

۱- عرض از مبدأ خط قائم بر منحنی $y = x(2x - 3)^{\frac{1}{3}}$ ، در نقطه $x = 2$ واقع بر آن کدام است؟

(۱) $\frac{15}{7}$ (۲) $\frac{20}{7}$ (۳) $\frac{24}{7}$ (۴) $\frac{25}{7}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله $2y - 5x = a$ بر منحنی $y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$ در نقطه‌ای به طول مثبت مماس است؟

(۱) -۹ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳- معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x}}{x - 2}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟

(۱) $y + 2x = 1$ (۲) $y - 2x = -3$ (۳) $2y + 5x = 3$ (۴) $2y - x = -3$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴- معادله خط قائم بر منحنی $y = x\sqrt{x}$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟

(۱) $y + 3x = 20$ (۲) $3y + x = 28$ (۳) $3y - 2x = 16$ (۴) $2y - 3x = 4$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵- معادله خط قائم بر منحنی $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟

(۱) $3y + 8x = 36/5$ (۲) $5y + 16x = 71/5$
(۳) $8y + 3x = 24$ (۴) $8y + 5x = 32$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶- معادله خط مماس بر منحنی $y = x\sqrt{x}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟

(۱) $3y - 2x - 1 = 0$ (۲) $2y - 3x + 1 = 0$
(۳) $y - 3x + 2 = 0$ (۴) $3y - x - 2 = 0$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷- معادله خط مماس بر منحنی $y = 2x^2 - 3x + 1$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟

(۱) $y = -3x + 9$ (۲) $y = 5x - 7$ (۳) $y = 4x - 5$ (۴) $y = 3x - 2$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸- نقطه $M(x,y)$ بر روی منحنی $y = \sqrt{25 - x^2}$ به نقطه $A(4,3)$ نزدیک می‌شود. شیب خط AM ، وقتی فاصله M تا A بسیار کوچک است، کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹- خط قائم بر نمودار $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 - \sin x}$ ، در نقطه‌ی تلاقی منحنی با محور y ها، نیم‌ساز ناحیه‌ی اول را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/5$

سراسری <= ریاضی <= ۹۷

۱۰- خط به معادله $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$ ، بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x)}{x - 2}$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

سراسری <= ریاضی <= ۹۵

۱۱- خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = x^3 + 3x^2 + 1$ ، بر خط به معادله‌ی $x - 3y = 2$ عمود است. این خط مماس از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد؟

- (۱) $(1, 3)$ (۲) $(1, 4)$ (۳) $(2, -6)$ (۴) $(2, -4)$

سراسری <= تجربی <= ۸۹

۱۲- عرض از مبدأ خط مماس، بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

سراسری <= تجربی <= ۸۷

۱۳- خط به معادله‌ی $y = 2x - 5$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی به معادله‌ی $y = ax^2 + bx + 1$ مماس است. a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

سراسری <= تجربی <= ۸۶

۱۴- معادله‌ی خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = \frac{1}{2} \cos 2x - \cos x$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{3}$ واقع بر آن کدام است؟

(۱) $y = -\frac{3}{4}$ (۲) $y = \frac{3}{4}$ (۳) $y = -x + \frac{\pi}{3} - 1$ (۴) $y = x + \frac{\pi}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۸۵

۱۵- معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $y = \operatorname{tg}^2 x + \cos 2x$ در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

(۱) $y + x = 1 + \frac{\pi}{2}$ (۲) $y + x = 1 - \frac{\pi}{2}$ (۳) $y + 2x = 1 - \frac{\pi}{2}$ (۴) $y - 2x = 1 - \frac{\pi}{2}$

سراسری <= تجربی <= ۸۴

۱۶- به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر a ، منحنی به معادله $y = \left(\frac{1}{2}x + a\right)(x^2 - 4)$ بر محور x ها در یک نقطه مماس است؟

(۱) \emptyset (۲) $\{1\}$ (۳) $\{-1, 1\}$ (۴) $\{-2, 2\}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۴

۱۷- معادله خط قائم بر منحنی به معادله $y = \frac{x+1}{2x-1}$ در نقطه‌ای به طول ۱- واقع بر آن کدام است؟

(۱) $y - 3x = 3$ (۲) $y + 3x = -3$ (۳) $3y - x = 1$ (۴) $3y + x = -1$

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۱۸- معادله خط قائم بر نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{x+1}{2x-1}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن کدام است؟

(۱) $3y = x + 1$ (۲) $2x + y = 3$ (۳) $y + 4x = 5$ (۴) $y + 5 = 3x$

سراسری <= تجربی <= ۸۲

۱۹- مشتق تابع f در نقطه $x = 2$ به صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$ بیان شده است، k کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

سراسری <= ریاضی <= ۸۱

۲۰- نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $y = ax^2 + bx - 9$ و $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$ در نقطه‌ای به طول ۳ مماس مشترک دارند، دو تایی (a, b) کدام است؟

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 4)$ (۳) $(1, -1)$ (۴) $(2, -4)$

سراسری <= ریاضی <= ۸۱

۲۱- اگر تابع f در x_0 مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = -2$ مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$ کدام است؟

$h \rightarrow 0^-$ (۴) -2 $h \rightarrow 0^+$ (۳) 2 (۲) $2 + f(x_0)$ (۱) $2 - f(x_0)$

سراسری <= تجربی <= ۸۰

۲۲- خط $y = -1$ بر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 2x^2 - x + a$ مماس است، a کدام است؟

(۴) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۲) $-\frac{7}{8}$ (۱) $-\frac{9}{8}$

سراسری <= تجربی <= ۸۰

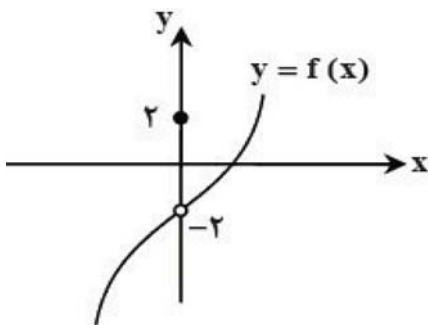
۲۳- خط به معادله $y = 5x + 1$ در نقطه $x = 3$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است. حاصل

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 16f(x)}{3 - x}$ کدام است؟

(۴) -160 (۳) 160 (۲) -80 (۱) 80

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۴- شکل مقابل، نمودار تابع $y = f(x)$ است.



مقدار مشتق تابع در $x = 0$ چقدر است؟

- (۱) وجود ندارد
 (۲) -6
 (۳) 6
 (۴) 12

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۵- اگر $f(1) = 2f'(1) = 1$ باشد، عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $y = \left(2 - \frac{1}{f(x)}\right)^2$ در نقطه‌ای به طول

$x = 1$ کدام است؟

(۴) صفر (۳) 1 (۲) 2 (۱) -2

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۶- اگر خط $y = 2x - 4$ بر منحنی $y = ax^2 + (a - 3)x$ مماس باشد، طول نقاط تماس کدام است؟

(۴) -1 و -25 (۳) 1 و 25 (۲) 2 و $-\frac{5}{2}$ (۱) 2 و $-\frac{2}{5}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۷- شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sin \pi x$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۸- دستور کلی آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + x + 1$ کدام است؟

- (۱) $3x^3h + 3x + 1$ (۲) $3xh + 3x^2 + 1$
(۳) $3xh^2 + 3x^2 + h$ (۴) $3xh + 3x^2 + h^2 + 1$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۹- هرگاه مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ در نقطه‌ای به طول ۴ روی منحنی را امتداد دهیم، محور عرض‌ها را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) -۱

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۳۰- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = 2 \sin 3x - \cos 2x$ در نقطه‌ی $A(\pi, -1)$ ، کدام است؟

- (۱) $y + 6x = 6\pi + 1$ (۲) $y + 6x = 6\pi - 1$
(۳) $y - 6x = 6\pi + 1$ (۴) $y - 6x = 6\pi - 1$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۳۱- اگر مماس‌های چپ و راست رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = |ax - b| [2x]$ در $x = 1$ بر هم عمود باشند، مقدار b کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) ± 2 (۳) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\pm \sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۳۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{4} \sin 2x$ در مبدأ مختصات با چه زاویه‌ای محور x ها را قطع می‌کند؟

- (۱) 30° (۲) $22/5^\circ$ (۳) 45° (۴) 15°

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۳۳- معادله‌ی خط عمود بر نمودار تابع در نقطه‌ای به طول $X = \pi$ واقع بر تابع، کدام است؟

$y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$ (۱) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}$ (۲) $y = x - \pi$ (۳) $y = 2x - 2\pi$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۳۴- در نقطه‌ای با کدام طول از منحنی $y = x^2 - 6x - 1$ ، شیب خط مماس برابر ۴ است؟

2 (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۳۵- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

$1 - \frac{\pi}{2}$ (۱) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۲) $\pi - 1$ (۳) $1 + \frac{\pi}{2}$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۳۶- اگر منحنی $f(x) = x^3 + mx^2 - x + 2$ بر خط $y = n + 3x$ در نقطه $x = 2$ مماس باشد، مقدار n کدام است؟

2 (۱) 22 (۲) -6 (۳) -10 (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۵

۳۷- معادله‌ی خط قائم بر منحنی نمودار تابع $f(x) = \sqrt[9]{(9x+1)^4}$ در نقطه‌ای واقع بر منحنی به طول صفر کدام است؟

$x = 0$ (۱) $y + 4x = 1$ (۲) $4y + x = 4$ (۳) $y - 4x = 1$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۳۸- اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2 - 3x}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h)g(4+h) - g(4)f(4)}{h}$ کدام است؟

$\frac{-3}{4}$ (۱) $\frac{-7}{4}$ (۲) 1 (۳) 2 (۴)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۶

۳۹- منحنی $y = x^2 - 2x$ بر خط $y = a$ مماس است، a کدام است؟

-2 (۱) -1 (۲) 1 (۳) 2 (۴)

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۶

۴۰- اگر نیمساز ربع دوم و چهارم در نقطه‌ای به طول ۱ بر نمودار تابع $f(x) = x^3 - ax^2 + b$ مماس باشد، b چه قدر است؟

0 (۱) 2 (۲) -3 (۳) -1 (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۴۱- اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(fog)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۴۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام

- است؟
(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۴۳- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{5-2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x-4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۴۴- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۴۵- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(fog)'(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۴۶- اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & ; x \geq -2 \\ x^3 - x & ; x < -2 \end{cases}$ همواره مشتق پذیر باشد، $f(1)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری <= تجربی <= ۹۷

۴۷- مشتق عبارت $\sin^4 x + \cos^4 x$ ، به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

سراسری <= تجربی <= ۹۷

۴۸- تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر از مرتبه دوم است. به ازای هر عدد حقیقی x تابع $g(x) = f(4-x^2)$ است. اگر $f'(1) = -5$ و $f''(1) = -1$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$ ، کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری <= ریاضی <= ۹۷

۴۹- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - [x]} + |x|$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۷

۵۰- مشتق تابع $y = 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{6}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

سراسری <= تجربی <= ۹۶

۵۱- اگر تابع f در $x = 4$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{-3}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۶

۵۲- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}\right)^3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ ، کدام است؟

- (۱) -۲۱ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

سراسری <= تجربی <= ۹۵

۵۳- اگر مماس چپ و مماس راست تابع $f(x) = |x|(x+a)$ در نقطه گوشه‌ای آن عمود بر هم باشند، مجموعه مقادیر a کدام است؟

- (۱) $\{-1\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $\{-1, 1\}$ (۴) \emptyset

سراسری <= ریاضی <= ۹۰

۵۴- در تابع با ضابطه $f(x) = x\sqrt{x} + |x-1|$ ، مقدار $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری <= تجربی <= ۹۰

۵۵- اندازه‌ی مشتق تابع $y = \frac{1 - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x}$ ، به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

سراسری <= تجربی <= ۸۹

۵۶- مشتق چپ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه‌ی $x = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۹

۵۷- اگر $f(x) = \frac{3}{2} - \sqrt{x+2}$ ، مشتق تابع $f(xf(x))$ در نقطه‌ی $x = 2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

سراسری <= ریاضی <= ۸۹

۵۸- $y = \sqrt{2U} - \frac{1}{U}$ و $U = \sin^2 x - \cos 2x$ مقدار $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

سراسری <= تجربی <= ۸۸

۵۹- مشتق عبارت $\left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^2$ به ازای $x = -8$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری <= ریاضی <= ۸۸

۶۰- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \cos 2x & \text{و } 0 < x \leq \frac{\pi}{4} \\ a \tan x + b \sin 2x & \text{و } \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{4}$ مشتق‌پذیر است، b کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۶۱- مشتق تابع $y = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$ ، به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۶۲- مشتق راست تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ([x] - |x|) \sqrt[3]{9x}$ ، در نقطه‌ی $x = -3$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{3}$ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴) $\frac{7}{3}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۶۳- اگر $f(x) = \frac{x^3 - 2}{1 + x^3}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{x}$ (۲) $\frac{3}{x^2}$ (۳) $\frac{1}{3x}$ (۴) $\frac{x-3}{x^2}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۶۴- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است. b کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

سراسری <= ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۶۵- اگر $f(x) = (x^2 - x - 2) \sqrt[3]{x^2 - 7x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۶۶- مقدار مشتق $\frac{1 - \cos^2 x}{2 - \sin^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{5}{9}$

سراسری <= تجربی <= ۹۱

۶۷- اگر $g(x) = \frac{1}{4} \sqrt{5x-9}$ و $f(x) = \sin^2 \pi x$ مشتق تابع $fo g$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{3}{4} \pi$ (۴) $\frac{5}{8} \pi$

سراسری <= ریاضی <= ۹۱

۶۸- تابع با ضابطه $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right]$ در کدام بازه مشتق پذیر است؟

- (۱) $[0, 1]$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1)$

سراسری <= ریاضی <= ۹۱

۶۹- در تابع با ضابطه $f(x) = |x| \cdot [x]$ ، مقدار $f'(0^-) - f'(0^+)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری <= تجربی <= ۸۷

۷۰- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$ ، مشتق $f(\sqrt{|x|+3})$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{12}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۷

۷۱- تابع با ضابطه $y = x \sqrt{x^2}$ از نظر پیوستگی و مشتق پذیری در صفر چگونه است؟

- (۱) پیوسته و مشتق پذیر است.
 (۲) پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست.
 (۳) نه پیوسته است و نه مشتق پذیر
 (۴) فقط از راست پیوسته و از راست مشتق پذیر است.

سراسری <= ریاضی <= ۸۷

۷۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax - a & x < 1 \\ x^2 - x & x \geq 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) هر مقدار a (۴) هیچ مقدار a سراسری => تجربی => ۸۶

۷۳- مقدار مشتق تابع $y = \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{Cotg} 2x$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) ۴ سراسری => تجربی => ۸۶

۷۴- مشتق $f(\sqrt[3]{6x+2})$ در نقطه $x = 1$ برابر ۲- است. شیب خط قائم بر نمودار f در نقطه‌ای به طول ۲ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴ سراسری => ریاضی => ۸۶

۷۵- اگر $f(x) = \sqrt{2 \sin \pi x}$ ، آنگاه $f'(\frac{1}{\sqrt{6}})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi \sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\pi \sqrt{3}}{2}$ (۳) $\pi \sqrt{2}$ (۴) $\pi \sqrt{3}$ سراسری => تجربی => ۸۵

۷۶- تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع $f(x) = ||x|-1|$ بر روی \mathbf{R} کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ سراسری => ریاضی => ۸۵

۷۷- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ مشتق تابع $f(\tan x)$ با شرط $|x| < \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sin x}$ (۲) $\frac{1}{\cos x}$ (۳) $\sin x$ (۴) $\cos x$ سراسری => ریاضی => ۸۵

۷۸- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x-1| & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است، a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲ سراسری => ریاضی => ۸۴

۷۹- اگر در کدام مجموعه از نقاط دامنه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) $\{۴, -۳\}$ (۲) $\{۴, \frac{۵}{۲}\}$ (۳) $\{۴, -۳, \frac{۵}{۲}\}$ (۴) \emptyset

سراسری <= ریاضی <= ۸۴

۸۰- اگر $f(x) = |x - ۲| + \sqrt{۲x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(۲ + \Delta x) - f(۲)}{\Delta x}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{۱}{۲}$ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۴) $\frac{۳}{۲}$

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۸۱- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{۱}{۲}x^2 - \frac{۱}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = ۲$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[۱, ۴]$ ، کدام است؟

- (۱) $۰/۲۵$ (۲) $۰/۵$ (۳) $۰/۴۵$ (۴) $۰/۷۵$

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۸۲- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x + ۲)\sqrt{۴x + ۱}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[۰, ۲]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{۳}{۴}$ چه قدر بیشتر است؟

- (۱) $۰/۱۰$ (۲) $۰/۱۵$ (۳) $۰/۲۰$ (۴) $۰/۲۵$

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۸۳- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه‌ی $x = ۱$ با نمو متغیر، $۰/۲۱$ از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چه قدر کم تر است؟

- (۱) $\frac{۱}{۴۲}$ (۲) $\frac{۱}{۲۱}$ (۳) $\frac{۳}{۴۲}$ (۴) $\frac{۲}{۲۱}$

سراسری <= تجربی <= ۹۴

۸۴- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{۳۶}{x}$ ، آهنگ متوسط تابع از $x_۱ = ۲$ تا $x_۲ = ۳$ چه قدر از آهنگ لحظه‌ای آن، در $x = \sqrt[۳]{۱۲}$ بیشتر است؟

- (۱) ۱ (۲) $۱/۵$ (۳) ۲ (۴) $۲/۵$

سراسری <= تجربی <= ۹۰

۸۵- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ نسبت به متغیر x روی بازه $[0, 3]$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در $x = \sqrt{2}$ چه قدر کم تر است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{9}$

سراسری <= تجربی <= ۸۸

۸۶- در تابع با ضابطه $f(x) = (2x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع، از نقطه‌ی $x = 4$ تا $x = 12$ ، از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ی $x = 4$ ، چقدر بیشتر است؟

- (۱) $\frac{7}{540}$ (۲) $\frac{11}{540}$ (۳) $\frac{7}{270}$ (۴) $\frac{11}{270}$

سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۸۷- در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر، روی بازه $[\frac{2}{25}, \frac{2}{56}]$ از آهنگ آنی، در شروع این بازه، چه قدر کمتر است؟

- (۱) $\frac{1}{93}$ (۲) $\frac{2}{93}$ (۳) $\frac{1}{62}$ (۴) $\frac{1}{31}$

سراسری <= تجربی <= ۸۷

۸۸- در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد $2 + h$ تغییر کند، برابر است. h کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۳

سراسری <= تجربی <= ۸۶

۸۹- آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 144}$ نسبت به متغیر x روی بازه‌ای از $x = 5$ و $x = 9$ کدام است؟

- (۱) $\frac{0}{4}$ (۲) $\frac{0}{5}$ (۳) $\frac{0}{6}$ (۴) $\frac{0}{7}$

سراسری <= تجربی <= ۸۴

۹۰- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از ۴ به ۲۵ تغییر کند برابر با آهنگ لحظه‌ای در نقطه $x = a$ است. a کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{75}$ (۲) $\frac{12}{25}$ (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{13}{5}$

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۹۱- معادله حرکت یک گلوله توپ که از زمین به طور قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود به صورت $s = -5t^2 + 20t$ است سرعت لحظه‌ای این گلوله در زمان برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ (با صرف نظر کردن از مقاومت هوا)

- (۱) -۲۰ (۲) -۱۵ (۳) -۱۰ (۴) -۵

سراسری <= تجربی <= ۸۲

۹۲- در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ ، آهنگ آنی تغییر f در لحظه $t = 4$ ، چقدر از آهنگ متوسط تغییر f از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ بیشتر است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۰ و سنجش علمی آزمون یار <= ۸۱-۸۰ <= متوسطه

۹۳- تفاضل آهنگ متوسط تغییرات تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در بازه $(1, 4)$ از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = 2/25$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $0/125$ (۳) $0/25$ (۴) $0/5$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹۴- در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط در بازه $[4, 4/41]$ از آهنگ لحظه‌ای در $x = 4$ چقدر کم‌تر است؟

- (۱) $\frac{1}{41}$ (۲) $\frac{1}{82}$ (۳) $\frac{1}{164}$ (۴) $\frac{3}{164}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۹۵- در تابع $f(x) = x^2 - 3x + 5$ تفاضل آهنگ لحظه‌ای در $x = 3$ از آهنگ متوسط آن در بازه $[2, 4]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $0/5$ (۳) $0/75$ (۴) $0/25$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۹۶- در تابع $f(x) = \frac{3}{x+2}$ ، آهنگ آنی در $x = 3$ چه قدر بیشتر از آهنگ متوسط تغییر تابع از $x = 1$ تا $x = 3$ است؟

- (۱) $\frac{2}{45}$ (۲) $\frac{1}{30}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴) $\frac{1}{5}$

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۹۷- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر در بازه $[1/5, 1]$ از آهنگ لحظه‌ای

آن در نقطه $x = 1$ چه قدر کم‌تر است؟

- (۱) $0/05$ (۲) $0/10$ (۳) $0/12$ (۴) $0/15$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۹۸- در تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ ، نسبت آهنگ متوسط در بازه $[0, 3]$ به آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{2\sqrt{5}}{4}$ (۴) $\frac{3\sqrt{5}}{9}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۹۹- اختلاف آهنگ متوسط تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ در بازه $[3, 5]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = 4$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۰۰- آهنگ متوسط تابع $y = x^3 - 4x^2$ در بازه $[3, 4]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \frac{7}{4}$ چه قدر بیش تر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۰۱- حجم آب یک مخزن در t دقیقه پس از شروع تخلیه برابر است با $V = 150(36 - t)^2$ ، آهنگ لحظه‌ای تخلیه آب پس از ۳۲ دقیقه کدام است؟

- (۱) -۶۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) -۱۲۰۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۰۲- در تابع $f(x) = (x-1)\sqrt{x+2}$ تفاضل آهنگ متوسط در بازه $(2, 7)$ از آهنگ آنی در لحظه $x = 7$ چقدر است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/8$ (۳) $1/2$ (۴) $0/9$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۰۳- آهنگ متوسط تابع $f(x) = 2x - \sqrt{x}$ روی بازه $[4, 4/41]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{76}{41}$ (۲) $\frac{72}{41}$ (۳) $\frac{19}{8}$ (۴) $\frac{9}{4}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۰۴- آهنگ لحظه‌ای تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 4$ از آهنگ متوسط آن در بازه $(4, 4/41)$ چقدر بیش تر است؟

- (۱) $\frac{1}{41}$ (۲) $\frac{1}{82}$ (۳) $\frac{1}{164}$ (۴) $\frac{3}{164}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۰۵- اگر $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$ باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع نسبت به تغییر متغیر در $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۱۰۶- اگر $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ باشد اختلاف آهنگ لحظه‌ای تابع در نقطه‌ی $x = 2$ از آهنگ متوسط آن در بازه $[2, 2/1]$ کدام است؟

- (۱) ۰/۴۰۹ (۲) ۰/۴۰۸ (۳) ۰/۴۲ (۴) ۰/۴۱

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۰۷- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ وقتی x از ۱ تا $1/2$ تغییر کند کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $1/3$ (۳) $1/4$ (۴) $1/6$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۰۸- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ ، آهنگ متوسط تغییرات تابع به تغییر متغیر در بازه‌ی $[4, 12]$ از آهنگ آنی در لحظه‌ی $x = 7/5$ چه قدر کم‌تر است؟

- (۱) صفر (۲) (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{8}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۰۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ وقتی متغیر از $x = 3$ تا $x = 8$ تغییر کند، کدام است؟

- (۱) ۰/۷۶ (۲) ۰/۸۲ (۳) ۰/۹۴ (۴) ۰/۹۸

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۹

۱۱۰- آهنگ متوسط تغییرات تابع $y = x^3 - x^2 + x$ روی بازه $[0, 3]$ نسبت به تغییر متغیر چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = \frac{3}{2}$ بیش‌تر است؟

- (۱) $1/75$ (۲) $2/5$ (۳) $2/25$ (۴) $2/75$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۱۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ از $x = -1$ تا $x = 8$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x = -1$ است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۱۲- در تابعی با ضابطه $f(x) = (3x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ متوسط تابع در بازه $[1, 5]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ی $x = \frac{1}{3}$ ، چه قدر کم تر است؟

- (۱) $\frac{1}{72}$ (۲) $\frac{1}{144}$ (۳) $\frac{1}{48}$ (۴) $\frac{1}{288}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۳- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 3\sin x + 5\cos x$ در $x_1 = \frac{\pi}{2}$ با نمو $\frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{\pi}$ (۲) $-\frac{16}{\pi}$ (۳) $-\frac{32}{\pi}$ (۴) $-\frac{64}{\pi}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۱۴- اگر ، آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + x$ در $[1, 2]$ چقدر از آهنگ

لحظه‌ای تغییر تابع g در $x = 1$ بیشتر است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{5}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{6}{5}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۵- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + 7x + 1$ ، وقتی متغیر از $x = 1$ به $x = 4$ تغییر می کند، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۶- در تابع با ضابطه $f(x) = (3x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه $x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{3}{16}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۷- آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^4 + 5x + 3}$ در $x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{9}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۸- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x - 2}$ نسبت به متغیر x در بازه $[\frac{4}{25}, \frac{4}{56}]$ ، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{5}{33}$ (۲) $\frac{10}{33}$ (۳) $\frac{10}{31}$ (۴) $\frac{5}{31}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۹- در تابع $f(x) = \sqrt{2x+1}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x در نقطه‌ای به طول ۴ با نمو متغیر 0.305 ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه چه قدر کم تر است؟

$\frac{2}{183}$ (۴)

$\frac{3}{61}$ (۳)

$\frac{1}{183}$ (۲)

$\frac{1}{61}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۰- اگر ، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $y = f(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۱۰ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y' = (2x - 3)^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}x(2x - 3)^{-\frac{2}{3}}$$

مشتق تابع در $x = 2$ محاسبه شود.

$$y'(2) = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow m = \frac{-3}{7}$$

پای قائم $A(2, 2)$ و شیب خط قائم

$$\text{معادله خط قائم } y - 2 = \frac{-3}{7}(x - 2) \text{ یا } y = \frac{-3}{7}x + \frac{20}{7} \text{ لذا عرض از مبدأ قائم برابر } \frac{20}{7}$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{1}{2}x^2 - x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x + 1 = \frac{5}{2}$$

شیب خط مماس برابر مشتق تابع است.

$$\text{در نتیجه } x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ پس نقطه تماس } A(3, 2) \text{ با جانشینی دو معادله خط } a = -9$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه تماس $A(1, -1)$ است.

$$\text{معادله خط مماس } y + 1 = \frac{-5}{2}(x - 1) \text{ یا } 2y + 5x = 3$$

$$y' = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x} \text{ . خط قائم عمود بر خط مماس در نقطه } (4, 8) \text{ است.}$$

$$\text{شیب خط مماس برابر } 3 = \frac{3}{2}\sqrt{4} \text{ معادله خط قائم } y - 8 = -\frac{1}{3}(x - 4) \text{ یا } 3y + x = 28$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

خط قائم عمود بر خط مماس در نقطه تماس است.

$$y' = \frac{\sqrt{x} - \frac{x-1}{2\sqrt{x}}}{x} \Rightarrow y'(4) = \frac{5}{16} \Rightarrow m = -\frac{16}{5}, A\left(4, \frac{3}{2}\right)$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نقطه تماس $A(1, 1)$ شیب خط مماس برابر نسبت $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ وقتی $\Delta x \rightarrow 0$

$$A(1, 1), M(x, \sqrt{x^3}) \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^3} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{(x - 1)(2)} = \frac{3}{2}$$

خط مماس به معادله $y - 1 = \frac{3}{2}(x - 1)$ یا $2y - 3x + 1 = 0$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نقطه تماس $A(2, 3)$ شیب مماس $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x + 1 - 3}{x - 2} = 5$ معادله خط مماس $y - 3 = 5(x - 2)$ یا

$$y = 5x - 7$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{25 - x^2} - 3}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{25 - x^2 - 9}{(x - 4)(\sqrt{25 - x^2} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(4 - x)(4 + x)}{(x - 4)(6)} = -\frac{4}{3}$$

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(0, \frac{1}{4}\right)$$

$$m = y' = \frac{-2 \sin 2x (2 - \sin x) - (-\cos x) \cos 2x}{(2 - \sin x)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون خط $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$ بر منحنی مماس است بنابراین y آن‌ها و شیب آن‌ها با یکدیگر برابر است.

$$f'(2) = 3$$

$$f(2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x)}{x - 2} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)f'(x) - 4f'(x)}{1} = 2f(2)f'(2) - 4f'(2)$$

$$= 2(4)(3) - 4(3) = 24 - 12 = 12$$

۱۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 6x = -3 &\Rightarrow 3(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ y - 3 = -3(x+1) &\Rightarrow y = -3x \end{aligned}$$

۱۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y - 2 = \frac{5}{4}(x - 1) \xrightarrow{x=0} y = -\frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

۱۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} x = 1 &\Rightarrow y = -3 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ -3 \end{vmatrix} \\ f'(x) = 2ax + b &\Rightarrow f'(1) = 2 \Rightarrow 2a + b = 2 \\ f(1) = -3 &\Rightarrow a + b + 1 = -3 \\ \begin{cases} 2a + b = 2 \\ a + b = -4 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -10 \end{cases} \end{aligned}$$

۱۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_0 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow m_m = 0 \Rightarrow y = \frac{-3}{4}$$

۱۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} y &= \text{tg}^2 x + \text{Cos} 2x \\ y' &= 2 \text{tg} x (1 + \text{tg}^2 x) - 2 \text{Sin} 2x \\ m &= 2 \text{tg} \frac{\pi}{4} \left(1 + \text{tg}^2 \frac{\pi}{4} \right) - 2 \text{Sin} \frac{\pi}{2} = 2 \end{aligned}$$

با توجه به گزینه‌ها، شیب خط مماس تنها در معادله گزینه‌ی (۴) برابر ۲ است.

۱۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

برای اینکه منحنی تابع f با ضابطه‌ی $y = f(x)$ بر محور x ها مماس باشد باید معادله‌ی $f(x) = 0$ ریشه‌ی مضاعف داشته باشد. بنابراین ریشه‌های $x^2 - 4 = 0$ در معادله‌ی $\frac{1}{4}x + a = 0$ باید صدق کند.

$$x = 2 \Rightarrow \frac{1}{4}(2) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $A(-1, 0) \quad y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} \quad x_0 = -1$

$m_T = -\frac{1}{3} \Rightarrow m_N = 3 \quad y - 0 = 3(x + 1) \xrightarrow{\text{قائم}} y = 3x + 3$

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $A \left| \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right. \Rightarrow y' = \frac{-1-2}{(2x-1)^2} \quad y'(2) = -\frac{1}{3}$ شیب مماس

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12 \xrightarrow{\text{هویتال}} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(2+h) + k}{1} = 12$
 $\Rightarrow k + 8 = 12 \Rightarrow k = 4$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$f(x) = ax^2 + bx - 9$ مماس مشترک $\rightarrow \begin{cases} (1) f(3) = g(3) \Rightarrow 9a + 3b - 9 = -3 \\ (2) f'(3) = g'(3) \Rightarrow 6a + b = 5 \end{cases}$
 $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$
 $\Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 2 \\ 6a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$

۲۱- می دانیم اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد داریم: $f'_+(a) = f'_-(a) = f'(a)$ و از طرفی:

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ و $f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = -2 \Rightarrow f'_+(x_0) = -2$

پس:

$h \rightarrow 0^+$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲۲- $y = -1$ که بر منحنی مماس است یک خط افقی است پس شیب مماس در نقطه تماس برابر صفر است یعنی مشتق برابر صفر است.

$$f(x) = 2x^2 - x + a \Rightarrow f'(x) = 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + a = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} + a = \frac{-1}{8} + a = -1 \Rightarrow a = -1 + \frac{1}{8} = -\frac{7}{8}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ در $x = a$ بر هم مماس‌اند، هرگاه:

$$\begin{cases} f(a) = g(a) \\ f'(a) = g'(a) \end{cases}$$

ابتدا از اطلاعات داده شده می‌توان نتیجه گرفت $f'(3) = 5$ و $f(3) = 16$. اکنون داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 16f(x)}{3 - x} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 16}{x - 3} \times (-f(x)) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \times \lim_{x \rightarrow 3} (-f(x)) \\ &= -f'(3) \times f(3) = -80 \end{aligned}$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا از روی نمودار می‌توان فهمید $f(0) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$

حال می‌توان نوشت:

$$g'(0) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3xf(x) - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 3f(x) = 3(-2) = -6$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قضیه‌های مشتق داریم:

$$A\left(1, \left(2 - \frac{1}{f(1)}\right)^2\right) \Rightarrow A(1, 1)$$

$$y' = 2\left(2 - \frac{1}{f(x)}\right) \cdot \frac{f'(x)}{f^2(x)}$$

بنابراین عرض از مبدأ خط مماس برابر صفر است.

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: دو منحنی $y = f(x)$ و $y = g(x)$ بر هم مماس‌اند، هرگاه معادله‌ی $f(x) = g(x)$ دارای ریشه‌ی مضاعف باشد.

نکته: معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف است، هرگاه $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ باشد.

$$ax^2 + (a - 3)x = 2x - 4 \Rightarrow ax^2 + (a - 5)x + 4 = 0 \quad (*)$$

$$\Delta = (a^2 - 10a + 25) - 16a = 0 \Rightarrow a^2 - 26a + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 25 \end{cases}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در (*) طول نقاط تماس را به دست می‌آوریم:

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: شیب خط مماس بر نمودار $f(x)$ در نقطه $x = a$ برابر است با: $f'(a)$

نکته: $(\sin u)' = u' \cos u$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sin \pi x \Rightarrow f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \times \pi \cos x \Rightarrow f'(\cdot) = \sqrt{3}$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: دستور کلی آهنگ متوسط تابع f نسبت به متغیر x به صورت $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

است.

مطابق نکته داریم:

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{(x+h)^3 + (x+h) + 1 - x^3 - x - 1}{h} = \frac{(x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3)}{h} \\ &= \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3 + h}{h} = 3xh + 3x^2 + h^2 + 1 \end{aligned}$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: معادله‌ی خط گذرا از نقطه‌ی $A \left| \begin{matrix} x_0 \\ y_0 \end{matrix} \right.$ با شیب m عبارت است از:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x} \quad (x \neq 1) \quad \text{ابتدا تابع داده شده را ساده می‌کنیم. داریم:}$$

$$f(x) = \sqrt{x}; x \in [0, +\infty) - \{1\} \quad \text{پس:}$$

مماس در نقطه‌ای به طول $x = 4$ را می‌خواهیم، پس داریم: $A \left| \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right.$

برای به دست آوردن شیب خط مماس کافی است مقدار مشتق را در نقطه‌ی A به دست آوریم:

$$y' = f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = \frac{1}{4} \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + 1$$

این خط در نقطه‌ای به مختصات $M \left| \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right.$ محور عرض‌ها را قطع می‌کند.

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $(a, f(a))$ عبارت است از:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$f(x) = 2 \sin^3 x - \cos^2 x \Rightarrow f'(x) = 6 \cos^3 x + 2 \sin^2 x \Rightarrow f'(\pi) = -6$$

بنابراین معادله‌ی خط مماس عبارت است از:

$$y + 1 = -6(x - \pi) \Rightarrow y + 6x = 6\pi - 1$$

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تابع در $x = 1$ هم مماس راست دارد و هم مماس چپ، پس در این نقطه هم از راست پیوسته است و هم از چپ. در نتیجه f در $x = 1$ پیوسته است، بنابراین:

$$f(1^+) = f(1^-) \Rightarrow 2|a - b| = |a - b| \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b \quad (*)$$

با جای‌گذاری در ضابطه‌ی f داریم:

$$f(x) = |a||x - 1| [2x] \Rightarrow f(x) = \begin{cases} |a|(x - 1)[2x] & x > 1 \\ -|a|(x - 1)[2x] & x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 2|a| \\ f'_-(1) = -|a| \end{cases}$$

طبق فرض مماس‌های چپ و راست در $x = 1$ بر هم عمودند، پس:

$$f'_+(1) + f'_-(1) = -1 \Rightarrow -2|a|^2 = -1 \Rightarrow |a|^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{(*)} b = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر نمودار تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x = a$ جهت مثبت محور x ها را با زاویه‌ی θ قطع کند، داریم: $\text{tg} \theta = f'(a)$

$$g'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} (2 \cos^2 x) = \cos^2 x \Rightarrow f'(0) = 1$$

حال اگر زاویه‌ی برخورد را با θ نشان دهیم، با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\text{tg} \theta = f'(0) = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معادله‌ی خط عمود بر نمودار تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $(a, f(a))$. عبارتست از:

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

ابتدا با جای‌گذاری $x = \pi$ در معادله‌ی تابع f داریم: $f(\pi) = 0$ ، پس نقطه‌ی موردنظر $(\pi, 0)$ است. اکنون شیب خط قائم را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 3\sin^2 x \cos x + 2\cos^2 x \Rightarrow f'(\pi) = 2$$

پس شیب خط قائم بر نمودار تابع برابر $-\frac{1}{2}$ است و معادله‌ی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$y - 0 = -\frac{1}{2}(x - \pi) \Rightarrow y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$$

۳۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: شیب خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با $m = f'(a)$

با توجه به نکته‌ی فوق باید x ای را بیابیم که به‌ازای آن $y' = 4$ می‌شود.

$$m = y' = 2x - 6 = 4 \Rightarrow x = 5$$

۳۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{1 + 0} = 1 \Rightarrow A \begin{vmatrix} \frac{\pi}{2} \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$\text{شیب خط مماس } m = y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{1 + 0} = 1 \Rightarrow \text{معادله‌ی خط مماس } y - 1 = 1\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y = x - \frac{\pi}{2} + 1 \Rightarrow \text{عرض از مبدا} = 1 - \frac{\pi}{2}$$

$$\text{نکته: } (fg)' = f'g + fg' \text{ و } \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

۳۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض سوال، دو تابع در نقطه $X = 2$ با هم برخورد کرده و بر هم مماس هستند یعنی مقدار هر دو تابع در $X = 2$ با هم برابر است. ضمناً شیب خط مماس بر f در $X = 2$ همان شیب خط داده شده است پس:

$$\left. \begin{aligned} x = 2 \Rightarrow y = n + 3 \times 2 = n + 6 \\ x = 2 \Rightarrow y = f(2) = 5 + 4m - 2 + 2 = 8 + 4m \end{aligned} \right\} \Rightarrow n + 6 = 8 + 4m \Rightarrow n - 4m = 2 \quad \text{I}$$

شیب خط $y = n + 3x$ برابر ۳ است، پس:

$$f'(x) = 3x^2 + 4mx - 1 \Rightarrow f'(2) = 12 + 4m - 1 = 11 + 4m$$

$$\Rightarrow 11 + 4m = 3 \Rightarrow 4m = -8 \Rightarrow m = -2$$

$$n - 4 \times (-2) = 2 \Rightarrow n = -6$$

با توجه به رابطه‌ی I داریم:

۳۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

نقطه‌ای به طول صفر، دارای عرضی برابر ۱ است زیرا:

$$f(0) = \sqrt[9]{1^4} = 1$$

از معادله‌ی منحنی مشتق می‌گیریم:

$$f(x) = \sqrt[9]{(9x+1)^4} = (9x+1)^{\frac{4}{9}}$$

$$f'(x) = \frac{4}{9}(9)(9x+1)^{\frac{4}{9}-1} = 4(9x+1)^{-\frac{5}{9}} \Rightarrow f'(0) = 4(1)^{-\frac{5}{9}} = 4$$

$$m_{\text{قائم}} = -\frac{1}{f'(0)} = -\frac{1}{4}$$

$$m_{\text{قائم}}: y - 1 = -\frac{1}{4}(x - 0) \Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{4}x \Rightarrow 4y + x = 4$$

۳۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$L = (f \cdot g)'(4) = f'(4)g(4) + f(4)g'(4)$$

$$f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} \Rightarrow f'(4) = 3 \text{ و } f(4) = 8$$

$$g'(x) = \frac{-(2x-3)}{(x^2-3x)^2} \Rightarrow g'(4) = \frac{-5}{16} \text{ و } g(4) = \frac{1}{4}$$

۳۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 2x = a \Rightarrow x^2 - 2x - a = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \\ y = a \end{cases}$$

$$4 + 4a = 0 \Rightarrow a = -1$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر خطی در نقطه‌ی A بر منحنی تابع $y = f(x)$ مماس باشد: اولاً مختصات نقطه‌ی A ، هم در معادله‌ی خط و هم در معادله‌ی منحنی صدق می‌کند. ثانیاً مشتق تابع، به ازای نقطه‌ی A برابر شیب خط خواهد بود، یعنی:

$$y = -x \xrightarrow{x=1} y = -1 \Rightarrow A(1, -1)$$

در منحنی صدق می‌کند. $A(1, -1) \Rightarrow -1 = 1 - a + b \Rightarrow a - b = 2$

از طرفی:

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 0$$

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow g'(x) = \frac{(2)(-1) - (1)(1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow g'(2) = -3$$

$$(f \circ g)'(2) = 6 \Rightarrow g'(2) \cdot f'(g(2)) = 6 \Rightarrow -3f'(5) = 6 \Rightarrow f'(5) = -2$$

۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & x < 2 \end{cases}$$

$$\text{شرط پیوستگی} = \frac{1}{2-1} = -4 + 2a + b$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} & x > 2 \\ -2x + a & x < 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-1}{(2-1)^2} = -4 + a \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow 1 = -4 + 6 + b \Rightarrow b = -1$$

۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(5 - 2x) - (1 + \sqrt{x})(-2)}{(5 - 2x)^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{\frac{1}{4}(-3) - (3)(-2)}{9}$$

$$= \frac{\frac{-3}{4} + 6}{9} = \frac{21}{4 \times 9} = \frac{7}{12} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4) = \frac{7}{12}$$

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. توجه کنید:

$$x < 2 \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow x^2 - 2x < 0 \Rightarrow |x^2 - 2x| = -x^2 + 2x$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 6 \Rightarrow a + b = 2$$

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(f \circ g)'(1) = g'(1) \cdot f'(g(1)) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 2$$

$$g(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow \begin{cases} g(1) = 2 \\ g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow g'(1) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3} \Rightarrow f'(2) = \frac{4}{3}$$

۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{شرط پیوستگی} \begin{cases} f(-2) = 4a - 2b + 4 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 4a - 2b + 4 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -8 + 2 = -6 \end{cases} \Rightarrow 4a - 2b = -10 \Rightarrow 2a - b = -5$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & x \geq -2 & f'_+(-2) = -4a + b \\ 3x^2 - 1 & x < -2 & f'_-(-2) = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a + b = 11 \\ 2a - b = -5 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} -2a = 6 \Rightarrow a = -3 \\ b = -1$$

$$f(x) = \begin{cases} -3x^2 - x + 4 & x \geq -2 \\ x^3 - x & x < -2 \end{cases}$$

$$f(1) = -3 - 1 + 4 = 0$$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \sin^4 x + \cos^4 x \Rightarrow y' = 4 \sin^3 x \cos x - 4 \cos^3 x \sin x$$

$$= -4 \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = -4 \sin 2x \cos 2x = -\sin 4x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{8}} = -\sin \frac{\pi}{2} = -1$$

۴۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

u یک عبارت بر حسب x

$$g(x) = f(u) \rightarrow g'(x) = u' f'(u)$$

$$g'(x) = -2x f'(4 - x^2)$$

$$g''(x) = -2 f'(4 - x^2) + 4x^2 f''(4 - x^2)$$

$$g''(\sqrt{3}) = -2 f'(1) + 12 f''(1) = -2(-5) + 12 \times (-1) = -2$$

۴۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'_+(1) = \left(\sqrt{x^2 - 1 + x} \right)' = \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x - 1}} = \frac{3}{2\sqrt{1 + 1 - 1}} = \frac{3}{2}$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \sin u$$

$$y = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \right)^2 \Rightarrow y' = 4 \cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \times \frac{1}{4} \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6}}$$

$$y' = \cos \frac{\pi}{8} \times \sin \frac{\pi}{8} \xrightarrow{\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha} y' = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۵۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که مخرج صفر حدی می شود و حاصل حد نیز یک عدد است بنابراین این

$$\text{حد، حتماً حد مبهم } \frac{0}{0} \text{ است. } f(4) + 7 = 0 \Rightarrow f(4) = -7$$

بنابراین برای محاسبه از هوییتال استفاده می کنیم و این همان تعریف مشتق است.

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f'(x)}{1} = f'(4) = -\frac{3}{2}$$

$$y = \frac{f(2x)}{x} \Rightarrow y' = \frac{2f'(2x)x - f(2x)}{x^2} \xrightarrow{x=2} y' = \frac{4f'(4) - f(4)}{4}$$

۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^2 \times \frac{\frac{2x-3}{2} - \frac{2x-3}{2}}{(2x-3)^2}$$

$$= 3 \sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \times \frac{-7}{2(2x-3)^2} \xrightarrow{x=2} 3 \times \sqrt{\frac{4}{1}} \times \frac{-7}{2 \times 1} = \frac{3 \times 4 \times -7}{2} = -21$$

۵۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x+a) - \cdot \cdot}{x - \cdot} = a$$

$$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x(x+a) - \cdot \cdot}{x - \cdot} = -a$$

$$mm' = -1 \Rightarrow -a^2 = -1 \Rightarrow a^2 = 1 \rightarrow a = \pm 1$$

۵۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x} + x - 1 & x \geq 1 \\ x\sqrt{x} - x + 1 & x < 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x} + 1 & x > 1 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x} - 1 & x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'_+(1) = \frac{5}{2} \\ f'_-(1) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f'_+(1) + 3f'_-(1) = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$$

۵۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{-2(1 + \operatorname{tg}^2 2x)(1 + \operatorname{tg} 2x) - 2(1 + \operatorname{tg}^2 2x)(1 - \operatorname{tg} 2x)}{(1 + \operatorname{tg} 2x)^2} = \frac{-4(1 + \operatorname{tg}^2 2x)}{(1 + \operatorname{tg} 2x)^2}$$

راه دوم:

$$y = \frac{1 - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \rightarrow y' = -2\left(1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)\right) \rightarrow y'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -2(1 + 0) = -2$$

۵۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{1 - 1 + x^2}}{x \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x} \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$

۵۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = f(xf(x)) \Rightarrow y' = (f(x) + xf'(x)) \cdot f'(xf(x)) \xrightarrow{x=2} y' = (f(2) + 2f'(2)) \cdot f'(-1)$$

$$\Rightarrow y' = \left(\frac{-1}{2} + 2\left(-\frac{1}{4}\right)\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

۵۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = \left(\frac{1}{\sqrt{2u}} + \frac{1}{u^2}\right) (2 \sin x \cos x + 2 \sin 2x) = (1 + 2)(1 + 2) = 15$$

۵۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2} \right)^2 \Rightarrow y' = 2 \left(\frac{-16}{x^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \right) \left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2} \right)$$

$$y'(-8) = 2 \left(\frac{-16}{64} - \frac{2}{3 \times (-2)} \right) \left(\frac{16}{-8} - \sqrt[3]{8^2} \right) = -1$$

۶۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{y} - 0 = a(1) + b(1) \Rightarrow a + b = \frac{1}{y}$$

$$f'_+ \left(\frac{\pi}{4} \right) = f'_- \left(\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow a(1 + \tan^2 x) + 2b \cos 2x = \sin 2x + 2 \sin 2x$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$\longrightarrow 2a + 0 = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = -1$$

۶۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \rightarrow y' = 2 \left(-\frac{1}{4} \right) \underbrace{\cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \left(2 \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \right)}_{\sin \left(2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right) \right)}$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) \rightarrow y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{4}$$

۶۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow (-3)^+ : f(x) = (-3 - (-x)) \sqrt[3]{9x} = (x - 3) \sqrt[3]{9x}$$

$$\rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{9x} + \frac{9(x-3)}{3(\sqrt[3]{9x})^2} \rightarrow f'_+(-3) = -3 + \frac{-54}{+27} = -3 - 2 = -5$$

۶۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \rightarrow (f(g(x)))' = \left(\frac{x-1-2}{1+x-1} \right)' = \frac{3}{x^2}$$

۶۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} ax^3 + bx = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2\sqrt{4x-3} = f(1) \Rightarrow a + b = 2$$

شرط پیوستگی:

$$2 \times \frac{4}{2\sqrt{4x-3}} = 3ax^2 + b \xrightarrow{x=1} 3a + b = 4$$

مشتق چپ = مشتق راست

از حل دستگاه به وجود آمده به $a = 1$ و $b = 1$ می‌رسیم.

۶۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. مشتق در نقطه‌ی $x = -1$ را می‌خواهد، که ریشه پرانتز قبل رادیکال است. پس کافیست فقط از پرانتز مشتق بگیریم و در رادیکال ضرب کنیم.

$$f'(x) = (2x-1)\sqrt[3]{x^2-7x} \xrightarrow{x=-1} f'(-1) = (-2-1)\sqrt[3]{8} = -6$$

۶۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{\left(2-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{2}{\frac{9}{4}} = \frac{8}{9}$$

$$y = \frac{\sin^2 x}{2 - \sin^2 x} \rightarrow y' = \frac{\sin 2x(2 - \sin^2 x) + \sin^2 x \sin 2x}{(2 - \sin^2 x)^2} = \frac{2 \sin 2x}{(2 - \sin^2 x)^2}$$

$$y' = \frac{ad-bc}{(cu+d)^2} u' \quad \text{راه دوم: اگر } y = \frac{au+b}{cu+d} \text{ و } u \text{ تابعی از } x \text{ باشد. آن‌گاه:}$$

$$y = \frac{\sin^2 x + 0}{-\sin^2 x + 2} \Rightarrow y' = \frac{2}{(-\sin^2 x + 2)^2} \cdot 2 \sin x \cos x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{8}{9}$$

۶۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

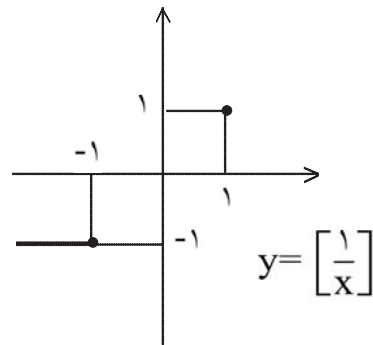
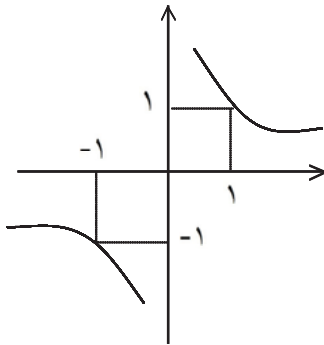
$$y = (f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow y' = g'(x)f'(g(x)) \Rightarrow y'(2) = g'(2)f'(g(2)), \quad g(2) = \frac{1}{4}\sqrt{5 \times 2 - 9} = \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = \pi \sin^2 \pi x \Rightarrow f'(g(2)) = f'\left(\frac{1}{4}\right) = \pi \sin^2 \frac{\pi}{4} = \pi$$

$$g'(x) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2\sqrt{5x-9}} \Rightarrow g'(2) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$$

$$y'(2) = \frac{5}{8} \times \pi = \frac{5\pi}{8}$$

۶۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. بازه ی پیوستگی تابع، جواب مسئله است. تابع در فاصله ی $(1, +\infty) \cup [-\infty, -1]$ پیوسته است پس در $(-\infty, -1)$ مشتق پذیر است. (با توجه به شکل) توجه: بین بازه ی $[-1, 1]$ بی شمار نقطه ی ناپیوستگی وجود دارد.



$$x = \cdot^-: f(x) = x \Rightarrow f'_-(\cdot) = 1$$

$$x = \cdot^+: f(x) = \cdot \Rightarrow f'_+(\cdot) = \cdot$$

۶۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'(2) = -\frac{1}{3}$$

۷۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(f(\sqrt{|x|+3}))' = (f(\sqrt{-x+3}))' = \frac{-1}{2\sqrt{-x+3}} f'(\sqrt{-x+3}) \stackrel{x=-1}{=} \frac{-1}{4} f'(2) = -\frac{1}{4} \times -\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

۷۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در $x = \cdot$ پیوسته است. $f(x) = x|x|$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq \cdot \\ -x^2 & x < \cdot \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} 2x & x > \cdot \\ -2x & x < \cdot \end{cases} \quad \begin{cases} f'_+(\cdot) = \cdot \\ f'_-(\cdot) = \cdot \end{cases} \text{ مشتق پذیر}$$

۷۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

در $x = 1$ پیوسته است. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = \cdot \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} f'_+ &= (x^2 - x)' = 2x - 1 = 1 \\ f'_- &= a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1$$

۷۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{Cotg}^2 x \Rightarrow y' = 3 \operatorname{tg}^2 x (1 + \operatorname{tg}^2 x) + 2(1 + \operatorname{Cotg}^2 x)$$

$$x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow y' = 3 \cdot \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3}\right) + 2 \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 4$$

۷۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = f(\sqrt[3]{6x+2}) \Rightarrow y' = \frac{6}{3\sqrt[3]{6x+2}^2} f'(\sqrt[3]{6x+2})$$

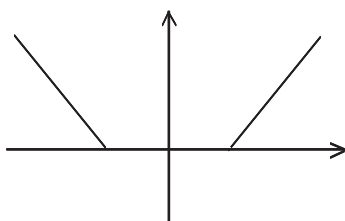
$$x = 1 \Rightarrow y' = \frac{6}{12} f'(2) = -2 \Rightarrow f'(2) = -4 \Rightarrow \frac{-1}{f'(2)} = \frac{1}{4}$$

۷۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{2 \sin \pi x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{2 \times 2\pi x \times \operatorname{Cos}(\pi x^2)}{2\sqrt{2 \sin \pi x^2}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{6}} \rightarrow \frac{2 \times \frac{2\pi}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{1}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$$

۷۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = ||x| - 1|$$

۷۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(f(\operatorname{tg} x))' = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} \times (1 + \operatorname{tg}^2 x) = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x}} = \frac{1}{\operatorname{Cos} x}$$

۷۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول: چون این تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است لذا در $x = 1$ پیوسته است در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow a = 0$$

روش دوم:

نکته: تابع $f(x) = \begin{cases} (x-1)^n |x-1| & ; x \neq 1 \\ 0 & ; x = 1 \end{cases}$ برای هر عدد طبیعی n ، در $x = 1$ مشتق پذیر است و $f'(x) = 0$ بنابراین با توجه به نکته ی فوق $a = 0$ است.

روش دوم: چون این تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است لذا در $x = 1$ پیوسته است در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow a = 0$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-3\} \quad \text{و} \quad D_g = \mathbb{R} - \{4\}$$

۷۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \left\{ 4, \frac{5}{2} \right\}$$

$f \circ g$ در دامنه مشتق پذیر است.

* تذکر: اگر ضابطه ی تابع $f \circ g$ را پیدا کنیم به همین نتیجه می رسیم.

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 + \sqrt{2x} & x \geq 2 \\ -x + 2 + \sqrt{2x} & x < 2 \end{cases}$$

۸۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(2^-) = -1 + \frac{2}{2\sqrt{2x}} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{\left(8 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)}{3} = \frac{9 - \frac{3}{4}}{3} = 3 - \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = x + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(2) = 2 + \frac{1}{4}$$

$$\text{اختلاف} = \left(3 - \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{2} = 0.5$$

۸۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 \times 3 - 2}{2} = 5$$

$$f'(x) = \sqrt{4x+1} + (x+2) \frac{4}{2\sqrt{4x+1}} \Rightarrow f'\left(\frac{3}{4}\right) = 2 + \left(\frac{3}{4} + 2\right) \frac{4}{2 \times 2}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} - f'\left(\frac{3}{4}\right) = 5 - 4 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

۸۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x=1 \\ \Delta x = 0.21 \end{cases}$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} = \frac{f(1+0.21) - f(1)}{1+0.21 - 1} = \frac{f(1.21) - f(1)}{0.21}$$

$$= \frac{\sqrt{1.21} - \sqrt{1}}{0.21} = \frac{1.1 - 1}{0.21} = \frac{0.1}{0.21} = \frac{1}{2.1}$$

$$x=1 \text{ در آننگ لحظه‌ای در } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{آهنگ متوسط - آننگ لحظه‌ای} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2.1} = \frac{2.1 - 2}{2(2.1)} = \frac{0.1}{4.2} = \frac{1}{42}$$

۸۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-9}{3-2} = -5, \quad f'(x) = \frac{-72}{x^3} \Rightarrow f'(\sqrt[3]{12}) = \frac{-72}{12} = -6 \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} - f'(\sqrt[3]{12}) = -5 - (-6) = 1$$

۸۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} \Rightarrow f'(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} - f'(\sqrt{2}) = 0$$

۸۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)(2)(2x+1)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(4) = -\left(3^2\right)^{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{27}$$

$$\text{اختلاف} = -\frac{1}{60} + \frac{1}{27} = \frac{-9+20}{540} = \frac{11}{540}$$

۸۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۸۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{2+h + \frac{1}{2+h} - 2 - \frac{1}{2}}{h} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1h = 9h + \frac{1}{2+h} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{9h}{2(2+h)} = h \Rightarrow 4 + 2h = 9 \Rightarrow h = \frac{5}{2}$$

غ ق ق

۸۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(9) - f(5)}{9 - 5} = \frac{\sqrt{81 + 144} - \sqrt{25 + 144}}{4} = \frac{15 - 13}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

۹۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(25) - f(4)}{25 - 4} = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$\frac{5 - 2}{21} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \Rightarrow \frac{1}{7} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \Rightarrow 49 = 4a \Rightarrow a = 12.25$$

۹۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $S = 0 \Rightarrow -5t(t-4) = 0 \quad t = 0, t = 4$

$S'_t = -10t + 20 \Rightarrow S'(4) = -10 \times 4 + 20 = -20$

۹۲- $f(t) = \frac{240}{t} \Rightarrow f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow t = 4$ در f مقدار آهنگ آنی $f'(4) = \frac{-240}{16} = -15$

آهنگ متوسط - آهنگ آنی $= (-15) - (-16) = +1$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۹۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
آهنگ متوسط: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(2/25) = \frac{1}{3}$

آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.

اختلاف آن‌ها صفر است.

۹۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط $\frac{\sqrt{4/41} - \sqrt{4}}{4/41 - 4} = \frac{2/1 - 2}{0/41} = \frac{10}{41}$ و آهنگ آنی برابر مشتق تابع $x = 4$ است.

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{4}$

تفاضل آن‌ها برابر با $\frac{1}{4} - \frac{10}{41} = \frac{1}{164}$ است.

۹۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.
 $y' = 2x - 3 \Rightarrow y'(3) = 3$

آهنگ متوسط در بازه $[2, 4]$ برابر است با:

$\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$

تفاضل هر دو صفر است.

۹۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{آهنگ متوسط در } [1, 3] = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{\frac{3}{5} - 1}{2} = \frac{-1}{5}$$

$$x = 3 \text{ در آنگ آنی} = f'(3) = \frac{-3}{(x+2)^2} \Big|_{x=3} = -\frac{3}{25}$$

۹۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1/5) - f(1)}{1/5 - 1}, f(1/5) = \frac{3-1}{1/5+1} = \frac{2}{2/5} = 0/8$$

$$f(1) = \frac{2-1}{2} = 0/5 \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0/8 - 0/5}{0/5} = 0/6$$

آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.

$$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{4} = 0/75$$

$$0/75 - 0/6 = 0/15$$

در نتیجه اختلاف آن‌ها

۹۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3}$$

آهنگ لحظه‌ای در $x = 2$:

$$\frac{df}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} \Rightarrow y'(2) = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

نسبت مطلوب $\frac{1}{3} : \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ است.

$$\frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{(50 - 15 + 1) - (18 - 9 + 1)}{2} = 13$$

۹۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط:

$$\frac{dy}{dx} = 4x - 3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4(4) - 3 = 13$$

آهنگ لحظه‌ای در $x = 4$

اختلاف آن‌ها $13 - 13 = 0$.

۱۰۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تابع:

$$y' = 3x^2 - 8x \Rightarrow y' \left(\frac{7}{2} \right) = \frac{7}{2} \left(\frac{21}{2} - 8 \right) = \frac{35}{4}$$

آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است

$$9 - \frac{35}{4} = \frac{1}{4}$$

اختلاف این دو چنین است

۱۰۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق v نسبت به t است. $\frac{dv}{dt} = -300(36 - t)$ در لحظه $x = 32$

$$\frac{dv}{dt} = -1200$$

خواهیم داشت:

۱۰۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تابع $f(x) = (x-1)\sqrt{x+2}$ در بازه $(2, 7)$ برابر است با:

$$\frac{f(7) - f(2)}{7 - 2} = \frac{6\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

آهنگ آنی برابر مشتق تابع به ازای $x = 7$ است.

$$f'(x) = \sqrt{x+2} + \frac{x-1}{2\sqrt{x+2}} \Rightarrow f'(7) = 3 + \frac{6}{2 \times 3} = 4$$

لذا تفاضل آن‌ها $4 - 3\frac{1}{5} = 0\frac{1}{5}$ است.

$$\frac{f(4/41) - f(4)}{4/41 - 4} = \frac{(\sqrt{4/41} - 2/41) - (\sqrt{4} - 2)}{0/41} = \frac{72}{41}$$

۱۰۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط برابر است با:

۱۰۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 4$ برابر اندازه مشتق تابع به ازای $x = 4$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(4) = \frac{1}{4}$$

آهنگ متوسط آن در بازه $(4, 4/41)$ برابر است با:

$$\frac{f(4/41) - f(4)}{4/41 - 4} = \frac{\sqrt{4/41} - \sqrt{4}}{0/41} = \frac{2/41 - 2}{0/41} = \frac{10}{41}$$

پس تفاضل آن دو چنین است: $\frac{1}{4} - \frac{10}{41} = \frac{1}{164}$

۱۰۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{2}$ برابر مشتق تابع است.

$$f(x) = \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1 + \cos x)^2} \right) \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

با جای‌گزینی $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ خواهیم داشت $\cos \frac{\pi}{2} = 0, \sin \frac{\pi}{2} = 1$

۱۰۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ لحظه‌ای برابر مشتق تابع است.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x + 3$$

آهنگ متوسط برابر:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(x+h)^3 - 2(x+h)^2 + 3(x+h) - x^3 + 2x^2 - 3x}{h} = \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 2xh - 2h^2 + 3h}{h}$$

$$3x^2 - 2x + 3 + (3xh - 2h + h^2)$$

اختلاف آن‌ها مقدار عددی داخل پرانتز به‌ازای $x = 2$ و $h = 0.1$ می‌باشد.

$$3xh - 2h + h^2 = 0.6 - 0.2 + 0.01 = 0.41$$

۱۰۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(1/2) - f(1)}{1/2 - 1} = \frac{2(1/4) - 3(1/2) + 1 - 0}{0.2} = \frac{3/8 - 3/2}{0.2} = \frac{2/8}{2} = 1/4$$

۱۰۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تابع $f(x) = \sqrt{2x+1}$ در بازه‌ی $[4, 12]$ چنین است:

$$\frac{f(12) - f(4)}{12 - 4} = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{9}}{8} = \frac{5 - 3}{8} = \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} = \frac{1}{\sqrt{15+1}} = \frac{1}{4}$$

آهنگ آنی تابع در لحظه‌ی $x = 7/5$ چنین است:

اختلاف هر دو برابر صفر است.

$$y = \frac{f(8) - f(3)}{8 - 3} = \frac{6/3 - 1/6}{5} = \frac{4/7}{5} = 0.94$$

۱۰۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۱۱۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. در تابع $y = x^3 - x^2 + x$ روی بازه $[0, 3]$ آهنگ متوسط برابر است با
 آهنگ لحظه‌ای در $x = \frac{3}{2}$ برابر مشتق تابع است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{27 - 9 + 3}{3} = 7$$

$$y' = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y' = 3\left(\frac{3}{2}\right) - 3 + 1 = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$$

۱۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ از $x = a$ تا $x = b$ برابر است با: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در $x = a$ برابر است با: $f'(a)$

نکته: $(x^n)' = nx^{n-1}$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(8) - f(-1)}{8 - (-1)} = \frac{\sqrt[3]{8^2} - \sqrt[3]{(-1)^2}}{9} = \frac{4 - 1}{9} = \frac{1}{3}$$

۱۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه ی $[a, b]$ برابر است با:

$$f'(a)$$

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در نقطه ی $x = a$ برابر است با:

نکته: $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه ی $[1, 5]$ برابر است با:

$$\frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{(16)^{-\frac{1}{2}} - (4)^{-\frac{1}{2}}}{4} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}}{4} = -\frac{1}{16}$$

برای آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در $x = \frac{8}{3}$ داریم:

$$f'(x) = -\frac{1}{2}(3x + 1)^{-\frac{3}{2}}(3) \Rightarrow f'\left(\frac{8}{3}\right) = -\frac{3}{2}(9)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2} \times \frac{1}{27} = -\frac{1}{18}$$

اختلاف دو مقدار بالا برابر است با:

$$-\frac{1}{18} - \left(-\frac{1}{16}\right) = -\frac{1}{18} + \frac{1}{16} = \frac{-8 + 9}{144} = \frac{1}{144}$$

۱۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ در $x = a$ با نمو h ، برابر است با:

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

۱۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ در بازه $[a, b]$ برابر است با: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $g(f)$ در نقطه $x = a$ برابر است با: $g'(a)$

نکته: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+nh) - g(a)}{mh} = \frac{n}{m} g'(a)$

$\lim_{h \rightarrow 0} g(1+2h) - g\frac{(1)}{h} = 2g'(1) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 5 \Rightarrow g'(1) = \frac{5}{2}$

از طرفی آهنگ متوسط تغییر f در $[1, 2]$ برابر است با: $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{10 - 2}{1} = 8$

پس اختلاف تغییر این دو مقدار برابر است با: $8 - \frac{5}{2} = \frac{11}{2} = 5/5$

۱۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ وقتی متغیر از $x = b$ تغییر می‌کند، برابر

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

است با:

مطابق نکته می‌توان نوشت:

آهنگ متوسط در $[1, 4] = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{(16 + 28 + 1) - 3}{3} = \frac{36}{3} = 12$

۱۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$ با: $f'(a)$

نکته: $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$f(x) = (3x+1)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2} \times 3 \times (3x+1)^{-\frac{3}{2}}$

۱۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با: $f'(a)$
 نکته: $(u^n)' = n \cdot u' \cdot u^{n-1}$

$$f(x) = (x^4 + 5x + 3)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3 + 5}{2\sqrt{x^4 + 5x + 3}} \Rightarrow f'(1) = \frac{9}{2 \times 3} = \frac{3}{2}$$

۱۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ نسبت به متغیر x در بازه‌ی $[a, b]$ برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

با توجه به نکته‌ی بالا، آهنگ متوسط برابر است با:

$$\frac{f(4/56) - f(4/25)}{4/56 - 4/25} = \frac{\sqrt{2/56} - \sqrt{2/25}}{0/31} = \frac{1/6 - 1/5}{0/31} = \frac{0/1}{0/31} = \frac{10}{31}$$

۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ متوسط تغییر تابع f نسبت به متغیر x در نقطه‌ی a با نمو متغیر Δx برابر است

$$\bar{f} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

با:

نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f نسبت به متغیر x در نقطه‌ی a برابر است با: $f'(a)$

$$\frac{1}{3} - \frac{20}{61} = \frac{1}{183}$$

بنابراین اختلاف این دو مقدار برابر است با:

۱۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \frac{1}{x + 1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x + 1} = f'(1) \times \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 5 \Rightarrow f'(1) = 10$$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۱
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۲