مجموعه دسته ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) ومتمایز (غیر تکراری) است .

آن اشیاء را عضو های مجموعه نامیده و همگی را در نماد آکولاد{ } گذاشته و بین عضو ها حرف"و"می نویسیم .

معمولاً مجموعه ها را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند . به طور مثال مقسوم علیه های مثبت عدد ۱۲ را به صورت مجموعه ی $A=\{۱,۲,۳,۴,۶,۱۲\}$ نمایش می دهیم .

سوال : آیا دسته دانش آموزان باهوشِ مجتمع صالحین آبادان ، یک مجموعه است ؟

پاسخ : خیر زیرا دقیقاً نمی توان مشخص کرد ، کدام دانش آموز درون این دسته است و کدام دانش آموز عضو این دسته نیست ، بنابراین نمی تواند مجموعه باشد .

مجموعه ی $K=\{a,b,۵,۷\}$ را در نظر بگیرید ، برای این که نشان دهیم a عضوی از مجموعه ی K است ، می نویسیم $a\in K$ و می خوانیم" a عضوِ K است" و چون عدد ۴ عضو این مجموعه نیست ، می نویسیم $۴\notin K$ و می خوانیم" ۴ عضوِ K نیست " .

قرار داد : تعداد عضو های هر مجموعه مانند A را با نماد $n(A)$ نمایش می دهیم . به عنوان مثال اگر $A=\{۲,۴,۶,۷\}$ آنگاه $n(A)=۴$ است .

مجموعه های معروف اعداد :

$\mathbb{N}=\{۱,۲,۳,...\}$: مجموعه اعداد طبیعی

$W=\{۰,۱,۲,...\}$: مجموعه اعداد حسابی

$\mathbb{Z}=\{۰,\pm۱,\pm۲,...\}$: مجموعه اعداد صحیح

مجموعه اعداد گویا (مُنطِق) : مجموعه اعداد که بتوان آنها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نوشت ، که با نماد $\mathbb{Q}$ نمایش می دهیم .

مجموعه اعداد گنگ (اَصَم) : مجموعه اعدادی که نتوان آنها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد ، مانند $\sqrt{۲}$ و π و . . .

مجموعه اعداد گنگ با نماد $\mathbb{Q}'$ نمایش داده می شود .

مجموعه اعداد حقیقی : مجموعه ای که شامل تمام اعداد گویا و گنگ می باشد و با نماد $\mathbb{R}$ نمایش می دهیم .

توجه : هر عدد طبیعی که شامل فقط دو مقسوم علیه متمایز باشد را عدد اول نامیم مانند ۲ و۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و . . . ، این اعداد را در یک مجموعه نوشته و به عنوان مجموعه اعداد اول می شناسیم : $P=\{۲,۳,۵,...\}$.

تعریف : مجموعه هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است ، مجموعه های متناهی می نامیم .

همچنین مجموعه هایی که نمی توان تعداد اعضای آنها را با یک عدد بیان کرد یعنی بی شمار عضو دارند را مجموعه های نامتناهی می نامیم .

سوال : تعیین کنید کدام یک از مجموعه های زیر متناهی و کدام نا متناهی است .

الف) مجموعه انسان های روی زمین $\Leftarrow$ متناهی

ب) مجموعه اعداد گویای بین ۱ و ۲ $\Leftarrow$ نا متناهی ، زیرا بی شمار عدد مثل $۱\frac{۱}{۱۰}$ و $۱\frac{۱}{۱۰۰}$ و $۱\frac{۱}{۱۰۰۰}$ و . . . عضو این مجموعه اند .

پ) مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدا مختصات $\Leftarrow$ نا متناهی ، زیرا بی شمار دایره به مرکز مبدا مختصات و شعا ع های متمایز می توان رسم کرد .

تعریف : اگر در مجموعه ای عضوی وجود نداشته باشد ، آن را مجموعه تُهی ($null\ set$) می نامیم و با نماد $\varnothing$ یا $\{\ \}$ نمایش می دهیم . بدیهی است که : $n(\varnothing)=۰$.

نمایش مجموعه ها : مجموعه ها را به یکی از صورت های زیر نمایش می دهیم .

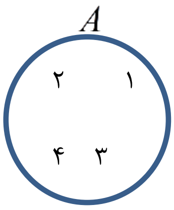
الف) **نمایش تفصیلی :** همه یا تعدادی از اعضای مجموعه نوشته می شوند مانند :

$$A=\{۱,۲,۳\} \quad و \quad B=\{۲,۴,۶,...,۹۸\} \quad و \quad C=\{-۱,-۳,-۵,...\}$$

ب) **نماد ریاضی :** برای مثال ، مجموعه اعداد طبیعی زوج (مضرب های ۲) را به صورت $E=\{۲k\,|\,k\in\mathbb{N}\}$ نمایش می دهیم .

پ) **نمودار وِن :** مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خطوط شکسته بسته نمایش داد .

به عنوان نمونه مجموعه $A=\{۱,۲,۳,۴\}$ را به صورت رو به رو نمایش می دهیم .



مثال : مجموعه های زیر را با نوشتن عضوهایشان (نمایش تفصیلی) مشخص کنید .

الف) $A=\{۵n+۳|n\in\mathbb{N}\}\Rightarrow A=\{۸,۱۳,۱۸,۲۳,...\}$

ب) $B=\{x\in\mathbb{Z}|-۳\le x<۳\}\Rightarrow B=\{-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲\}$

پ) $C=\left\{\frac{x}{x+۲}\middle|x\in\mathbb{Z},x^{۲}=۹\right\}\Rightarrow\left\{۳\,,\frac{۳}{۵}\right\}$

مثال : مجموعه اعداد گویا را می توان با نماد ریاضی به یکی از صورت های زیر نوشت :

$$\mathbb{Q}=\left\{\frac{m}{n}\middle|m\in\mathbb{Z}\,,n\in\mathbb{N}\right\} \text{ یا } \mathbb{Q}=\left\{\frac{m}{n}\middle|m,n\in\mathbb{Z}\,,n\neq۰\right\}$$

مثال : مجموعه ی $E=\{۰\,,۳\,,۸\,,۱۵\,,۲۴\,,...\}$ را با نماد ریاضی بنویسید .

پاسخ : هر عضو این مجموعه مربع عددطبیعی مِنهای یک است مانند $۰=۱^{۲}-۱$ و $۳=۲^{۲}-۱$. بنابراین : $B=\{m^{۲}-۱|m\in\mathbb{N}\}$

مثال : با فرض $A_n=\{n,n+۱,n+۲,...,۲n\}$ ، مجموعه های $A_۱$ و $A_۲$ و $A_۳$ را با نوشتن اعضاء مشخص کنید .

پاسخ : $A_۱=\{۱,۲\}$ و $A_۲=\{۲,۳,۴\}$ و $A_۳=\{۳,۴,۵,۶\}$

تساوی مجموعه ها : دو مجموعه A و B با هم برابرند هر گاه ، هرعضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد و می نویسیم $A=B$.

مثال : m و n را چنان بیابید که $\left\{۵,m,\frac{۲}{۵},۴,\frac{۹}{۳}\right\}=\left\{۰/۴,۳,\frac{-\sqrt{۱۴۴}}{(-۲)^{۲}},n,\sqrt{۲۵}\right\}$ باشد .

پاسخ : با ساده کردن می توان تساوی فوق را به صورت $\left\{۵,m,\frac{۲}{۵},۴,۳\right\}=\left\{\frac{۲}{۵},۳,-۳,n,۵\right\}$ نوشت . بنابراین $m=-۳$ و $n=۴$ می باشد .

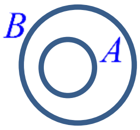
تعریف : اگر هر عضو مجموعه A ، عضوی از مجموعه B باشد گوییم A **زیر مجموعه** B است و می نویسیم $A\subseteq B$.

نکته : واضح است که هر مجموعه زیر مجموعه ی خودش است ، یعنی $A\subseteq A$.

نکته : مجموعه ی تُهی زیر مجموعه ی هر مجموعه ی دلخواه است ، یعنی $\varnothing\subseteq A$.

نکته : اگر بتوانیم عضوی در A بیابیم که در B نباشد ، گوییم A زیر مجموعه B نیست و می نویسیم $A\not\subseteq B$.

توجه : $A\subseteq B$ را به کمک نمودار وِن نیز می توان نمایش داد (شکل مقابل) :



مثال : اگر $A=\{a,\{a\},\{a,b\}\}$ ، کدام یک از روابط زیر صحیح است ؟

$\{a\}\subseteq A \Rightarrow$ صحیح	$a\subseteq A \Rightarrow$ غلط	$\{a\}\in A \Rightarrow$ صحیح	$a\in A \Rightarrow$ صحیح
$\{\varnothing\}\subseteq A \Rightarrow$ غلط	$b\in A \Rightarrow$ غلط	$\{b\}\subseteq A \Rightarrow$ غلط	$\{\{a\}\}\subseteq A \Rightarrow$ صحیح

سوال : اگر B مجموعه ی متناهی و $A\subseteq B$ فرض شود ، آنگاه A متناهی است یا نامتناهی ؟

پاسخ : A متناهی است ، زیرا اگر نا متناهی باشد بیشمار عضو دارد و نمی تواند زیر مجموعه یِ B باشد .

سوال : اگر A مجموعه ای نا متناهی و $B\subseteq A$ ، آنگاه در مورد B چه می توان گفت ؟

پاسخ : B می تواند متناهی یا نامتناهی باشد .

به عنوان نمونه اگر $A=\{۱,۳,۵,۷,...\}$ آنگاه $B=\{۱,۳\}$ یا $B=\{۳,۵,۷,...\}$ می تواند باشد .

مثال : تمام زیر مجموعه های مجموعه $K=\{a,b,c\}$ را بنویسید .

پاسخ : ابتدا زیر مجموعه ی هیچ عضوی ، سپس یک عضوی ها و بعد دو عضوی ها و در آخر سه عضوی را می نویسیم :

$$\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}$$

در مثال قبل ، هر عضو مجموعه ی K می تواند درون زیر مجموعه باشد یا نباشد در نتیجه برای هر عضو آن دو حالت وجود دارد .

یعنی برای a ، ۲ حالت و برای b ، ۲ حالت و برای c نیز دو حالت وجود دارد که با ضرب این تعداد حالات ، تعداد زیر مجموعه ها به دست می آید . یعنی $۲\times۲\times۲=۸$ زیر مجموعه برای A خواهیم داشت .

مثال : مجموعه ی $H=\{۱,۵,۷,۹\}$ چند زیر مجموعه دارد ؟

پاسخ : تعداد حالات : $\underset{۱}{\boxed{۲}}\times\underset{۵}{\boxed{۲}}\times\underset{۷}{\boxed{۲}}\times\underset{۹}{\boxed{۲}}\Rightarrow ۲^{۴}=۱۶$

مثال : مجموعه $S=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ را در نظر بگیرید . چه تعداد از زیر مجموعه های آن شامل اعضای b,g هستند ولی عضو d درون آنها نیست ؟

پاسخ : $\underset{a}{\boxed{۲}}\times\underset{b}{\boxed{۱}}\times\underset{c}{\boxed{۲}}\times\underset{d}{\boxed{۱}}\times\underset{e}{\boxed{۲}}\times\underset{f}{\boxed{۲}}\times\underset{g}{\boxed{۱}}\times\underset{h}{\boxed{۲}}\Rightarrow ۲^{۵}=۳۲$

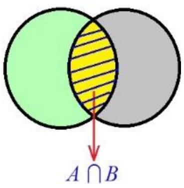
تمرین : چه تعداد مجموعه مانند X می توان تعریف کرد ، به طوری که $\{۱,۲,۳\}\subseteq X\subseteq\{۱,۲,۳,...,۹\}$.

****

مجموعه ی مرجع : مجموعه ای که همه ی مجموعه های مورد بحث ، زیر مجموعه ی آن باشند ، مجموعه ی مرجع نامیم و آن را با U نشان می دهیم .

به عنوان نمونه مجموعه $U=\{۲,۵,۷,۹,۱۱\}$ می تواند مجموعه ی مرجع هر یک از مجموعه های $A=\{۲,۷,۹\}$ یا $B=\{۷\}$ باشد ولی نمی توان آن را مرجعی برای مجموعه ی $C=\{۱,۲,۵,۷\}$ در نظر گرفت .

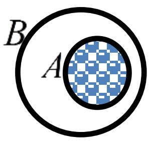
اشتراک : اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه ای شاملِ همه ی عضو هایی است که هم عضو مجموعه ی A و هم عضو مجموعه ی B است . این مجموعه را با نماد $A\cap B$ نشان می دهیم .



مثال : اگر $A=\{x,y,z\}$ و $B=\{y,z,t,w\}$ آنگاه $A\cap B=\{y,z\}$ خواهد بود .

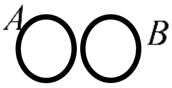
نکته : واضح است که $A\cap B=B\cap A$ و $A\cap\varnothing=\varnothing$ و $A\cap U=A$.

نکته : با توجه به شکل مقابل ، اگر $A\subseteq B$ آنگاه $A\cap B=A$ خواهد بود .



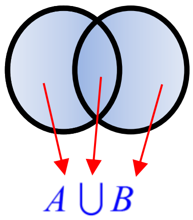
نکته : به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند ، دو مجموعه ی جدا از هم یا مجزا می گوییم .

در شکل مقابل دو مجموعه A و B مجزا هستند :



****

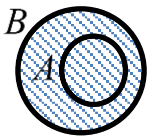
اجتماع : اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه ای شاملِ همه ی عضو هایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه ی A و B باشد . این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می دهیم .



مثال : اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A \cup B = \{x, y, z, t, w\}$ خواهد بود .

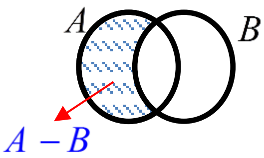
نکته : واضح است که $A \cup B = B \cup A$ و $A \cup \varnothing = A$ و $A \cup U = U$.

نکته : با توجه به شکل مقابل ، اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A \cup B = B$ خواهد بود .



****

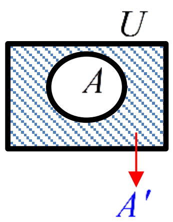
تفاضل : مجموعه ی $A - B$ مجموعه ای است شامل تمام عضوهای A که عضو B نیستند .



مثال : اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A - B = \{x\}$ و $B - A = \{t, w\}$ خواهد بود .

نکته : تفاضل مجموعه ها در حالت کلی خاصیت جابجایی ندارد مگر آنکه دو مجموعه با هم برابر باشند : $A - B \neq B - A$

تعریف : هرگاه U مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ باشد ، آنگاه مجموعه $U - A$ را متمم A می نامیم و آن را با نماد A' نشان می دهیم . به عبارت دیگر A' شامل عضوهایی از مرجع است که درون A نیستند .



مثال : اگر $W = \{۰, ۱, ۲, ۳, ...\}$ مجموعه ی مرجع و $A = \{۱, ۳, ۵, ...\}$ فرض شود آنگاه $A' = \{۰, ۲, ۴, ۶, ...\}$ می باشد .

نکته : واضح است که $A \cup A' = U$ و $A \cap A' = \varnothing$ و $A - A' = A$ و $(A')' = A$ و $\varnothing' = U$ و $U' = \varnothing$.

سوال : اگر A مجموعه متناهی باشد ، A' چگونه مجموعه ای است ؟

پاسخ : بستگی به مجموعه ی مرجع دارد . اگر مرجع متناهی باشد ، آنگاه دو مجموعه ی A و A' متناهی هستند

اما در صورتی که مرجع نامتناهی باشد ، با توجه به متناهی بودنِ A ، باید مجموعه ی A' نامتناهی باشد .

تمرین (تست) : اگر مجموعه های $A=\left\{\frac{1}{x} \middle| x\in\mathbb{N}\right\}$ و $B=\left\{\frac{x}{8} \middle| x\in\mathbb{N}\right\}$ مفروض باشند ، کدام یک از مجموعه های زیر متناهی است ؟

۱) $A-B$ ۲) $B-A$ ۳) $A\cap B$ ۴) $A\cup B$

۱- قانون پخشی : $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$

مثال : عبارت $A\cup(B\cap A')$ را ساده کنید .

پاسخ : $A\cup(B\cap A')=(A\cup B)\cap(A\cup A')=(A\cup B)\cap U=A\cup B$

مثال : ثابت کنید : $(A\cup B\cup C)\cap(A\cup B\cup C')\cap(A\cup B')=A$

پاسخ : $\text{چپ}=(A\cup B\cup C)\cap(A\cup B\cup C')\cap(A\cup B')$

$$=[(A\cup B)\cup(C\cap C')]\cap(A\cup B')$$

$$\xrightarrow{C\cap C'=\varnothing}=(A\cup B)\cap(A\cup B')$$

$$=A\cup(B\cap B')=A\cup\varnothing=A$$

****

۲- قانون دمورگان : $(A\cup B)'=A'\cap B'$

$$(A\cap B)'=A'\cup B'$$

مثال : عبارت $(A\cup B')'\cup(A\cap B)$ را ساده کنید .

پاسخ : $\text{عبارت}=(A'\cap B)\cup(A\cap B)=B\cap(A'\cup A)=B\cap U=B$

****

۳- تبدیل تفاضل و اشتراک به یکدیگر : $A-B=A\cap B'$

مثال : نشان دهید $(A-B)\cup(A-C)\cup(A-D)=A-(B\cap C\cap D)$.

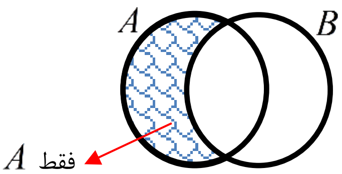
$\text{چپ}=(A\cap B')\cup(A\cap C')\cup(A\cap D')=A\cap(B'\cup C'\cup D')$

$$=A-(B'\cup C'\cup D')'=A-(B\cap C\cap D)$$

مثال : ثابت کنید $A-B=B'-A'$.

پاسخ : $\text{چپ}=A\cap B'=B'\cap A=B'-A'$

****



نکته مهم : قسمت رنگ شده در شکل روبه رو را به عنوان $A-B$ (فقط A) می شناسیم .

با کمی دقت متوجه می شویم آن را می توان به عنوان $A-(A\cap B)$ و همچنین به عنوان $(A\cup B)-B$ نیز در نظر گرفت . بنابراین : $\text{فقط } A=A-B=A-(A\cap B)=(A\cup B)-B$

مثال : در آزمون درس فیزیک ۱۰ نفر و در آزمون درس ریاضی ۷ نفر مردود شده اند . در صورتی که ۵ نفر در هر دو آزمون مردود شده باشند ، چند نفر فقط در درس ریاضی مردود شده اند ؟

پاسخ : مجموعه ی مردودی های درس فیزیک را با F و درس ریاضی را با R نمایش می دهیم . بنابراین :

$$n(R-F)=n(R)-n(R\cap F)=۷-۵=۲$$

***تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه ***

اگر A و B دو مجموعه از مجموعه ی مرجع U فرض شوند آنگاه : $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

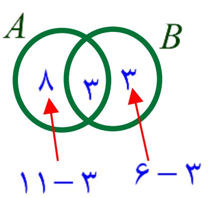
در صورتی که A و B دو مجموعه مجزا باشند $n(A\cap B)=0$ بوده و در نتیجه : $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

مثال : اگر $n(A)=۱۱$ و $n(B)=۶$ و $n(A\cap B)=۳$ باشد ، مقدار $n(A\cup B)$ و $n(A\cap B')$ را به کمک روابط و به کمک نمودار وِن محاسبه نمایید .

روش اول (استفاده از روابط) :

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=۱۱+۶-۳=۱۴$$

$$n(A\cap B')=n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=۱۱-۳=۸$$



روش دوم (استفاده از نمودار وِن) : مطابق شکل روبه رو ، ابتدا عدد مربوط به اشتراک در شکل نوشته شده ، سپس دیگر اعداد با توجه به آن محاسبه و در نمودار نوشته می شوند .

بنابراین طبق شکل می توان گفت :

$$n(A\cup B)=۸+۳+۳=۱۴ \quad \text{و} \quad n(A\cap B')=n(A-B)=۸$$

مثال : در یک کلاس ۳۰ نفره ، ۸ نفر عضو تیم والیبال ، ۱۴ نفر عضو تیم فوتبال و ۳ نفر عضو هر دو تیم هستند .

الف) چند نفر عضو تیم والیبال یا فوتبال (حداقل یکی از آن دو) هستند ؟

ب)چند نفر عضو تیم فوتبال بوده ولی عضو تیم والیبال نیستند ؟

پ) چند نفر عضو هیچکدام از تیم ها نیستند ؟

ت) چند نفر فقط در یک تیم عضو هستند ؟

پاسخ (روش اول- استفاده از روابط) : با توجه به فرض های گفته شده داریم $n(V\cap F)=۳$ و $n(F)=۱۴$ و $n(V)=۸$

الف) $n(V\cup F)=n(V)+n(F)-n(V\cap F)=۸+۱۴-۳=۱۹$

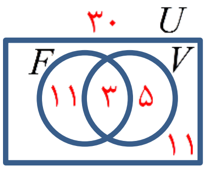
ب) $n(\text{F فقط})=n(F)-n(F\cap V)=۱۴-۳=۱۱$

پ) $n(F'\cap V')=n(U)-n(F\cup V)=۳۰-۱۹=۱۱$

ت) $n(F\ \text{فقط})+n(V\ \text{فقط})=(۱۴-۳)+(۸-۳)=۱۱+۵=۱۶$

پاسخ (روش دوم – استفاده از نمودار وِن) : شکل روبرو را رسم کرده

و اعداد درون آن را با توجه به فرض سوال می نویسیم :



الف) $۱۱+۳+۵=۱۹$ ب) ۱۱ پ) ۱۱ ت) $۱۱+۵=۱۶$

مثال : کلاسی ۲۵ دانش آموز دارد ۱۰ نفر آنها در المپیاد نجوم و ۱۳ نفر از آنها در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند و ۵ نفر از آنها در هیچ المپیادی شرکت نکرده اند .

الف) چه تعداد از دانش آموزان در هر دو المپیاد شرکت کرده اند ؟

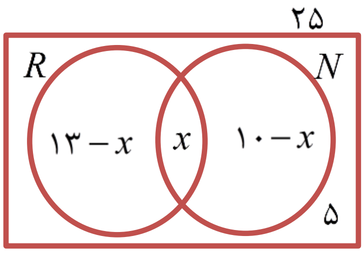
ب) چه تعداد از دانش آموزان فقط در المپیاد نجوم شرکت کرده اند ؟

پاسخ (روش اول- استفاده از روابط) : واضح است که $n(R\cup N)=۲۵-۵=۲۰$ و $n(R)=۱۳$ و $n(N)=۱۰$

الف) $n(R\cup N)=n(R)+n(N)-n(R\cap N)\Rightarrow ۲۰=۱۳+۱۰-n(R\cap N)\Rightarrow n(R\cap N)=۳$

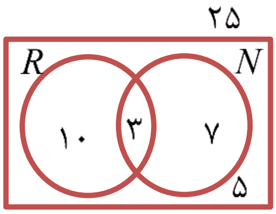
ب) $n(N\ \text{فقط})=n(N)-n(R\cap N)=۱۰-۳=۷$

پاسخ (روش دوم – استفاده از نمودار وِن) : شکل روبرو را رسم کرده و مقدار اشتراک را x فرض می کنیم ، بنابراین تعداد افرادی که فقط در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند $۱۳-x$ و فقط نجوم $۱۰-x$ می باشد . در نتیجه :



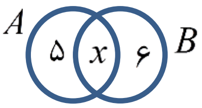
$$۱۳-x+x+۱۰-x+۵=۲۵\Rightarrow x=۳$$

با جایگزین کردن مقدار $x=۳$ در شکل داریم :



الف) ۳ ب)۷

مثال : اگر $A\cup B$ و $A-B$ و $B-A$ به ترتیب ۱۸ و۵ و۶ عضو داشته باشند ، A و B هر کدام چند عضو دارند ؟



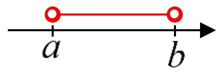
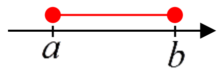
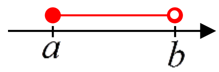
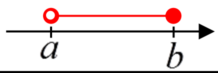
پاسخ : برای حل این سوال یک نمودار وِن رسم می کنیم . بنابراین :

$$۵+x+۶=۱۸\Rightarrow x=۷\Rightarrow\begin{cases}n(A)=۵+x=۵+۷=۱۲\\ n(B)=۶+x=۶+۷=۱۳\end{cases}$$

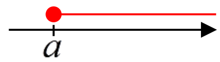
****

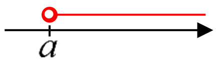
مجموعه ی تمام اعداد حقیقی در یک فاصله روی محور اعداد را **بازه** می گویند .

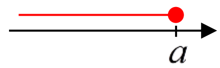
اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند و $a<b$ آنگاه تعریف می کنیم :

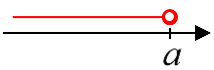
نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه ای	نمایش هندسی
باز	(a,b)	$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$	
بسته	$[a,b]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x\le b\}$	
نیم باز	$[a,b)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x<b\}$	
نیم باز	$(a,b]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\le b\}$	

قرار داد :

$\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge a\}=[a,+\infty)$ 

$\{x\in\mathbb{R}\mid x>a\}=(a,+\infty)$ 

$\{x\in\mathbb{R}\mid x\le a\}=(-\infty,a]$ 

$\{x\in\mathbb{R}\mid x<a\}=(-\infty,a)$ 

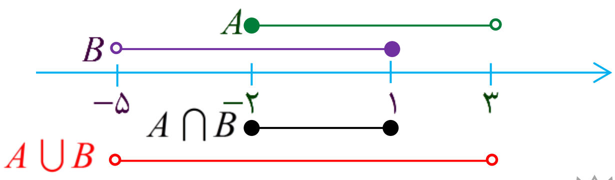
مثال : با فرض $A_i=[-i\,,۲i]$ ، مطلوبست $A_۱$ و $A_۲$.

پاسخ : با نوشتن اعداد ۱ و ۲ به جای i داریم : $A_۱=[-۱,۲]$ و $A_۲=[-۲,۴]$

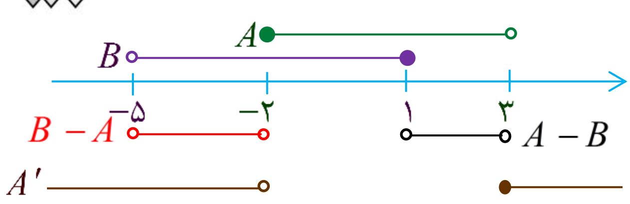
مثال : با فرض $A=[-۲,۳)$ و $B=(-۵,۱]$ ، حاصل هر یک از مجموعه های زیر را به صورت بازه نمایش دهید .

الف) $A\cup B$ ب) $A\cap B$ پ) $A-B$ ت) $B-A$ ث) A'

پاسخ : ابتدا مجموعه ی مفروض را روی محور نمایش داده ، سپس موارد خواسته شده را روی محور رسم می کنیم و به صورت بازه می نویسیم .



$\Rightarrow A\cap B=[-۲,۱]\quad,\quad A\cup B=(-۵,۳)$



$$\Rightarrow \begin{cases} A-B=(1,3) \\ B-A=(-5,-2) \\ A'=(-\infty,-2)\cup[3,+\infty) \end{cases}$$

۱- اگر مجموعه ی $A=\{x,\{x\},\{x,\{x\}\}\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟

الف) $\{x\}\subseteq A$ ب) $\{\{x\}\}\in A$

۲- جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.

الف) اگر $A\subseteq\varnothing$ باشد، آنگاه مجموعه ی A برابر .... است.

ب) متمم مجموعه‌ی مرجع ، مجموعه‌ی .... است .

پ) $E\cap E'=\cdots\cdots$ و $E\cup E'=\cdots\cdots$ است .

ت) هر نقطه روی محور اعداد حقیقی نشان دهنده ی یک .... مشخص است .

ث) اگر مجموعه ی A نامتناهی و مجموعه ی B متناهی باشد ، $A\cap B$ مجموعه ای ...... و $A\cup B$ مجموعه ای ...... می باشند .

ج) اجتماع دو مجموعه ی $(B-A)$ و $(A\cap B)$ با مجموعه ی ...... مساوی است .

چ) در صورتی که $A-B=B-A$ باشد ، A و B .... هستند .

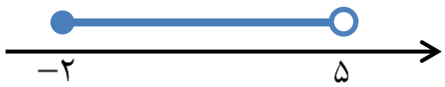
۳- یک مجموعه مثال بزنید که هر عضو آن زیر مجموعه ی آن باشد .

۴- سه مجموعه نامتناهی A و B و C بنویسید که مجزا از هم بوده و اجتماع آنها مجموعه ی اعداد طبیعی شود .

۵- اگر $\mathbb{Z}$ مجموعه ی مرجع باشد ، مجموعه های $(W-\mathbb{N})'$ و $(\mathbb{N}-W)'$ را به نوشتن اعضاء مشخص کنید .

۶- اشتراک دو مجموعه ی $[-4,5)$ و $\mathbb{Z}-W$ چند عضوی است ؟ چرا ؟

۷- نمایش هندسی روبرو را به صورت مجموعه ای و به صورت بازه ای نمایش دهید .



۸- اگر $A=(2,+\infty)$ و $B=[0,4]$ و $C=(-1,3]$ باشد ، مجموعه های زیر را با بازه ها نمایش دهید .

الف) $B-C$ ب) $A-B'$ پ) $(A\cup B)-(B\cap C)$ ت) $C'-A'$

۹- با فرض $A=[-1,3)$ و $B=[1,4]$ ، مطلوبست $A\cup B$ ، $A\cap B$ و $A-B$ و A' .

۱۰- اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی فرد و B مجموعه ی اعداد طبیعی اول باشند ، از بین مجموعه های $A-B$ ، $B-A$ ، $A\cup B$ و $A\cap B$ ، کدامیک قطعاً متناهی است ؟

۱۱- اگر Aمجموعه متناهی و B مجموعه نامتناهی باشد آنگاه متناهی یا نا متناهی بودن مجموعه های $A-B$ ، $B-A$ ، $A\cup B$ و $A\cap B$ را تعیین کنید .

۱۲- دو مجموعه نامتناهی مانند A و B مثال بزنید که :

الف) $A \bigcap B$ متناهی باشد ب) $A - B$ متناهی باشد پ) $A \bigcup B$ نامتناهی باشد

۱۳- کلمه مناسب را برای جاهای خالی انتخاب کنید .

الف) اشتراک دو مجموعه زیر مجموعه ی .... دو مجموعه است . (تفاضل – اجتماع)

ب) اشتراک دو مجموعه ی A و B ..... هر یک از دو مجموعه ی A و B است . (زیر مجموعه – متمم)

پ) اجتماع دو مجموعه ی متناهی، مجموعه ای .... است . (متناهی – نامتناهی)

۱۴- هر گاه $A \subseteq B$ باشد ، تعیین کنید کدام عبارت درست و کدام نادرست است .

الف) اگر B متناهی باشد آنگاه A متناهی است . ب) اگر B نامتناهی باشد آنگاه A متناهی است .

پ) اگر A نامتناهی باشد آنگاه B نامتناهی است . ت) اگر A متناهی باشد آنگاه B نامتناهی است .

ت) $B' \subseteq A'$ ج) $A \bigcup B = B$ و $A \bigcap B = A$

۱۵- مجموعه های زیر را با اجتماع چند مجموعه بنویسید .

الف) $\mathbb{R} - \{۱\}$ ب) $\mathbb{R} - \{-۱,۱\}$ پ) $\mathbb{R} - (-۱,۱)$

ت) $\mathbb{R} - [-۱,۱)$ ت) $(۲,۷) - (۳,۴)$ ث) $[-۱,۱]'$

۱۶- ثابت کنید $[A \bigcap (A-B)'] \bigcup [B \bigcap (A' \bigcup B')] = B$.

۱۷- عبارت $[A \bigcap (A' \bigcup B)] \bigcup [B - (A \bigcap B)]$ را ساده کنید .

۱۸- اگر A و B دو مجموعه ی ناتهی باشند ، عبارت $A - (B - (A \bigcap B))$ را ساده کنید .

۱۹- از بین ۴۰ کارمند یک شرکت ۲۰ نفر بیمه ی تامین اجتماعی و ۲۰ نفر بیمه ی حوادث شده اند . اگر ۱۱ نفر ، هم بیمه ی تامین اجتماعی و هم بیمه ی حوادث شده باشند :

الف) چند نفر نه بیمه ی تامین اجتماعی و نه بیمه ی حوادث شده اند ؟

ب) چند نفر فقط بیمه ی تامین اجتماعی شده اند ؟

پ) چند نفر تحت پوشش فقط یکی از بیمه ها شده اند ؟

۲۰- در یک کلاس ۳۱ نفره ، ۲۰ نفر در درس ریاضی و ۱۳ نفر در درس فیزیک قبول شده اند . اگر ۷ نفر در هر دو درس مردود شده باشند چند نفر در هر دو درس قبول شده اند ؟ چند نفر فقط در یکی از این دروس قبول شده اند ؟

۲۱- در یک هتل ۳۸ مسافر وجود دارد . ۲۰ نفر آنان تاجر و ۱۷ نفر جهانگرد هستند . اگر ۷ نفر نه تاجر و نه جهانگرد باشند ،

الف) چند مسافر فقط تاجرند ؟ ب) چند مسافرِ تاجرِ جهانگرد در هتل وجود دارد ؟

پ) چند نفر فقط تاجر یا فقط جهانگردند ؟ ت) چند نفر از مسافران تاجر نیستند ؟

۲۲- اگر $n(A-B)+n(B-A)=۴n(A \bigcap B)$ باشد ، مقدار $\frac{n(A \bigcup B)}{n(A \bigcap B)}$ را حساب کنید .

جواب نهایی تمرین ها :

۱- الف) درست ب) نادرست

۲- الف) $\varnothing$ ب) $\varnothing$ پ) $\varnothing$ و U ت) عدد حقیقی ث)متناهی – نامتناهی ج) B چ) مساوی

۳- $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$

۴- $A=\{۱,۴,۷,۱۰,۱۳,...\}$ و $B=\{۲,۵,۸,۱۱,۱۴,...\}$ و $C=\{۳,۶,۹,۱۲,۱۵,...\}$

۵- $\{۱,۲,۳,...\}$ و $\{۰,\pm۱,\pm۲,...\}$

۶- چهار عضوی است $\Leftarrow \{-۱,-۲,-۳,-۴\}=\{-۱,-۲,-۳,...\}\cap[-۴,۵)$

۷- $[-۲,۵)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,-۲\le x<۵\}$

۸- الف) $(۳,۴]$ ب) $(۲,۴]$ پ) $(۳,+\infty)$ ت) $(۳,+\infty)$

۹- $[-۱,۴]$ و $[۱,۳)$ و $[-۱,۱)$ و $(-\infty,-۱)\cup[۳,+\infty)$

۱۰- نامتناهی ، متناهی ، نامتناهی ، نامتناهی

۱۱- متناهی ، نامتناهی ، نامتناهی ، متناهی

۱۲- الف) $A=[۱,۲]$ و $B=[۲,۵]$ ب) $A=W$ و $B=\mathbb{N}$ پ) $A=[۱,۳]$ و $B=[-۲,۲)$

۱۳- الف) اجتماع ب) زیر مجموعه پ) متناهی

۱۴- الف)درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست ث) درست ج)درست

۱۵- الف) $(-\infty,۱)\cup(۱,+\infty)$ ب) $(-\infty,-۱)\cup(-۱,۱)\cup(۱,+\infty)$ پ) $(-\infty,-۱]\cup[۱,+\infty)$

ت) $(-\infty,-۱)\cup[۱,+\infty)$ ث) $(۲,۳]\cup[۴,۷)$ ج) $(-\infty,-۱)\cup(۱,+\infty)$

۱۷- B

۱۸- A

۱۹- الف) ۱۱نفر ب) ۹ نفر پ)۱۸ نفر

۲۰- ۹ نفر در هر دو درس قبول شده اند . ۱۵ نفر فقط در یکی از دروس قبول شده اند .

۲۱- الف) ۱۴ نفر ب)۶ نفر پ) ۲۵ نفر ت) ۱۸ نفر

۲۲- ۵