

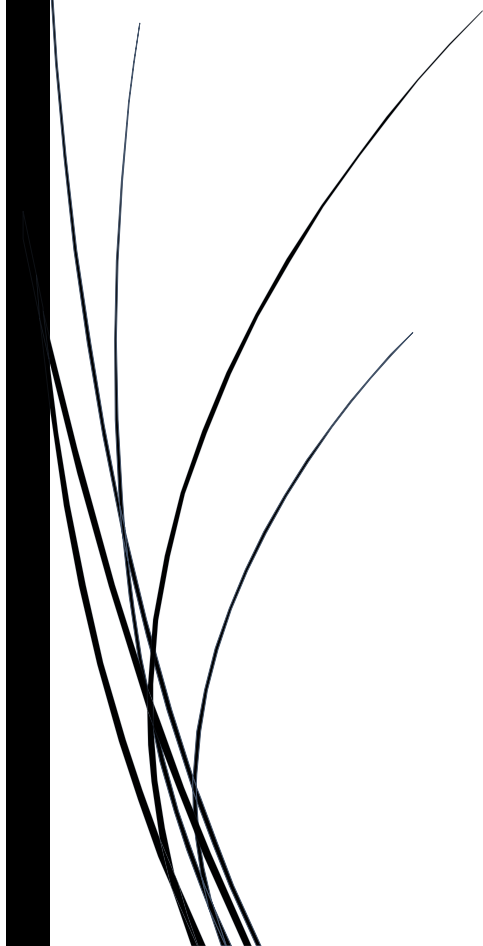
به نام خدا

(۱۰ انسانی)

جزوه ریاضی و آمار ۱

نهیبه و تنظیم: فاطمه بوربور

دبیر ریاضی شهرستان های استان تهران (وراین)



فصل اول

معادله درجه دوم

❖ درس اول: معادله و مسائل توصیفی

❖ درس دوم: معادله درجه ۲ و کاربردها

❖ درس سوم: معادله های شامل عبارت های گویا

شهریور ادی	نوبت دوم	نوبت اول

بارم فصل ۱:

فصل ۱ درس ۱: معادله و مسائل توصیفی

(کاردرگلاسی ص ۱۱)

معادله عبارت زیر را نوشته و حل کنید.

" ما و ما و نصف ما و نصفه ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی صد می شویم "

حل: \square

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \rightarrow 4 \text{ م م م م ک}$$

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \rightarrow$$

$$4x + 4x + 2x + x + 4 = 400 \rightarrow$$

$$11x = 396 \rightarrow x = 36$$

(تعمیری ۱ ص ۱۴)

① هر کدام از عبارت های زیر را به یک معادله تبدیل کنید.
الف) عددی را بیابید که پنج برابر آن به علاوه دو مساوی با سه برابر آن عدد منهای دو باشد.

ب) مربع عددی برابر با همان عدد به علاوه عدد یک است.

اهداف درس ۱:

- آشنایی با مفهوم معادله درجه اول
- مهارت تشکیل یک معادله درجه اول و سپس حل آن

معادله درجه اول:

هر معادله پس از ساده کردن به شکل

$$ax + b = 0 \quad (a \neq 0)$$

که در آن a و b اعداد حقیقی هستند را یک معادله درجه اول

می نامیم. جواب یا ریشه این معادله برابر $x = \frac{-b}{a}$ است.

(مثال ص ۱۰)

جواب یا ریشه معادله $4x + 2 = 10$ به صورت زیر است:

$$4x + 2 = 10 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2$$

تشکیل معادله درجه اول و حل آن:

برای حل مسائل و معادلات توصیفی، ابتدا مجهول مسئله را x یا y یا ... در نظر می گیریم و با توجه به داده های مسئله یک معادله نوشته و حل می کنیم.

(فعالیت ص ۱۰)

عددی را بیابید که دو برابر آن به علاوه عدد یک، برابر با پنج برابر همان عدد منهای چهار باشد.

حل: \square

$$2x + 1 = 5x - 4 \rightarrow 2x - 5x = -4 - 1 \rightarrow$$

$$-3x = -5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

فصل ۱ درس ۲: حل معادله درجه ۲ و کاربردها

اهداف درس ۲:

- آشنایی با مفهوم معادله درجه دوم
- آشنایی با روش ها و فنون حل معادله درجه دوم
- ساختن معادله درجه دوم
- تعداد ریشه های معادله درجه ۲
- روابط بین ضرایب و ریشه ها
- طرح و حل مسائل کاربردی از معادله درجه دوم

معادله درجه دوم:

هر معادله پس از ساده کردن به شکل

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند را یک معادله درجه دوم می نامیم.

✓ نکته: یک معادله درجه ۲ می تواند ۱ یا ۲ جواب داشته باشد یا اصلا جواب نداشته باشد.

روش های حل معادله درجه دوم:

۱- روش تجزیه

۲- روش مربع کامل

۳- روش فرمول کلی یا دلتا (Δ)

حل معادله درجه دوم به روش تجزیه:

در حل معادله درجه دوم به روش تجزیه، از فاکتورگیری (عامل یابی) و اتحادها کمک می گیریم. و عبارت حاصل را برابر صفر قرار می دهیم.

✓ نکته: ویژگی حاصل ضرب صفر

اگر A و B دو عبارت جبری باشند و $AB = 0$ ، آنگاه حداقل یکی از این دو عبارت صفر است؛ یعنی:

$$A \times B = 0 \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

✓ نکته: در معادله $ax^2 + bx + c = 0$

اگر $c = 0$ باشد روش فاکتورگیری و اگر $b = 0$ باشد به شرطی که a و c هم علامت نباشند (اتحاد مزدوج) و اگر a و c هم علامت باشند، نمی توان تجزیه کرد و همین جا می توان گفت که این معادله جواب ندارد.

(فعالیت ص ۲۰)

معادله های زیر را حل کنید.

☑ حل:

$$1) x^2 + 6x = 0 \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} x(x+6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases}$$

معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

راه اول:

$$3) x^2 - 16 = 0 \xrightarrow{\text{مزدوج}} (x-4)(x+4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-4=0 \rightarrow x=4 \\ x+4=0 \rightarrow x=-4 \end{cases}$$

راه دوم:

$$3) x^2 - 16 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه گیری}} x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = +4 \\ x = -4 \end{cases}$$

ریشه گیری

$$4) x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \text{معادله ریشه ندارد}$$

$$۷) \frac{x^2}{3} = x$$

$$۸) 2x^2 - 8 = 0$$

$$۹) 2x^2 - 8x = 0$$

$$۱۰) 4x^2 - (2-x)^2 = 0$$

$$۱۱) (x+2)(x-3) = (x-3)$$

$$۱۲) (x-3)^2 = 4$$

$$۱۳) x^4 - 2x^2 = 0$$

مربع مجموع

$$۵) x^2 + 6x + 9 = 0 \longrightarrow (x+3)^2 \rightarrow x+3=0 \rightarrow x=-3$$

معادله ریشه مضاعف (تکراری) دارد.

مربع تفاضل

$$۶) x^2 - 10x + 25 = 0 \longrightarrow (x-5)^2 \rightarrow x-5=0 \rightarrow x=5$$

جمله مشترک

$$۷) x^2 + 5x + 6 = 0 \longrightarrow (x+2)(x+3) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x+2=0 \rightarrow x=-2 \\ x+3=0 \rightarrow x=-3 \end{cases}$$

(کاردرکلاسی و تمرین ۱ ص ۲۱)

معادله های زیر را به روش تجزیه حل کنید.

$$۱) x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$۲) 9x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$۳) x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$۴) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$۵) x^2 = x - \frac{1}{4}$$

$$۶) x^2 = 5 - x^2$$

(کاردر کلاسی هی ۲۶)

معادله های زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

۱) $2x^2 - 6x - 1 = 0$

۲) $3x^2 - 2 = 6x$

۵ الف) در معادله $(x-1)^2 = k$ جواب این معادله را در صورت وجود به ازای $k = 4, k = 0, k = -9$ معادله ریشه حقیقی ندارد؟

ب) در معادله $(x-1)^2 = k$ به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه مضاعف دارد؟

پ) در معادله $(x-1)^2 = k$ به ازای چه مقادیری از k معادله دور ریشه حقیقی دارد؟

ت) در معادله $(x-1)^2 = k$ به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی ندارد؟

حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل و تعداد ریشه های معادله درجه ۲:

تبدیل یک معادله ی درجه ی دوم به فرم $(x+h)^2 = k$ را مربع کامل کردن می گویند. که مراحل آن به صورت زیر است:

۱. دو طرف معادله را بر ضریب x^2 تقسیم می کنیم.
 ۲. عدد ثابت را به سمت راست تساوی می بریم.
 ۳. ضریب x را نصف و مجذور و به طرفین می افزاییم.
 ۴. سمت چپ را به اتحاد مربع تبدیل می کنیم.
 ۵. بر اساس علامت k می توان در وجود و تعداد ریشه های معادله درجه دوم اظهار نظر کرد:
- الف) اگر $k > 0$ باشد، معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.
- ب) اگر $k = 0$ باشد، معادله ریشه مضاعف دارد.
- ج) اگر $k < 0$ باشد، معادله ریشه حقیقی ندارد.

(مثال هی ۲۳)

۱) $2x^2 + 3x - 5 = 0 \xrightarrow{+2} x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0$

۲) $x^2 + \frac{3}{2}x = -\frac{5}{2}$

$$۳) \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{نصف و مجذور}} \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{اضافه به طرفین}} x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = -\frac{5}{2} + \frac{9}{16}$$

۴) $\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$

$k > 0$ ، معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

$$۵) x + \frac{3}{4} = \pm \sqrt{\frac{49}{16}} \begin{cases} x = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1 \\ x = -\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{10}{4} \rightarrow x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

(کاردر کلاسی ص ۲۷)

معادله های درجه دوم زیر را به روش تشکیل مربع کامل حل کنید.

۱) $x^2 - 5x + 6 = 0$

۲) $x^2 + \frac{1}{4} = -x$

۳) $9x^2 + 3x - 2 = 0$

۴) $x^2 + 6x + 9 = 0$

کل معادله درجه دوم به روش فرمول کلی (Δ) و تعداد ریشه های معادله درجه ۲:مرحله (۱): ضرایب a, b, c را مشخص می کنیم.مرحله (۲): مقدار (دلتا یا مبین) $\Delta = b^2 - 4ac$ را بدست می آوریم. و براساس علامت Δ می توان در وجود و تعداد ریشه های معادله درجه دوم اظهار نظر کرد:الف) اگر $\Delta > 0$ باشد، معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

و مقدار آن $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ است

ب) اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله ریشه مضاعف دارد. و مقدار آن $x = \frac{-b}{2a}$ است.ج) اگر $\Delta < 0$ باشد، معادله ریشه حقیقی ندارد.

(فعالیت ۱ و ۲ و ۳ ص ۲۸)

جواب های معادله های زیر را در صورت وجود به روش فرمول کلی (Δ) به دست آورید.

۱) $x^2 - 3x + 2 = 0$

☑ حل:

$$1) x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = +1 \\ b = -3 \\ c = +2 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - \underbrace{4 \times 1 \times 2}_8 \rightarrow \Delta = 9 - 8 = 1$$

 $\Delta > 0$ بنابراین معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(1)} = x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow \underline{x=2} \\ x = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow \underline{x=1} \end{cases}$$

$$۳) 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$۴) x^2 + 17x - 18 = 0$$

$$۵) 3x^2 - x + 4 = 0$$

$$۶) x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$$

(تمرین ۵ ص ۳۲)

۵) کدا میک از معادله های زیر به ازای هر مقدار a همواره دارای جواب های حقیقی است؟

$$\text{الف) } x^2 + ax - 1 = 0$$

✓ حل: برای اینکه معادله ی درجه دوم دو جواب حقیقی و متمایز داشته باشد، می بایست $\Delta > 0$ باشد:

$$x^2 + ax - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = a \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = a^2 - 4 \times 1 \times (-1) \rightarrow \Delta = a^2 + 4$$

Δ به ازای هر مقدار a همواره مثبت می باشد پس معادله دارای دو جواب حقیقی و متمایز است.

$$\text{ب) } x^2 - x + a = 0$$

$$x^2 - x + a = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = a \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times a \rightarrow \Delta = 1 - 4a$$

برای اینکه Δ مثبت باشد بستگی به a دارد.

$$۲) 4x^2 + 7x - 2 = 0$$

✓ حل:

$$۲) 4x^2 + 7x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = +4 \\ b = +7 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (7)^2 - 4 \times 4 \times (-2) \rightarrow \Delta = 49 - (-32) = 81$$

$\Delta > 0$ بنابراین معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(7) \pm \sqrt{81}}{2(4)} = x = \frac{-7 \pm 9}{8}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+9}{8} = \frac{2}{8} \rightarrow x = \frac{1}{4} \\ x = \frac{-7-9}{8} = \frac{-16}{8} \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$۳) 3x^2 + x + 7 = 0$$

✓ حل:

$$۳) 3x^2 + x + 7 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = +3 \\ b = +1 \\ c = +7 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 3 \times 7 \rightarrow \Delta = 1 - 84 = -83$$

$\Delta < 0$ بنابراین معادله ریشه حقیقی ندارد.

تمرین ۱ ص ۲۱: Homework

① معادله های درجه دوم زیر را حل کنید.

$$۱) x^2 - x = 0$$

$$۲) 2x^2 + x - 1 = 0$$

روابط بین ضرایب و ریشه ها:

در معادله درجه ۲ می توانیم بدون حل معادله مجموع و حاصل ضرب ریشه ها را بیابیم

اگر x_1, x_2 ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$x_1 + x_2 = S = \frac{-b}{a}, \quad x_1 \times x_2 = P = \frac{c}{a}$$

(گاردنر کلاسی ص ۲۹ و تمرین ۲ ص ۳۱)

در معادله های زیر بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه ها را به دست آورید.

$$۱) 3x^2 + 5x - 2 = 0$$

☑ حل:

$$۱) 3x^2 + 5x - 2 = 0 \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = S = \frac{-5}{3}, \quad x_1 \times x_2 = P = \frac{-2}{3}$$

$$۲) 4x^2 + 3x - 7 = 0$$

$$۳) 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

روابط خاص بین ضرایب (a, b, c) در معادله درجه ۲:

(تمرین ۸ ص ۳۲)

⑥ اگر $a - b + c = 0$ باشد (یعنی: $b = a + c$) آنگاه

ریشه ها $(-1, -\frac{c}{a})$ است. مثلا در $3x^2 + 4x + 1 = 0$

چون $(4=3+1)$ است پس جواب ها $(-1, -\frac{1}{3})$ است

⑦ اگر جمع ضرایب برابر صفر شود ($a + b + c = 0$): آنگاه

ریشه ها $(1, \frac{c}{a})$ است مثلا در $x^2 - 4x + 3 = 0$ چون

$0 = 3 - 4 + 1$ است پس جواب ها $(1, \frac{3}{1})$ است

ساختن معادله درجه دوم:

برای نوشتن معادله درجه ۲ که ریشه های آن x_1, x_2 باشد از فرمول زیر استفاده، سپس پرانتزها را در هم ضرب می کنیم:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0 \rightarrow \text{اگر دو ریشه داشتیم}$$

$$(x - x_1)^2 = 0 \rightarrow \text{اگر یک ریشه داشتیم}$$

(تمرین ۳ و ۴ ص ۲۱ و ۲۲)

③ معادله درجه دومی بنویسید که $x = 2$ و $x = -3$

جواب های آن باشد.

☑ حل:

$$\begin{pmatrix} x - x_1 \\ x - x_2 \end{pmatrix} = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 3) = 0$$

ضرب پرانتزها

$$\longrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

④ معادله درجه دومی بنویسید که $x = 1$ ریشه مضاعف آن

باشد.

☑ حل:

$$\begin{pmatrix} x - x_1 \\ x - x_1 \end{pmatrix} = 0 \rightarrow (x - 1)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

②) نیما از پسرعمویش کیان، سه سال بزرگ تر است. اگر حاصل ضرب سن این دو ۴۰ باشد، پسرعموی کوچک تر چند سال دارد؟

✓حل: کیان = $x - 3$ نیما = x

جمله مشترک

$$x(x - 3) = 40 \rightarrow x^2 - 3x - 40 = 0 \rightarrow$$

$$(x + 5)(x - 8) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 5 = 0 \rightarrow x = -5 \\ x - 8 = 0 \rightarrow x = 8 \end{cases}$$

$x = 8$ قابل قبول است زیرا سن عددی مثبت است. بنابراین:

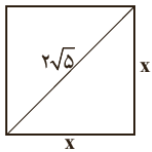
نیما $x = 8$

کیان $x - 3 = 8 - 3 = 5$

(فعالیت ۱۲)

محیط مربعی را به دست آورید که قطر آن $2\sqrt{5}$ باشد.

✓حل: طول ضلع مربع را x می گیریم و محیط مربع برابر است



با:

$$p = 4x \Rightarrow 4\sqrt{10}$$

↓

به کمک رابطه فیثاغورث داریم:

$$x^2 + x^2 = (2\sqrt{5})^2 \rightarrow 2x^2 = 20 \rightarrow x^2 = 10$$

ریشه گیری

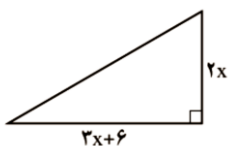
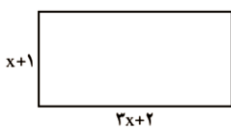
$$\rightarrow x = \pm\sqrt{10} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \\ x = -\sqrt{10} \end{cases}$$

$$x = \sqrt{10} \text{ قابل قبول زیرا اندازه ضلع مثبت است}$$

(تقریب ۴ ص ۳۲)

④) مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی اند، طول

و عرض این مستطیل چقدر است؟



✓ نکته: هر معادله جوابش در خود معادله صدق می کند با قرار دادن جواب مسئله در معادله می توان متغیرهای دیگر را به دست آورد.

(تقریب ۳ ص ۳۲)

③) اگر یکی از جوابهای معادله $2x^2 - ax + 28 = 0$

برابر -4 باشد، جواب دیگر این معادله چیست؟

✓حل:

جای x در معادله مقدار -4 را قرار می دهیم و مقدار a را می یابیم و در معادله قرار می دهیم و از یکی از روش های زیر می توانیم ریشه دیگر را بیابیم:

۱) از طریق Δ

۲) جمع ریشه ها

۳) ضرب ریشه ها

$$2x^2 - ax + 28 = 0 \xrightarrow{x=-4}$$

$$2(-4)^2 - a(-4) + 28 = 0 \rightarrow$$

$$4a = -32 - 28 \rightarrow a = \frac{-60}{4} = -15$$

$$2x^2 - ax + 28 = 0 \xrightarrow{a=-15}$$

$$2x^2 - 15x + 28 = 0 \rightarrow x = \frac{-7}{2}$$

طرح و حل مسائل کاربردی از معادله درجه دوم:

برای حل یک مسأله، ابتدا باید بتوانیم یک معادله درجه دوم بنویسیم. سپس به کمک روش هایی که تاکنون آموزش دیده ایم به حل معادله درجه دوم بپردازیم.

(فعالیت ۱ ص ۱۳)

①) عددی را بیابید که مربع آن، ۳ برابر خود همان عدد باشد.

✓حل: عدد را x می گیریم:

فکتورگیری

$$x^2 = 3x \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x - 3) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

فصل ۱ درس ۳: معادله های شامل عبارت های گویا

اهداف درس ۳:

- حل معادلات کسری یا گویا
- حل مسائل کاربردی از طریق معادلات گویا

معادلات گویا:

هر معادله که مجهول (متغیر) در مخرج کسر باشد را معادله گویا

$$\frac{3}{x} + \frac{5}{x+2} = 2 \quad \text{گویند. مثل:}$$

مراحل حل معادلات گویا:

۱. تجزیه کردن مخرج کسرها در صورت امکان
۲. تعیین ک.م.م مخرج ها
۳. ضرب دو طرف تساوی در ک.م.م
۴. خارج کردن معادله از حالت کسری و انتقال عبارات به یک سمت
۵. حل معادله به دست آمده
۶. تست جواب ها در معادله اولیه تا مخرج صفر نشود.

(مثال ۱ و ۲ ص ۳۴)

$$\textcircled{1} \text{ معادله } 2 = \frac{10}{x-3} - \frac{5(x-1)}{x-3} \text{ را حل کنید.}$$

✓ حل:

مرحله ۱ و ۲: تجزیه کردن مخرج و تعیین ک.م.م

$$\left. \begin{array}{l} (x-3) \\ (x-3) \\ 1 \end{array} \right\} \rightarrow (x-3)$$

مرحله ۳: ضرب دو طرف تساوی در ک.م.م

$$\frac{\times(x-3)}{10} - \frac{\times(x-3)}{5(x-1)} = \frac{\times(x-3)}{2}$$

$$\frac{\times(x-3)}{x-3} - \frac{\times(x-3)}{x-3} = 2$$

مرحله ۴: خارج کردن معادله از حالت کسری و انتقال عبارات

به یک سمت

$$10 - 5(x-1) = 2(x-3)$$

$$10 - 5x + 5 = 2x - 6$$

$$-7x + 21 = 0$$

مرحله ۵ و ۶: حل معادله به دست آمده و تست جواب ها

غ ق ق $-7x + 21 = 0 \rightarrow -7x = -21 \rightarrow x = 3$
 $x = 3$ مخرج کسر را صفر می کند و عبارت تعریف نشده می شود پس غیر قابل قبول است و معادله ریشه ندارد.

$$\textcircled{2} \text{ معادله } \frac{x-2}{x-5} + \frac{x-1}{x+4} = \frac{x^2-6x+5}{x^2-x-20} \text{ را حل کنید.}$$

✓ حل:

$$\left. \begin{array}{l} (x-5) \\ (x+4) \\ x^2-x-20 \rightarrow (x-5)(x+4) \end{array} \right\} \rightarrow (x-5)(x+4)$$

$$\frac{\times(x-5)(x+4)}{x-2} + \frac{\times(x-5)(x+4)}{x-1} = \frac{\times(x-5)(x+4)}{x^2-6x+5}$$

$$\frac{x-2}{x-5} + \frac{x-1}{x+4} = \frac{x^2-6x+5}{(x-5)(x+4)}$$

$$(x-2)(x+4) + (x-5)(x-1) = x^2 - 6x + 5$$

$$x^2 + 2x - 8 + x^2 - 6x + 5 = x^2 - 6x + 5$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow (x+4)(x-2) = 0$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -4 \quad \text{غ ق ق} \\ x = 2 \quad \text{ق ق} \end{array} \right.$$

$x = -4$ مخرج کسر را صفر می کند و عبارت تعریف نشده می شود پس غیر قابل قبول است

✓ نکته: اگر معادله به صورت تساوی دو کسر بود بهتر

است از خاصیت طرفین وسطین کمک بگیریم

(گارد در کلاسی ص ۳۵)

$$\text{ب) } \frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3}$$

✓ حل:

$$(x-2)(x+3) = (x-4)(x+1) \rightarrow$$

$$x^2 + x - 6 = x^2 - 3x - 4 \rightarrow$$

$$x + 3x = 6 - 4 \rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{ق ق}$$

(کاردر کلاسی ص ۳۵)
معادله های زیر را حل کنید.

$$\text{ب) } \frac{3x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} = 5$$

$$\text{الف) } 1 + \frac{8}{x^2} = \frac{4}{x}$$

$$\text{پ) } \frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+2} = x+3$$

$$\text{پ) } \frac{24}{10+m} + 1 = \frac{24}{10-m}$$

$$\text{ت) } \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\text{ت) } \frac{y+2}{y+3} - \frac{y^2}{y^2-9} = 1 - \frac{y-1}{3-y}$$

$$\text{ث) } \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = \frac{4}{x-2}$$

تمرین ۱ ص ۲۷: Homework

① معادله های زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \frac{3x-5}{x+3} = 1$$

$$\text{ج) } \frac{11}{x^2-4} + \frac{x+3}{2-x} = \frac{2x-3}{x+2}$$

مسائل کاربردی معادلات گویا:

برای به دست آوردن پاسخ برخی از مسائل نیاز به تشکیل و حل یک معادله گویا داریم

(فعالیت ص ۳۳ و مسائلی ۱ و ۲ و ۳ ص ۳۵ و ۳۶ و ۳۷)

علی هر روز صبح با دوچرخه به مدرسه می رود. او از در منزل تا سر خیابان اصلی را ۴ دقیقه رکاب می زند و از آنجا تا مدرسه مسافت ۲۵۰۰ متری را از مسیرویزه دوچرخه سواری با سرعت متوسط ۱۵ کیلومتر بر ساعت طی می کند. مدت زمانی را که طول می کشد علی از منزل به مدرسه برسد را محاسبه کنید.

✓ نکته: هر معادله جوابش در خود معادله صدق می کند با قرار دادن جواب مسئله در معادله می توان متغیرهای دیگر را به دست آورد.

(مثال ۳ ص ۳۵)

③ به ازای چه مقدار a ، معادله $\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a}$ دارای جواب $x = 1$ است.

✓ حل: جای x در معادله مقدار ۱ را قرار می دهیم و مقدار a را می یابیم

$$\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a} \rightarrow \frac{a}{1} = \frac{1+1}{1+a} \rightarrow a(1+a) = 2 \times 1$$

$$a^2 + a - 2 = 0 \xrightarrow{1+1-2=0} \begin{cases} a = 1 & \text{ق ق} \\ a = \frac{c}{a} = -2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

(گارد در کلاسی ص ۳۵)

به ازای چه مقدار a ، معادله $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x = 2$ است.

① گلدانی نقره ای داریم که نسبت وزن نقره خالص به وزن مس خالص آن، برابر با ۸ است. استاد قلمکار آن را ذوب و ۱۰۰ گرم مس به آن اضافه کرد و گلدان جدیدی ساخت. می دانیم $\frac{4}{5}$ وزن گلدان جدید، نقره است. این گلدان قبل از ذوب شدن چه وزنی داشته است.

تمرین ۴ ص ۳۸: Homework

④ به ازای چه مقدار k ، معادله $\frac{4-t}{2-2t} = \frac{3t^2+k}{(t^2+1)^2-68}$

دارای جواب $t = -3$ است

(تقریبی ۲ و ۳ ص ۳۷)

② مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر $\frac{5}{12}$ است. آن دو عدد را پیدا کنید.

② دو شیر آب A و B به یک استخر متصل اند. شیر A استخر را ۱۰ ساعت زودتر از شیر B پر می کند. چنانچه دو شیر را با هم باز کنیم، آنگاه استخر در ۱۲ ساعت پر می شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می شود.

③ یک کیک را بین چند نفر تقسیم کردیم و به هریک مقدار مساوی رسید. سپس یک نفر دیگر به جمع آن اضافه شد و دوباره کیک را بین آنها تقسیم کردیم. در این مرحله به هریک به اندازه $\frac{1}{6}$ کمتر رسید مشخص کنید در ابتدا چند نفر بوده اند؟

③ هنگامی که دو چاپگر با هم کار می کنند، فیش حقوق کارگران یک کارخانه در ۴ ساعت چاپ می شود. اگر چاپگر قدیمی تر به تنهایی برای این کار، ۳ ساعت زمان بیشتری نسبت به چاپگر جدیدتر نیاز داشته باشد، در این صورت هرکدام از چاپگرها به تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می کنند؟ (فقط معادله مربوطه را بنویسید. حل آن نیاز نیست)