

## درسنامه و نکات کلیدی

## فصل پنجم

## پایه نهم

### مسعود زیر کاری

### (عبارت های جبری)

### ناحیه یک زاهدان

**عبارت جبری:** عبارتی است که از اعداد و متغیر (حروف انگلیسی) تشکیل شده است.

**یک جمله ای:** عبارت جبری که از دو قسمت تشکیل شده است (متغیر و عدد) و بین آن ها علامتی نباشد. (ضرب است)

@riaziat789

مانند:  $\frac{a}{3}$  و  $-4xy$

**نکته:** فرم کلی یک جمله ای به صورت  $ax^n$  است که  $a$  عدد حقیقی و  $x$  متغیر و  $n$  عدد حسابی است.

**نکته:** هر عدد حقیقی به تنهایی یک جمله ای است. چون می توان برای عدد متغیری با توان صفر اختیار کرد.

**نکته:** اگر در عبارتی حروف زیر رادیکال یا حروف در مخرج یا حروف داخل قدر مطلق یا حروف در توان داشته باشند. آن عبارت یک جمله ای نیست.

**مثال:** کدام عبارت یک جمله ای است.

دو جمله دارد

$$\sqrt{3}xy^2 \text{ و } 4a+2 \text{ و } \sqrt{7x} \text{ و } ab^{-2} \text{ و } \left(\frac{3}{2}\right) \text{ و } |x|$$

**درجه یک جمله ای:** توان متغیر را درجه آن یک جمله ای می گویند.

**مثال:** جدول زیر را کامل کنید.

یک جمله ای	ضریب	درجه نسبت به $x$	درجه نسبت به $y$	درجه نسبت به کل متغیرها
$-\frac{x^2y^3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	3	$3+2=5$
$\sqrt{2}x$	$\sqrt{2}$	1	0	1

**یک جمله ای متشابه:** یک جمله ای که متغیر و توان هر متغیر کاملاً مثل هم باشند.

مانند:  $(4xy \text{ و } -3yx)$  متشابه اند ولی  $(-5a^2b \text{ و } 3ab^2)$  نا متشابه هستند.

**جمع و تفریق یک جمله ای های متشابه:** ضرایب یک جمله ای را با هم جمع و تفریق می کنیم و متغیرها را کنار آن ها می نویسیم.

**مثال:** عبارت جبری مقابل را ساده کنید.

$$\underline{-5ab} + \underline{b} - \underline{6} + \underline{3ab} + \underline{2b} - \underline{8b} = -2ab - 5b - 6$$

**ضرب و تقسیم یک جمله ای:** در ضرب، ضرایب در هم و متغیرها در هم ضرب می شود و در تقسیم، ضرایب بر هم و متغیرها بر هم تقسیم می شوند.

**مثال:** عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$3a(-4ab - c) = -12a^2b - 3ac \quad \frac{24x^2y^3z}{3xyz} = 8xy^2$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

**مثال:** عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$-6x^2 + 5x(x - 2y) + 8xy = \underline{-6x^2} + \underline{5x^2} - \underline{10xy} + \underline{8xy} = -x^2 - 2xy$$

**درجه چند جمله ای:** بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر را در نظر می گیریم.

**مثال:** درجه نسبت به متغیر  $x$  در چند جمله ای  $x - 3xy + 2x^2y^2 - \sqrt{5}x^2y^2z$  چند است؟ درجه  $x$  برابر ۳ است.

**مثال:** چند جمله ای زیر را نسبت به توان های نزولی  $a$  (از بزرگ به کوچک) مرتب کنید.

$$a^2b - 3 + 2a^3b^2 - 5ab = 2a^3b^2 + a^2b - 5ab - 3$$

**اتحاد جبری:** اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که با ازای تمام مقادیر دلخواه برای متغیرها مقدار یکسانی داشته باشد به تساوی جبری آن ها اتحاد می گویند.

**مثال:** آیا  $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$  یک اتحاد است؟ چرا؟ به ازای مقادیر دلخواه امتحان می کنیم اگر دو طرف تساوی یکی شد این تساوی یک اتحاد است.

$$\begin{cases} x = -4 \Rightarrow (-4 - 2)^2 = (-4)^2 - 4(-4) + 4 \Rightarrow 36 = 36 \\ x = 5 \Rightarrow (5 - 2)^2 = 5^2 - 4(5) + 4 \Rightarrow 9 = 9 \end{cases}$$

@riaziat789

$$\begin{cases} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{cases} \quad \text{اتحاد مربع دو جمله ای: الف) جبری}$$

**ب) کلامی:** (جمله دوم) + دو برابر جمله اول در جمله اول در جمله اول = (جمله اول + جمله دوم)

**مثال:** حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 2b)^2 = a^2 + 2(a)(-2b) + (-2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$(xy + 3)^2 = (xy)^2 + 2(xy)(3) + 3^2 = x^2y^2 + 6xy + 9$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \text{اتحاد مزدوج: الف) جبری}$$

**ب) کلامی:** (جمله دوم) - (جمله اول) = (جمله اول - جمله دوم)(جمله اول + جمله دوم)

**مثال:** حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 3b)(a + 3b) = a^2 - (3b)^2 = a^2 - 9b^2$$

$$\left(2x + \frac{y}{2}\right)\left(2x - \frac{y}{2}\right) = (2x)^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 4x^2 - \frac{y^2}{4}$$

## درسنامه و نکات کلیدی

## فصل پنجم

## پایه نهم

### مسعود زیر کاری

### (عبارت های جبری)

### ناحیه یک زاهدان

اتحاد جمله مشترک : الف) جبری :

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

ب) کلامی : (حاصل ضرب جملات غیر مشترک) + (جمله مشترک) + (مجموع جملات غیر مشترک) + (جمله مشترک)

مثال : حاصل عبارت جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(2a - 3)(2a + 4) = (2a)^2 + (-3 + 4)(2a) + (-3 \times 4) = 4a^2 + 2a - 12$$

تجزیه عبارت جبری : نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل ضرب چند عبارت دیگر را تجزیه می گویند.

روش های تجزیه : الف) فاکتور گیری

ب) با استفاده از اتحادها

@riaziat789

فاکتور گیری : برای فاکتور گیری مراحل زیر را انجام می دهیم :

۱) (ب.م.م) ضرایب را تعیین می کنیم

۲) حروف مشترک با توان کمتر را انتخاب می کنیم

۳) (ب.م.م) و حروف مشترک را به عنوان فاکتور می گیریم

۴) تمام جملات را بر عامل فاکتور تقسیم کرده و جواب را داخل پرانتز می نویسیم

مثال : عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

حروف مشترک

(ب.م.م) اعداد

$$18xy - 12y = 6y(3x - 2)$$

$$16a^2b + 4ab^2 - 8ab = 4ab(4a + b - 2)$$

تجزیه به کمک اتحاد مربع : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق باشند

۳) در جمله ی دوم دو برابر حاصل ضرب جمله اول و سوم وجود داشته باشد

$$a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$$

جذر  $a$   $3$   
 $2(a)(3)$

$$4x^2 + 4xy^2 + y^4 = (2x + y^2)^2$$

مثال : عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.  
 $2(2x)(y^2)$

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

۲) جمله سوم جذر دقیق نداشته باشند

۳) ضریب متغیر حاصل جمع و عدد ثابت حاصل ضرب دو عدد را نشان می دهد

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

جذر  $x$   
ضرب دو عدد  
جمع دو عدد

$$x^2 - 11x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

مثال : عبارت های جبری زیر را ساده کنید.  
ضرب دو عدد  
جمع دو عدد

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل پنجم

### عبارت های جبری

## پایه نهم

### ناحیه یک زاهدان

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج: (۱) تعداد جملات ۲ جمله باشد

(۲) جملات اول و دوم جذر دقیق داشته باشند

(۳) بین جملات علامت منفی باشد

$$a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$$

جذر ↑      ↑

**مثال:** عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$x^2 - 9 = (x^2 - 3)(x^2 + 3)$$

جذر ↑      ↑

**نا برابری ها (نامساوی ها):** هر گاه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، به طوری که  $a > b$ ، در این صورت یک عدد حقیقی مثبت مانند  $p$  وجود دارد به طوری که:  $a = b + p$

@riaziat789

**مثال:** با توجه به هر تساوی داده شده، یک نابرابری بنویسید.

الف)  $a = b + 6 \Rightarrow a > b$

ب)  $x - y = -4 \Rightarrow y = x + 4 \Rightarrow y > x$

**نکته:** هر گاه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، یکی از سه حالت زیر برای این دو عدد وجود دارد:

الف)  $a$  بزرگتر از  $b$  است:  $(a > b)$       ب)  $a$  کوچکتر از  $b$  است:  $(a < b)$       ج)  $a$  مساوی با  $b$  است:  $a = b$

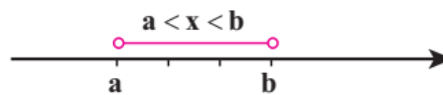
$a$  بزرگتر یا مساوی صفر

**نکته:** اگر عدد حقیقی  $a$  منفی نباشد، یعنی عدد  $a$  یا مثبت  $(a > 0)$  یا صفر  $(a = 0)$  است، و به صورت  $(a \geq 0)$  می نویسیم.

$a$  کوچکتر یا مساوی صفر

**نکته:** اگر عدد حقیقی  $a$  مثبت نباشد، یعنی عدد  $a$  یا منفی  $(a < 0)$  یا صفر  $(a = 0)$  است، و به صورت  $(a \leq 0)$  می نویسیم.

**نکته:** هر گاه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، به طوری که  $a$  کمتر از  $b$  نباشد، در این صورت:  $(a > b \text{ یا } a = b \Rightarrow a \geq b)$



**نکته:** برای سه عدد حقیقی  $a$  و  $b$  و  $x$  به طوری که عدد دلخواه  $x$  بین  $a$  و  $b$  و  $(a < b)$  باشد. می نویسیم:  $a < x < b$

**خواص نابرابری ها (نامساوی ها):**

(۱) اگر به طرفین یک نامساوی عددی مانند  $c$  اضافه یا کم شود جهت نابرابری عوض نمی شود:

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c \quad \text{و} \quad a < b \Rightarrow a - c < b - c$$

$$4 < 5 \Rightarrow 4 + 3 < 5 + 3$$

$$\underbrace{7 < 8}$$

$$4 < 5 \Rightarrow 4 - 3 < 5 - 3$$

$$\underbrace{1 < 2}$$

**مثال:**

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل پنجم

### (عبارت های جبری)

## پایه نهم

### ناحیه یک زاهدان

(۲) اگر طرفین یک نامساوی در عددی مثبت مانند  $c$  ضرب یا تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض نمی شود:

$$a > b \Rightarrow a \times c > b \times c \quad \text{و} \quad a > b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad (c > 0)$$

$$6 > 4 \Rightarrow \underbrace{6 \times 2}_{12} > \underbrace{4 \times 2}_{8}$$

$$12 > 8$$

$$6 > 4 \Rightarrow \frac{6}{2} > \frac{4}{2}$$

$$3 > 2$$

مثال:

(۳) اگر طرفین یک نامساوی در عدد منفی مانند  $c$  ضرب یا تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض می شود:

$$a < b \Rightarrow a \times c > b \times c \quad \text{و} \quad a < b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad (c < 0)$$

$$2 < 4 \Rightarrow \underbrace{2 \times (-2)}_{-4} > \underbrace{4 \times (-2)}_{-8}$$

$$-4 > -8$$

$$2 < 4 \Rightarrow \frac{2}{(-2)} > \frac{4}{(-2)}$$

$$-1 > -2$$

مثال:

**نامعادله:** اگر یک نابرابری شامل متغیر باشد، به آن نامعادله می گویند. جواب های نامعادله مقادیری از متغیر هستند که به ازای

آن ها، نامساوی برقرار است. همه ی جواب های نامعادله مجموعه جواب آن گفته می شود.

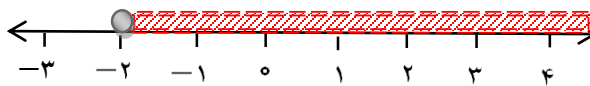
**حل نامعادله:** همانند یک معادله حل می شود با این تفاوت که اگر در آخر نامعادله ضریب مجهول عدد منفی باشد جهت نامعادله

عوض می شود.

**مثال:** مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آورده و آن ها را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$4(x-1) \leq 5x-2 \Rightarrow 4x-4 \leq 5x-2 \Rightarrow 4x-5x \leq 4-2 \Rightarrow -x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$$

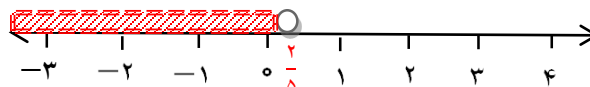
$$\text{مجموعه جواب } A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$$



طرفین در ۲ ضرب

$$x^2 + \frac{x}{2} < (x-1)^2 \Rightarrow \cancel{x^2} + \frac{x}{2} < \cancel{x^2} - 2x + 1 \Rightarrow \frac{x}{2} + 2x < 1 \Rightarrow x + 4x < 2 \Rightarrow 5x < 2 \Rightarrow x < \frac{2}{5}$$

$$\text{مجموعه جواب } B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{2}{5}\right\}$$



**نکته:** در مسایل مربوط به نابرابری به جای کلمه حداکثر از علامت  $\leq$  و به جای کلمه حداقل از علامت  $\geq$  استفاده می کنیم.

@riaziat789

**مثال:** عبارت های کلامی زیر را به صورت جبری بنویسید:

(الف) "مجموع دو برابر عددی با قرینه سه برابر عدد دیگر حداکثر ۹- است."  $2x + (-3y) \leq -9$

$$5x - 3 \geq \frac{x}{3}$$

(ب) "از پنج برابری عدد سه واحد کم کرده ایم حاصل حداقل ثلث آن عدد شده است."