر زاویه تند ۴۵ درجه است.

نکته: دو مثلث قائم الزایه متساوی الساقین همواره متشابه اند.

نکته: در دو مثلث متشابه، اضلاع مقابل به زاویه های برابر، متناسب هستند.

مثال: دو مثلث ABC و DEF متشابه هستند. اگر اضلاع مثلث ABC به اندازه های ۳ و ۴ و ۶ و اضلاع مثلث DEF به اندازه های

۲ و ۸ و $۳ - x$ باشند: (اضلاع دو مثلث از کوچک به بزرگ نوشته شده اند)

مسعود زیر کاری

(استدلال و اثبات در هندسه)

ناحیه یک زااهدان

الف) مقدار x و y را به دست آورید.

تناسب اضلاع

$$\frac{3}{2y} = \frac{4}{8} = \frac{6}{x-3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2y} = \frac{4}{8} \Rightarrow 8y = 24 \Rightarrow y = 3 \\ \frac{4}{8} = \frac{6}{x-3} \Rightarrow 4x - 12 = 48 \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15 \end{cases}$$

ب) نسبت تشابه دو مثلث را بنویسید. $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

نکته: نقشه ی هر مکان ، با شکل واقعی آن مکان متشابه است و نسبت تشابه آن ها را **مقیاس نقشه** می گویند.

نکته: زاویه ی بین دو خط در نقشه ، با زاویه ی متناظر آن ها در واقعیت برابر است.

مثال: مقیاس نقشه ای ۱:۱۰۰۰۰۰ است. اگر طول جاده ای روی این نقشه ۱۲ سانتی متر باشد :

الف) طول واقعی جاده چند کیلو متر است؟

$$\frac{1}{100000} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 1200000 \text{ cm} \qquad 1200000 \div 100000 = 12 \text{ km}$$

تبدیل واحد: هر کیلو متر ۱۰۰۰۰۰ سانتی متر است

ب) اگر اندازه ی یکی از زاویه های روی نقشه ۴۰ درجه باشد اندازه این زاویه در واقعیت چند درجه است؟

در دو شکل متشابه زاویه تغییر نمی کند. پس زاویه در واقعیت نیز ۴۰ درجه است.

نکته: در دو مثلث متشابه: الف) نسبت محیط و ارتفاع و نیمساز و عمود منصف و میانه با نسبت تشابه برابر است.

ب) نسبت مساحت با مجذور نسبت تشابه برابر است.

مثال: نسبت تشابه دو مثلث $\frac{3}{5}$ می باشد :

الف) نسبت میانه دو مثلث چند است؟ $\frac{3}{5}$

ب) نسبت مساحت دو مثلث چند است؟ $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

@riaziat789

ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم