بسمه تعالی

آموزش و پرورش شهرستان کبودراهنگ

پایه/ رشته :یازدهم تجربی

تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/

مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه نوبت: صبح

تنها یاد خدا مایه آرامش است

نام و نام خانوادگی :

درس : ریاضـــــــــی(۲)

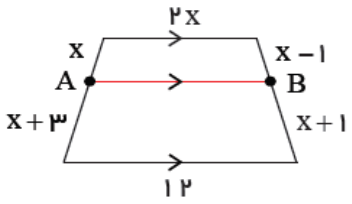
نوبت :خرداد۱۴۰۱

نام دبیر : محمد جمال ترابی

ساعت شروع : صبح

تعداد صفحات: ۴

نام مصحح:	نمره با عدد:	نام مصحح:	نمره تجدید نظر با عدد:
امضاء:	نمره با حروف:	امضاء :	نمره تجدید نظر با حروف:
	نمره تجدید نظر با عدد:		

ردیف	صفحه اول
A	۱) اگر $x=۱$ یک جواب معادله $\frac{x-a}{x+۲}+\frac{x}{x-۲}=\frac{۲a}{x^{۲}-۴}$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟(۱)
	۲) فاصله ی نقطه ی $A(۷,۵)$ را از خط به معادله ی $۴x+۳y=۱۸$ را بیابید؟(۰/۵)
	۳) در ذوزنقه روبرو، طول پاره‌خط AB را بیابید ؟(۱) 
	۴) نمودار $y=x-\lfloor x \rfloor$ در فاصله $-۱ \leq x < ۳$ از چند پاره‌خط ساخته می‌شود؟(۱)

۵)دامنه تابع $f(x)=\frac{x-۱}{x^{۲}+۶x+a}$ برابر $R-\{b\}$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟(۰.۵)

۶)نمودار تابع $f(x)=۱+\sqrt{۱-x}$ را به کمک انتقال نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x}$ رسم کنید و دامنه آن را بنویسید(۰.۵)

(سوالات نوبت دوم)

B

اگر $\tan ۲۵^{\circ}=۰/۴۸$ باشد حاصل عبارت $\frac{\sin ۱۵۵^{o}-۴\cos ۲۴۵^{o}}{۲\cos ۲۹۵^{o}-۳\sin ۶۵^{o}}$ کدام است؟(۱.۵)

اگر $۶۰^{\circ}<\theta<۲۲۵^{\circ}$ و $\cos\theta=\frac{۳m-۲}{۴}$، آنگاه حدود m کدام است؟(۱.۵)

اگر $\log ۳+\log\sqrt[۴]{۳}=\log(۸۱)^{k}$، آنگاه لگاریتم $\frac{۵}{k}$ در پایه ۲ کدام است؟(۱.۵)

از دو معادله $\log_{۳} x + \log_{۳} y = ۲$ و $x^{۲} + y^{۲} = ۴۶$ لگاریتم $x + y$ در پایه ۴ را بیابید؟(۱.۵)

از معادله $۴^{x} - ۲^{x} - ۶ = ۰$ جواب x کدام است؟(۱)

به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{۲} - ۱}{۲x - ۲} & x < ۱ \\ x^{۲} - ax + a & x \geq ۱ \end{cases}$ در $x = ۱$ پیوسته است؟(۱.۵)

اختلاف حد چپ و راست تابع با ضابطه $f(x) = \frac{[-x] + ۳}{[x] + ۲}$ در $x = -۳$ را بیابید؟ (۱) [] نماد جزء صحیح است.

حاصل حدود زیررا بیابید(۳)

$$\lim_{x\to ۱^{+}} \frac{\left|x^{۲}+x-۲\right|}{(\sqrt{x}-۱)}$$

$$\lim_{x\to \pi} \frac{۳+۳\cos x}{۱+\cos^{۳} x}$$

$$\lim_{x\to ۱} \frac{x+x^{۵}-\sqrt[۳]{x}}{۴\sqrt[۳]{x}+x^{۴}}$$

C

در یک مسابقه اتومبیلرانی احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود و به خط پایان نیز برسد، برابر ۰/۷ است و احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود، برابر ۰/۸ است. اگر بدانیم یک اتومبیل دچار نقص فنی نشده است، با چه احتمالی به خط پایان رسیده است؟(۱.۵)

نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است: (۱.۵)

A: ۱۵، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۹

B: ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۴، ۱۷، ۱۸

دقت عمل کدام بیشتر است؟

۲۰	جمع نمرات

(۱

جاگذاری $x=1$

$$\frac{1-a}{1+2}+\frac{1}{1-2}=\frac{2a}{1-4}$$

$$\frac{1-a}{3}+\frac{1}{-1}=\frac{2a}{-3} \xrightarrow{\times 3} 1-a-3=-2a$$

$$\longrightarrow a=3-1=2$$

جاگذاری a ←

$$\frac{x-2}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{4}{x^2-4}$$

مخرج مشترک ←

$$\frac{(x-2)(x-2)}{x^2-4}+\frac{x(x+2)}{x^2-4}=\frac{4}{x^2-4}$$

صورت‌ها برابر ←

$$x^2-4x+4+x^2+2x=4 \Rightarrow 2x^2-2x=0$$

$$x(2x-2)=0 \begin{cases} \boxed{x=0} \\ x=1 \end{cases}$$

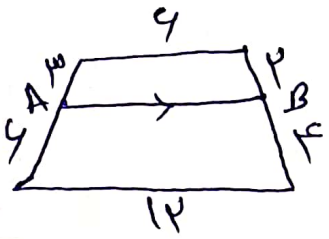
← جواب دیگر صفر است.

(۲

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \text{فط} \quad 4x+3y-18=0$$

$$\longrightarrow d=\frac{|4\times 7+3\times 0-18|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{20}{5}=5$$

۳) $\frac{x}{x+3} = \frac{x-1}{x+1}$ طرفین وسطین $\longrightarrow x^2+x = x^2+2x-3 \longrightarrow x=3$



۴) بازه ها را تقسیم می‌کنیم:

$2 \le x < 3 \longrightarrow [x]=2 \longrightarrow y = x-2$

$1 \le x < 2 \longrightarrow [x]=1 \longrightarrow y = x-1$

$0 \le x < 1 \longrightarrow [x]=0 \longrightarrow y = x$

$-1 \le x < 0 \longrightarrow [x]=-1 \longrightarrow y = x+1$

$\Longrightarrow$ ۴ پاره خط

۵) دامنه $= R - \{$ریشه‌های مخرج$\}$

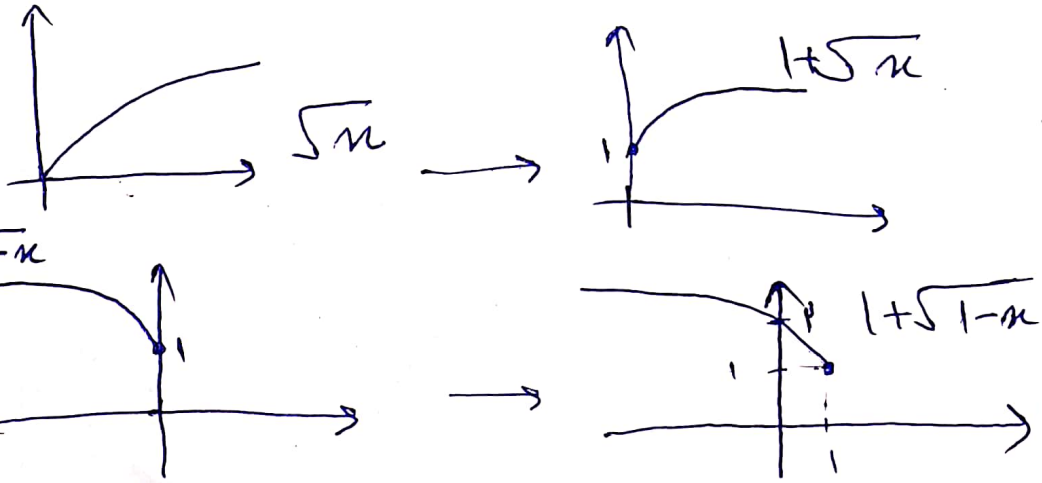
چون ریشه‌ی مخرج $\frac{1}{2}$ عدد است، لذا ریشه مضاعف است و $\Delta = 0$

$\Delta = b^2-4ac = 6^2-4a = 0 \longrightarrow a = \frac{36}{4} = 9$ $\boxed{a=9}$

مخرج $\longrightarrow x^2+6x+9 = 0 \longrightarrow (x+3)^2 = 0 \longrightarrow \boxed{x=-3=b}$

ریشه مخرج

۶)



$D = (-\infty, 1]$

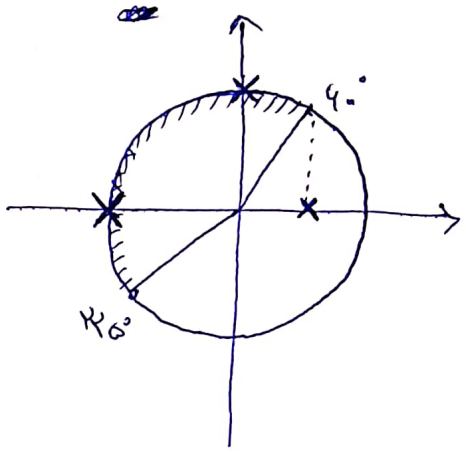
سوالات دستی B

(۱

$$\frac{\sin(180-2\omega) - 4\cos(180+4\omega)}{2\cos(2\omega-90-\omega) - 3\sin(4\omega)} = \frac{\sin 2\omega + 4\cos 4\omega}{2\cos 4\omega - 3\sin 4\omega}$$

$$\begin{cases} \sin 2\omega = \cos 4\omega \\ \cos 2\omega = \sin 4\omega \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin 2\omega + 4\sin 2\omega}{2\sin 2\omega - 3\cos 2\omega} = \frac{+\omega^2 \sin 2\omega}{2\sin 2\omega - 3\cos 2\omega}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{1}{\frac{2\sin 2\omega - 3\cos 2\omega}{+\omega^2 \sin 2\omega}} = \frac{1}{\frac{2}{+\omega^2} + \frac{-3\cos 2\omega}{\omega^2 \sin 2\omega}} = \frac{1}{+\frac{2}{\omega^2} + \frac{-3}{\omega} \times \frac{1}{0.48}} \simeq +\frac{20}{217}$$



(۲

$$\cos 180 < \cos\theta < \cos 90$$

$$-1 < \cos\theta < \frac{1}{2}$$

$$-1 < \frac{3m-2}{5} < \frac{1}{2}$$

$$\longrightarrow -5 < 3m-2 < 2 \longrightarrow -2 < 3m < 4 \longrightarrow -\frac{2}{3} < m < \frac{4}{3}$$

(۳

$$\log_3 + \log_3^{\frac{1}{4}} = \log_3^{4k}$$

$$\longrightarrow \log_3^{3 \times 3^{\frac{1}{4}}} = \log_3^{4k} \longrightarrow \log_3^{\frac{5}{4}} = \log_3^{4k} \longrightarrow \frac{5}{4} = 4k \longrightarrow k = \frac{5}{16}$$

$$\log_2^{\frac{5}{k}} = \log_2^{\frac{5}{\frac{5}{16}}} = \log_2^{16} = \log_2^{2^4} = 4$$

۱۴

$\log_3^x + \log_3^y = 2 \longrightarrow \log_3^{xy} = 2 \longrightarrow xy = 3^2 = 9$

$$\begin{cases} x^2+y^2=45 \\ xy=9 \end{cases} \longrightarrow (x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$$

$$(x+y)^2 = 45+2\times 9 = 63 \longrightarrow x+y=8$$

$$\log_4^{x+y} = \log_4^8 = \log_{2^2}^{2^3} = \frac{3}{2}\log_2^2 = \frac{3}{2}$$

۱۵

$$4^x - 2^x - 6 = 0 \longrightarrow 2^{2x} - 2^x - 6 = 0$$

$2^x = t \Longrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \quad (t-3)(t+2) = 0$

$t = 3 = 2^x \longrightarrow x = \log_2^3$

$t = -2$ ق ق ق

۱۶

مقدار $x=1 \longrightarrow 1^2 - a + a = 1$

$x<1 \longrightarrow \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{2x-2} = \frac{0}{0} = \frac{(x-1)(x+1)}{2(x-1)} = \frac{1+1}{2} = 1$

$x>1 \longrightarrow \lim_{x\to 1^+} x^2 - ax + a = 1 - a + a = 1$

← به ازای تمامی مقادیر a این تابع در $x=1$ پیوسته است.

(۷

$$\lim_{x \to -۳^+} \frac{[-x]+۳}{[x]+۲} = \frac{[۳/۵]+۳}{[-۲/۵]+۲} = \frac{۲+۳}{-۳+۲} = \frac{۵}{-۱} = -۵$$

$$-۲/۵ < x < -۳ \Rightarrow [x] = -۳$$

$$\lim_{x \to -۳^-} \frac{[-x]+۳}{[x]+۲} = \frac{[۳/۵]+۳}{[-۳/۵]+۲} = \frac{۳+۳}{-۴+۲} = \frac{۶}{-۲} = -۳$$

$$-۳/۵ < x < -۳ \Rightarrow [x] = -۴$$

اختلاف $\Rightarrow |(-۵) - (-۳)| = ۲$

(۱

$$\lim_{x \to ۱^+} \frac{|x^۲ + x - ۲|}{(\sqrt{x} - ۱)} \overset{\frac{۰}{۰}}{=} \frac{x^۲ + x - ۲}{\sqrt{x} - ۱} = \frac{(x+۲)(x-۱)}{\sqrt{x}-۱} \times \frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱}$$

$$= \frac{(x+۲)(x-۱)(\sqrt{x}+۱)}{x-۱} = (۱+۲)(\sqrt{۱}+۱) = ۶$$

$$\lim_{x \to \pi} \frac{۳ + ۳\cos x}{۱ + \cos^۳ x} = \frac{۰}{۰} = \frac{۳(۱+\cos x)}{۱+\cos^۳ x}$$

$$\Rightarrow = \frac{۳(۱+\cos x)}{(۱+\cos x)(\cos^۲ x - \cos x + ۱)}$$

$$= \frac{۳}{۱ - ۱ + ۱} = ۳$$

$$\begin{array}{r|l} -\cos^۳ x + ۱ & \cos x + ۱ \\ \hline -\cos^۳ x + \cos^۲ x & \cos^۲ x - \cos x + ۱ \\ \hline ۱ - \cos^۲ x & \\ -\cos^۲ x - \cos x & \\ \hline ۱ + \cos x & \\ -۱ + \cos x & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x + x^۵ - \sqrt[۳]{x}}{۴\sqrt[۳]{x} + x^۴} = \frac{۱ + ۱ - ۱}{۴ \times ۱ + ۱} = \frac{۱}{۵}$$

پاسخ پرسش C

۱) A = دمای نقص فنی نشود

B = به پایان برسد

$P(A \cap B) = ۰/۷$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{۰/۷}{۰/۸} = \frac{۷}{۸}$$

۲) هرچه ضریب تغییرات کمتر، دقت عمل بیشتر است.

$$A \longrightarrow \bar{x} = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶$$

$$B \longrightarrow \bar{x} = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶$$

$$\sigma_A^۲ = \frac{۲(۱۵-۱۶)^۲ + (۱۴-۱۶)^۲ + (۱۶-۱۶)^۲ + (۱۷-۱۶)^۲ + (۱۹-۱۶)^۲}{۶} = \frac{۱۶}{۶}$$

$$\sigma_B^۲ = \frac{(۱۶-۱۶)^۲ + ۲(۱۴-۱۶)^۲ + ۲(۱۷-۱۶)^۲ + (۱۸-۱۶)^۲}{۶} = \frac{۱۴}{۶}$$

$$CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{۱۶}{۶}}}{۱۶} =$$

$$CV_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{۱۴}{۶}}}{۱۶} = \Rightarrow CV_B < CV_A \longrightarrow$$

دقت عمل B بیشتر است.