



تبدیل‌های هندسی

تبدیلات در یک نگاه

نوع تبدیل	مشخص‌کننده	ایزومتری	شیب نگهدار	جهت نگهدار	نقطه ثابت	تبدیل همانی	خط تحت چه شرایطی بر خودش منطبق می‌شود؟
انتقال							
بازتاب							
دوران							
تجانس							

نکات تبدیلات

✓= مثلث قائم‌الزاویه ABC به طول وتر ۸ واحد مفروض است. این مثلث را توسط بردار \vec{AT} که در جهت بردار \vec{AM} (M وسط ضلع BC) قرار دارد، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و جدید، $\frac{1}{16}$ مساحت اولیه باشد، اندازه بردار \vec{AT} کدام است؟ (ریاضی ۱۴۰۰)

- ۳ (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

✓= مثلث قائم‌الزاویه ABC ، که در آن $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{B} = 15^\circ$ و ارتفاع وارد بر وتر ۸ واحد است را با بردار انتقال \vec{AB} انتقال می‌دهیم تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید. بازتاب مثلث جدید را نیز تحت ضلع $A'C'$ به دست می‌آوریم تا مثلث $A''B''C''$ به دست آید. اگر BC و $B''C''$ یکدیگر را در نقطه M قطع کنند، مساحت ایجاد شده بین مثلث ABC و $A''B''C''$ کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۶۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۶ (۴)

✓= مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC ، ($AB = AC = 2$ ، $\hat{A} = 90^\circ$) مفروض است. اگر این مثلث را به مرکز A و به زاویه 45° در جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم، مساحت ناحیه محصور بین مثلث اولیه و تصویر چقدر است؟

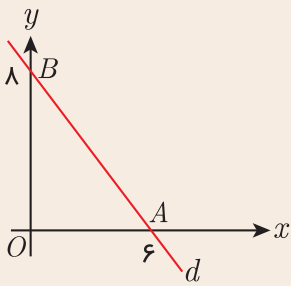
- ۲($\sqrt{2} - 1$) (۱) ۴($\sqrt{2} - 1$) (۲) ۲($\sqrt{2} + 1$) (۳) ۴($\sqrt{2} + 1$) (۴)

✓= نقطه A به فاصله $4\sqrt{3}$ از خط d قرار دارد. تصویر A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می‌نامیم. اگر نقطه A را به اندازه 120° درجه به مرکز A' در جهت ساعتگرد دوران دهیم تا نقطه A'' حاصل شود، طول پاره خط AA'' چقدر است؟

- ۶ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴)

✓= دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۵ سانتی‌متر و طول خط‌المركزین ۱۲ سانتی‌متر، مجانس یکدیگر هستند. فاصله مرکز تجانس معکوس این دو دایره از مرکز دایره به شعاع بزرگ‌تر چند سانتی‌متر است؟

- ۷ (۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) $8/5$ (۴)



در شکل مقابل، خط d را در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{1}{4}$ تصویر می‌کنیم، به طوری که

$T(A) = A'$ و $T(B) = B'$ مساحت چهارضلعی $AA'B'B$ کدام است؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۱۸
- (۳) ۱۶
- (۴) ۲۰

کدام گزینه نا درست است؟

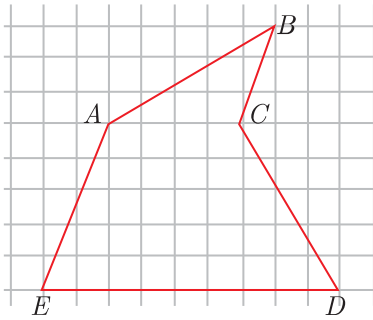
- (۱) اگر تبدیل همانی باشد، آن گاه همواره طول پا است.
- (۲) انتقال غیرهمانی نمی‌تواند نقطه ثابت تبدیل داشته باشد.
- (۳) تجانس غیرهمانی نمی‌تواند اندازه مساحت شکل را حفظ کند.
- (۴) اگر تبدیل همانی باشد، آن گاه بی‌شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.



کاربرد تبدیلات



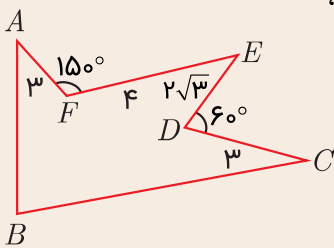
مسائل هم پیرامونی



زمینی به شکل چندضلعی $ABCDE$ داریم که دور آن را حصار کشیده‌ایم، می‌خواهیم با ثابت نگه داشتن محیط و ثابت نگه داشتن تعداد اضلاع، مساحت را افزایش دهیم.

زمینی به شکل مقابل، داریم و می‌خواهیم بدون آن که محیط و تعداد اضلاع آن تغییر کند،

مساحتش را افزایش دهیم، میزان این افزایش کدام است؟



۱۵ (۱)

۱۰ (۲)

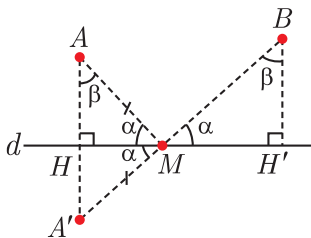
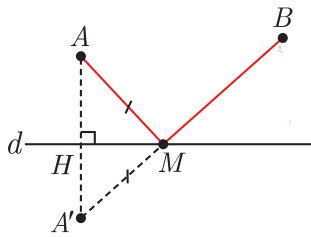
۲۰ (۳)

۱۸ (۴)

مساله هرون



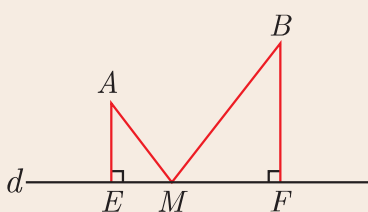
دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند. می‌خواهیم روی خط d ، نقطه M را طوری پیدا کنیم که مجموع فاصله‌های آن از A و B کمترین مقدار باشد.



اگر بخواهیم بدون بازتاب دادن نقطه A محل نقطه M را پیدا کنیم:

در شکل مقابل داریم $AE = 3$ ، $BF = 5$ و $EF = 6$ ، اگر نقطه M روی خط d باشد،

کمترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟



۹ (۲)

۸ (۱)

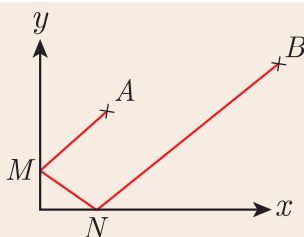
۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

نقاط $A(3, 5)$ و $B(9, 11)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N

همواره روی دو محور مختصات می‌لغزند، کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ کدام

است؟ (ریاضی ۹۸)



۲۴ (۲)

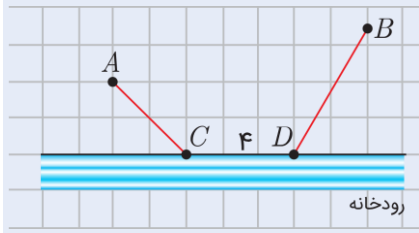
۲۷ (۱)

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)



مساله شبه هرون



شهر A و B در یک طرف رودخانه هستند، می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که به اندازه مسافت L از آن در ساحل رودخانه ساخته شود. می‌خواهیم CD را در ساحل رودخانه طوری بسازیم تا مسیر $ACDB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد.

چهار نقطه $A(1, 3)$ ، $B(15, 9)$ ، $M(a, 0)$ و $N(a+5, 0)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. کمترین اندازه خط شکسته

$AMNB$ کدام است؟ (ریاضی ۹۹ خارج)

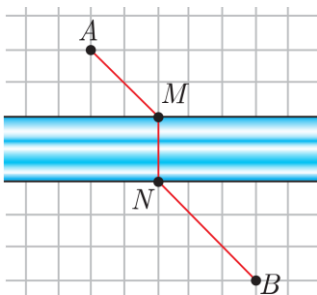
۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

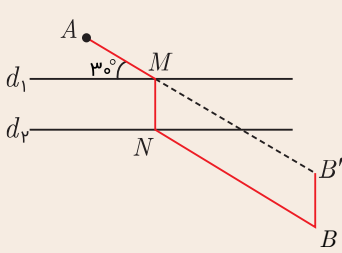
۱۹ (۲)

۱۸ (۱)

مساله احداث پل

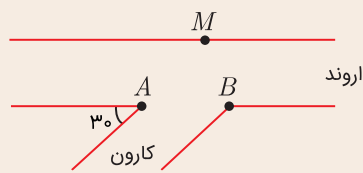


دو شهر A و B در دو طرف رودخانه هستند، می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد.



✓= در شکل مقابل، کوتاه‌ترین مسیر از A به B است. اگر $AM = 4$ باشد و فاصله نقطه B از خط d_2 برابر ۳ باشد، طول AB کدام است؟

(۱) ۶
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۴



✓= می‌خواهیم کنار رودخانه‌ها ۳ اسکله بسازیم، جای دو اسکله A و B مطابق شکل مشخص شده است. عرض رودخانه‌های اروند و کارون به ترتیب ۳۰ و ۴۰ محاسبه شده است. اسکله M در نقطه‌ای واقع شده است که قایق‌ها هنگام طی مسیر $MABM$ کوتاه‌ترین مسیر را طی کنند. طول مسیر $MABM$ چقدر است؟

(۱) ۶۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۱۶۰
(۴) ۲۰۰

☆ نکات کلی مسائل کاربرد تبدیلات

✓= در رسم بزرگ‌ترین مربع ممکن داخل مثلث ABC ، به طوری که یک ضلع مربع منطبق بر ضلع BC باشد. از کدام تبدیل هندسی استفاده می‌کنیم؟ (ریاضی ۹۸ خارج)

(۱) تجانس
(۲) انتقال
(۳) دوران
(۴) بازتاب

✓= نقطه A در صفحه دو خط متقاطع d و d' است. در رسم مثلث متساوی‌الاضلاع به راس A که دو راس دیگر آن بر روی هر یک از دو خط مفروض باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟ (ریاضی ۹۸)

(۱) تجانس
(۲) انتقال
(۳) دوران
(۴) بازتاب

✓= دو خط d و d' خارج آن‌ها مفروض‌اند. برای رسم مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی به راس A که دو سر قاعده آن بر روی هر دو خط مفروض‌اند، کدام تبدیل به کار می‌رود؟

(۱) تجانس
(۲) انتقال
(۳) دوران
(۴) بازتاب

✓= دو دایره C_1 و C_2 و خط h مفروض‌اند. برای رسم پاره‌خط AB به طول a که به موازات خط d بوده و دو سر آن روی دایره C_1 و C_2 قرار داشته باشد، از کدام تبدیل باید استفاده کنیم؟

(۱) تجانس
(۲) انتقال
(۳) دوران
(۴) بازتاب