

## یادآوری (مجموع داده ها):

اگر  $x_1$  و  $x_2$  و ... و  $x_n$  ،  $n$  داده باشند، مجموع آنها یعنی  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$  را با نماد  $\sum_{i=1}^n x_i$  نمایش می دهیم.

سؤال: جمع ها زیر را با نماد سیلما بنویسید.

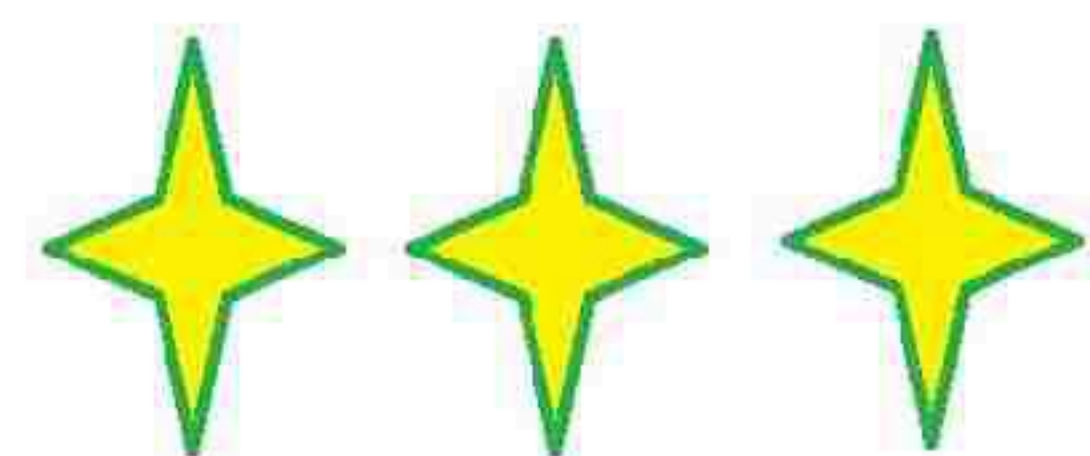
الف)  $x_2 + x_4 + \dots + x_{10} = \sum_{i=2}^{10} x_i$

ب)  $1^2 + 2^2 + \dots + 25^2 = \sum_{i=1}^{25} i^2$

پ)  $w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n = \sum_{i=1}^n w_i x_i$

ت)  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10} = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i}$

ث)  $\frac{f_1}{n} x_1 + \frac{f_2}{n} x_2 + \dots + \frac{f_n}{n} x_n = \sum_{i=1}^n \frac{f_i}{n} x_i$



## درس دوم: معیارهای گرایش به مرکز

میانگین، میانه و مد سه معیار گرایش به مرکز می باشند که به ترتیب آنها را معرفی می کنیم:

### مبحث اول: میانگین (متوسط - معدل) داده ها

میانگین داده های  $x_1$  و  $x_2$  و ... و  $x_n$  را با نماد  $\bar{x}$  نشان می دهیم که برای محاسبه آن کافیت مجموع

داده ها را بر تعداد داده ها تقسیم کنیم. به عبارت دیگر  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

سؤال: فرمول محاسبه میانگین را با نماد سیلما بنویسید.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

سؤال: تعداد حمله های یک تیم فوتبال در شش مسابقه گذشته به صورت ۴۲، ۴۳، ۴۲، ۴۴، ۴۵، ۴۴

و ۴۸ است. میانگین تعداد حملات این تیم در شش بازی گذشته را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{42 + 42 + 45 + 44 + 45 + 48}{6} = \frac{267}{6} = 44,5$$

سؤال: اگر میانگین داده ها  $a$ ،  $a$ ،  $a$  و  $a+1$  برابر  $\frac{3a}{2}$  باشد، میانگین داده ها  $a$ ،  $a+1$ ،  $a+2$ ،  $a+3$  را بیابید.

$$\text{میانگین داده ها اولیه} = \frac{a+a+a+(a+1)}{4} = \frac{3a}{2} \Rightarrow \frac{4a+1}{4} = \frac{3a}{2} \Rightarrow 4a+1=6a+2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\text{میانگین داده ها جدید} = \frac{a+(a+1)+(a+2)+(a+3)}{4} = \frac{4a+6}{4} = a + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1,9$$



## میانگین موزون (وزنی) داده‌ها:

فرض کنید داده‌ها  $x_1$  و  $x_2$  و ... و  $x_n$  به ترتیب دارای فراوانی (تعداد تکرار)  $w_1$  و  $w_2$  و ... و  $w_n$  باشند، در این صورت تعداد کل داده‌ها  $w_1 + w_2 + \dots + w_n$  بوده و میانگین آنها (میانگین وزنی) را با  $\bar{x}_w$  نمایش می‌دهیم و طبق دستور روبرو محاسبه می‌نمایم:

$$\bar{x}_w = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

سؤال: فرمول محاسبه میانگین وزنی را با نماد سیما بنویسید.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

مثال: در یک باغ، چهار نوع درخت گردو به تعداد‌ها مختلف، بر حسب میزان محصول، طبق جدول زیر وجود دارد:

نوع	گردوی نوع اول	گردوی نوع دوم	گردوی نوع سوم	گردوی نوع چهارم
میزان محصول گردوی هر درخت (تعداد)	۵۰۰۰	۲۵۰۰	۳۵۰۰	۱۰۰۰
تعداد درخت‌ها هر نوع	۱۰	۵	۷	۳

میانگین گردوی تولیدشده را تعیین کنید.

$$\bar{x}_w = \frac{10 \times 5000 + 5 \times 2500 + 7 \times 3500 + 3 \times 1000}{10 + 5 + 7 + 3} = \frac{90000}{25} = 3600$$

سؤال: دانش‌آموزی در کشور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه کارنامه‌اش از موزن آن به شرح زیر است:

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۷۱	۶۵	۸۰	۵۲	۹۵	۱۰۰
ضریب درسی	۴	۳	۱	۱	۴	۳

الف) متوسط درصد مواد امتحانی این دانش‌آموز بدون احتساب ضرایب مواد امتحانی چه عددی است؟

$$\bar{x} = \frac{71 + 65 + 80 + 52 + 95 + 100}{6} = \frac{463}{6} \approx 77,17$$

ب) متوسط درصد مواد امتحانی این دانش‌آموز با احتساب ضرایب مواد امتحانی چه عددی است؟

$$\bar{x}_w = \frac{4 \times 71 + 3 \times 65 + 1 \times 80 + 1 \times 52 + 4 \times 95 + 3 \times 100}{4 + 3 + 1 + 1 + 4 + 3} = \frac{1291}{16} \approx 80,68$$

پ) کدام متوسط مناسب است؟ با توجه به این که داده‌ها وزن‌های متفاوت (ضرایب متفاوت)

دارند، میانگین وزنی (محاسبه‌شده با "ب") مناسب است.



**نتیجه:** اگر میانگین نمرات چند درس با ضرایب مختلف را بخواهیم با ضرایب را به عنوان وزن هر نمره (وزان) نگریم، در نظر می‌گیریم و از میانگین وزنی استفاده می‌کنیم.

مثال: دانش آموزی در کشور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه کارنامه آن به شرح زیر است:

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۵۳	۵	۶۷	۳۴	۸۰	۶۷
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳

اگر معدل موزون درصدهای دانش آموز ۶۳ باشد، درس فیزیک را چند درصد زده است؟

$$\bar{x}_w = \frac{4 \times 53 + 3 \times 5 + 1 \times 67 + 1 \times 34 + 4 \times 80 + 3 \times 67}{4 + 3 + 1 + 1 + 4 + 3} = \frac{3a + 824}{16} = 63$$

$$\Rightarrow 3a + 824 = 1008 \Rightarrow a = 58 \Rightarrow \text{درس فیزیک را ۵۸ درصد زده است}$$

**توجه (محاسبه میانگین در جدول فراوانی):**

در محاسبه میانگین داده‌های جدول فراوانی دسته بندی شده، مرکز دسته به عنوان داده  $(x_i)$  و فراوانی هر دسته به عنوان وزن داده  $(w_i)$  در نظر گرفته می‌شود.

**یادآوری:** در کتاب ریاض پایه هشتم صفحه ۱۲۵، بیان شده که اگر حدود دسته  $a < x < b$  باشد، نقطه مرکزی دسته  $\frac{a+b}{2}$  است.

مثال: در جدول فراوانی داده‌های زیر، میانگین داده‌ها کدام است؟

حدود دسته	$12 < x < 16$	$16 < x < 20$	$20 < x < 24$	$24 < x < 28$	$28 < x < 32$
فراوانی	۴	۴	۷	۶	۴

ابتدا جدول را بر حسب مرکز دسته می‌نویسیم:

مرکز دسته	۱۴	۱۸	۲۲	۲۶	۳۰
فراوانی	۴	۴	۷	۶	۴

$$\Rightarrow \bar{x}_w = \frac{4 \times 14 + 4 \times 18 + 7 \times 22 + 6 \times 26 + 4 \times 30}{4 + 4 + 7 + 6 + 4} = \frac{558}{25} = 22,32$$



**نکته** (محاسبه میانگین از روی جدول فراوانی نسبی):

اگر  $F_i$  فراوانی نسبی داده  $x_i$  باشد نگاه :  $\bar{x}_w = F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n$

مثال: جدول فراوانی نسبی داده‌های آماری به صورت زیر است. میانگین داده‌ها را تعیین کنید.

مرکز دسته	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی نسبی	۰.۱۵	۰.۲	۰.۵	۰.۱۵	۰.۲	۰.۱

مجموع فراوانی نسبی برابر ۱ است بنابراین:

$$0.15 + 0.2 + a + 0.15 + 0.2 + 0.1 = 1 \Rightarrow a = 0.2$$

$$\Rightarrow \bar{x}_w = 0.15 \times 10 + 0.2 \times 12 + 0.2 \times 14 + 0.15 \times 16 + 0.2 \times 18 + 0.1 \times 20 = 14.7$$

**نکات پایانی در مورد میانگین:**

- اگر میانگین  $n$  داده آماری برابر  $\bar{x}$  باشد، آنگاه مجموع داده‌ها برابر  $n\bar{x}$  است.  
 مثال: میانگین ۷ داده آماری ۷ و میانگین ۱۳ داده آماری دیگر ۱۰ است. میانگین این ۲۰ داده آماری چقدر است؟

$$\begin{aligned} 7 \times 7 = 49 &= \text{مجموع ۷ داده آماری} \Rightarrow \text{میانگین ۷ داده آماری} = 7 \\ 13 \times 10 = 130 &= \text{مجموع ۱۳ داده آماری دیگر} \Rightarrow \text{میانگین ۱۳ داده آماری} = 10 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{مجموع تمام ۲۰ داده آماری} = 186$$

$$\Rightarrow \text{میانگین ۲۰ داده آماری} = \frac{186}{20} = 9.3$$

- اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند، میانگین نیز با آن‌ها برابر است و در غیر این صورت میانگین همواره عددی بین کوچکترین داده و بزرگترین داده است.

- الف) اگر هر یک از داده‌های آماری در مقدار ثابتی ضرب شود، میانگین آن‌ها نیز در همان مقدار ثابت ضرب خواهد شد.

به عبارت دیگر اگر میانگین داده‌های آماری  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر  $\bar{x}$  باشد آنگاه میانگین داده‌های

$$ax_1, ax_2, \dots, ax_n \text{ برابر } a\bar{x} \text{ است و می‌تویسیم: } a\bar{x} = \overline{ax}$$



ب) اگر هر یک از داده های آماری با مقدار ثابتی جمع شوند، آنگاه میانگین آن‌ها نیز با همان مقدار ثابت جمع می‌شود.

به عبارت دیگر اگر میانگین داده های آماری  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر  $\bar{x}$  باشد آنگاه میانگین داده های  $x_1 + b, x_2 + b, \dots, x_n + b$  برابر  $\bar{x} + b$  است و می‌نویسیم:  $\overline{x+b} = \bar{x} + b$

∴ بنابراین می‌توان نوشت:  $a(x+b) = a\bar{x} + b$

مثال: اگر میانگین داده های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر  $k$  باشد، میانگین داده های هر قسمت را تعیین کنید.

الف)  $2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n \Rightarrow \overline{2x} = 2\bar{x} = 2 \times 5 = 10$

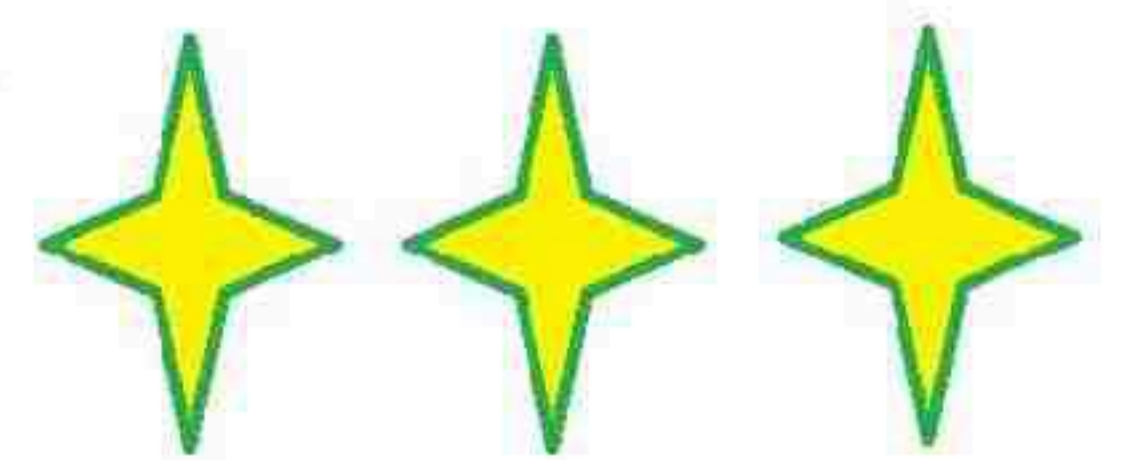
ب)  $x_1 + 4, x_2 + 4, \dots, x_n + 4 \Rightarrow \overline{x+4} = \bar{x} + 4 = 5 + 4 = 9$

پ)  $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, \dots, 3x_n - 1 \Rightarrow \overline{3x-1} = 3\bar{x} - 1 = 3 \times 5 - 1 = 14$

تست: میانگین چند داده آماری برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده های حاصل را سه برابر کرده ایم. میانگین داده های نهایی کدام است؟ ۴۵، ۷۰، ۱۳۵، ۱۵۹ (سراسری تجربی خارج کشور)

گزینه ۲  $\rightarrow 135 = (57 - 12) \times 3 = (\bar{x} - 12) \times 3 = (x - 12) \times 3$

ملاسعدی @sinxcosx  
سایت: www.sinxcosx.ir  
09168324500



صبحت روزم: میانگین داده ها

عدد وسط مجموعه ای از داده ها را که از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند میانگین داده ها گوئیم و آن را با  $q_p$  نشان می‌دهیم. بنابراین برای بدست آوردن میانگین داده ها، ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

اگر تعداد داده ها فرد باشد، داده وسط، میانگین است.

اما اگر تعداد داده ها زوج باشد، میانگین دو داده وسط، میانگین است.

مثال: میانگین داده های هر یک از قسمت های زیر را بدست آورید

الف) ۱۰، ۷، ۸، ۱۰، ۱۲، ۲۵ (الف)



تعداد داده‌ها که است لذا داده وسطا میانه است

مرتب شده داده‌ها از کوچک به بزرگ  $\rightarrow 8, 7, 10, 12, 10, 24$   
 $\downarrow$   
 $Q_2$

تعداد داده‌ها که است لذا داده وسطا میانه است

ب) 34, 22, 20, 81, 7, 30, 70

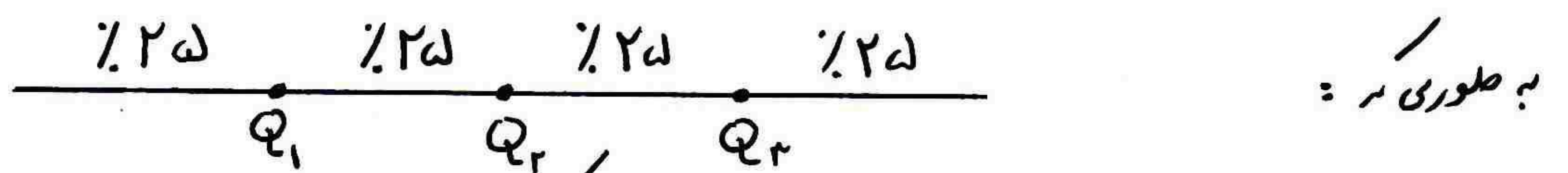
مرتب شده داده‌ها از کوچک به بزرگ  $\rightarrow 7, 30, 70, 22, 24, 20, 20$

تعداد داده‌ها 4 است، لذا میانگین بوداده وسطا، میانه است

$$Q_2 = \frac{22+24}{2} = 23$$

### چارک‌ها:

چارک‌ها عبارتند از چارک اول ( $Q_1$ )، چارک دوم (میانه -  $Q_2$ ) و چارک سوم ( $Q_3$ )، سه عدد هستند که داده‌ها<sup>ی</sup> مرتب شده از کوچک به بزرگ را به چهار قسمت مساوی (از نظر تعداد داده‌ها) تقسیم می‌کنند.



سؤال: جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم آنگاه 25 درصد آنها کوچکتر یا مساوی  $Q_1$  و 75 درصد آنها بزرگتر یا مساوی  $Q_3$  هستند.

همچنین 50 درصد آنها کوچکتر یا مساوی  $Q_2$  و 50 درصد آنها بزرگتر یا مساوی  $Q_2$  قرار دارند.

و می‌توان گفت 75 درصد آنها کوچکتر یا مساوی  $Q_3$  و 25 درصد آنها بزرگتر یا مساوی  $Q_3$  می‌باشند.

### محاسبه چارک‌ها اول و سوم:

داده‌ها قبل از میانه (نه خود میانه) را در نظر بگیریم، میانه آنها را چارک اول گوئیم.

اما اگر داده‌های بعد از میانه (نه خود میانه) را در نظر بگیریم، میانه آنها را چارک سوم گوئیم.

مثال: مجموع چارک‌های 11 و 12 و 13 و 4 و 3 و 2 و 2 را بدست آورید.

مرتب شده داده‌ها از کوچک به بزرگ  $\rightarrow 1, 2, 2, 3, 4, 7, 11, 12, 13$

$Q_1 = \frac{2+2}{2} = 2$ 
 $Q_2 = 4$ 
 $Q_3 = \frac{11+12}{2} = 11,5$

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2 + 4 + 11,5 = 17,5$$



تست: در داده‌ها  $21, 22, 12, 14, 15, 24, 20, 16, 14, 18, 20, 20, 25$ ، میانگین داده‌ها بزرگتر از چارک اول

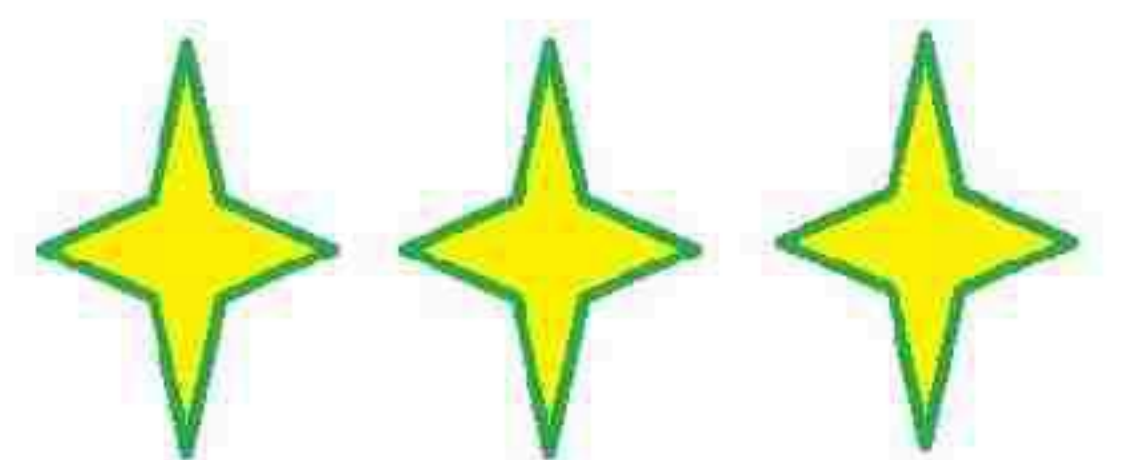
و کوچکتر از چارک سوم کدام است؟  $18, 22, 18, 22, 18, 22$  (سراسری تجربی خارج از کشور ۸۵)

$26, 25, 24, 21, 20, 20, 18, 16, 15, 14, 12$  مرتب شده داده‌ها

$Q_1 = 14,5$        $Q_2 = 19$        $Q_3 = 22,5$

$\Rightarrow \bar{x} = \frac{15+16+18+20+20+21}{6} = 18,22$   $\Rightarrow$  داده‌های  $Q_1$  و  $Q_2$

@sinxcosx ملاسعیدی  
سایت: www.sinxcosx.ir  
09168324500



صحت سوم: ضد (نه)

داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد، ضد یا نفا داده‌ها گفته می‌شود.

به طور مثال در بین داده‌های  $7, 3, 3, 3, 2, 2, 2$ ، ضد برابر ۳ است.

**توجه:** اگر در بین داده‌ها، چند داده بیشترین فراوانی را داشته باشند، آنگاه این داده‌ها، چند ضد دارند، ولی

اگر فراوانی همه داده‌ها یکسان باشد، گوئیم داده‌ها ضد ندارند.

به عنوان نمونه در داده‌های  $7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 7, 7, 7$  دو ضد داریم که اعداد  $7$  و  $9$  هستند ولی در داده‌ها

$5, 6, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 3$  ضد نداریم زیرا فراوانی همه داده‌ها یکسان است.

**توجه:** در رأی‌گیری‌ها، اساس تصمیم‌گیری ضد است. به طور مثال در انتخاب رئیس‌جمهور، نامزدی انتخاب

می‌شود که بیشترین فراوانی (رأی) را داشته باشد.

**نکته:** هر تغییری در داده‌ها ایجاد کنیم، همان تغییر دقیقاً روی چارک‌ها و ضد اعمال می‌شود. به عنوان نمونه

اگر داده‌ها را دو برابر کنیم، چارک اول، چارک دوم (میان) و چارک سوم و ضد نیز دو برابر می‌شوند.

**حرف آخر:** میانگین داده‌ها تحت تأثیر داده‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک (داده‌ها دور افتاده) قرار می‌گیرد، در صورتی که میانگین

و ضد تحت تأثیر داده‌ها دور افتاده قرار نمی‌گیرند.

بنابراین در تفسیر و تحلیل مسائل آماری، در نظر گرفتن تنه‌ایب شاخص‌ها برای به مرکز کافی نیست، من‌بایت هر سه معیار

میانگین، میانگین و ضد محاسبه و بر اساس هدف مورد بررسی، معیار مناسب انتخاب شود و بر انجام تفسیر، قضاوت و

پیشن‌بینی مورد استفاده قرار گیرد.



## حل چند نمونه سوال :

۱- میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است، اگر داده ۱۷ و ۱۱ را به داده ها قبلی اضافه کنیم، میانگین جدید

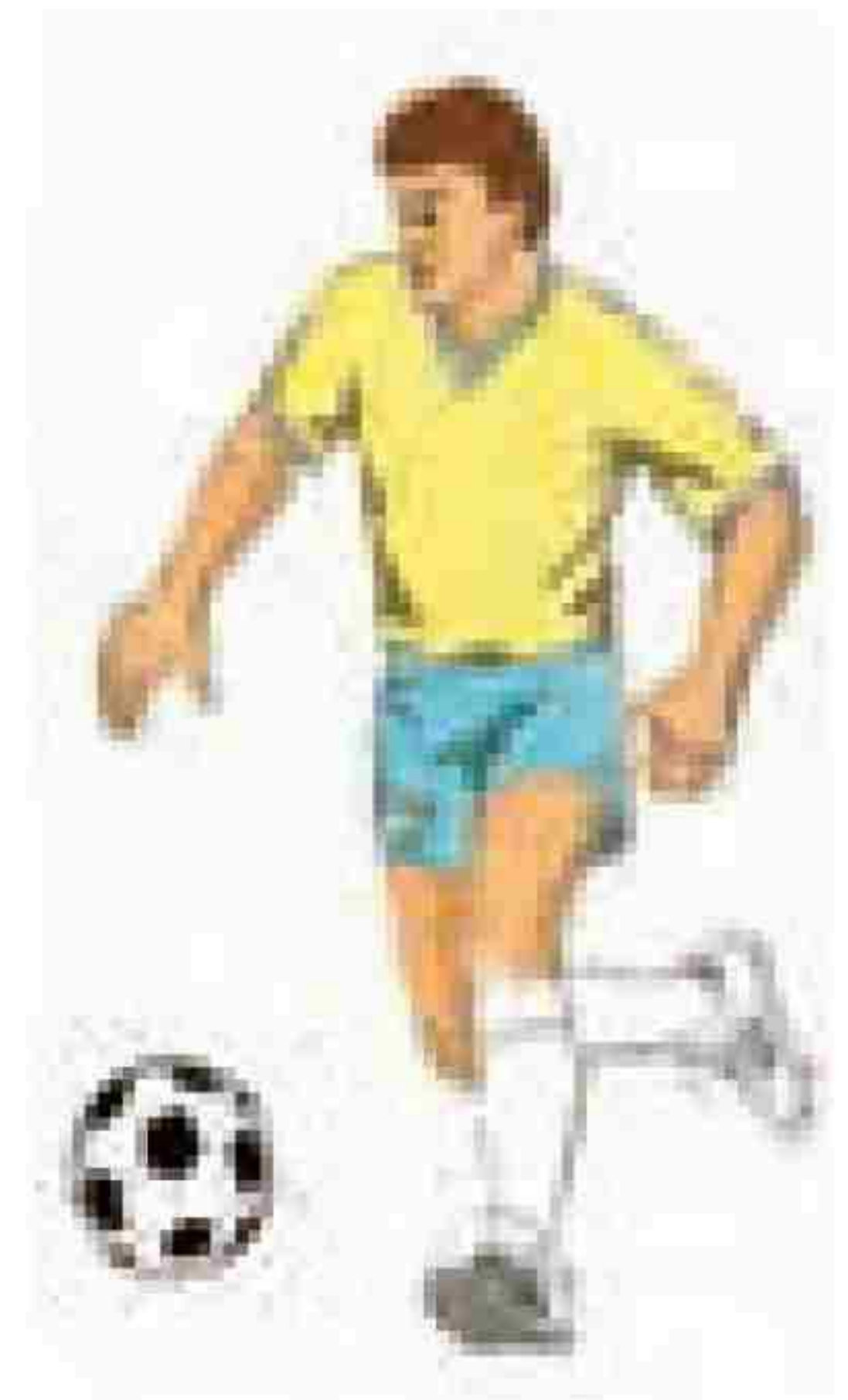
چقدر خواهد شد؟

$$x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 5\bar{x} = 5 \times 17 = 85$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{15} + 11 + 17 = 85 + 11 + 17 = 113 \Rightarrow \bar{x} = \frac{113}{7} \approx 16,14$$

۲- نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پنالتی گل شده یک بازیکن در شش جلسه اول است.

باتوجه به نمودار، میانگین، میانه و صد تعداد ضربات گل شده را بدست آورید.



طبق نمودار، داده ها ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۲، ۱ و ۱ می باشد:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+2+4+5}{6} \approx 2,66 \quad ; \quad Q_2 = \frac{2+3}{2} = 2,5 \quad ; \quad \text{مُد} = 1$$

۳- نمرات درس ریاضی دانش آموز داده شده است :

۱۸، ۱۸، ۱۵، ۱۶، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۱۹، ۱۷، ۱۵

در صورتی که میانگین نمرات ۱۵,۶۵ باشد، مقدار a را یافته سپس چارک ها و مد را تعیین کنید.

$$\bar{x} = \frac{17,5 + 19 + 17 + 16 + 20 + 16 + 15 + 18 + a + 18}{10} = 15,65 \Rightarrow \frac{156,5 + a}{10} = 15,65$$

$$\Rightarrow 156,5 + a = 156,5 \Rightarrow a = 0$$

داده ها مرتب شده: ۰، ۱۵، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۱۷,۵، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۲۰  $\Rightarrow$  مد = ۱۶، ۱۸

$$Q_1 = 16 \quad Q_2 = \frac{17 + 17,5}{2} = 17,25 \quad Q_3 = 18$$



۴- اگر میانگین داده‌ها  $x_1, x_2, x_3, x_4$  برابر  $\bar{x}$  باشد، میانگین داده‌ها  $2x_1, 2x_2, 2x_3, 2x_4$  و  $x_1 + 2x_2, x_2 + 2x_3, x_3 + 2x_4$  و  $x_4 + 2x_1$  را بر حسب  $\bar{x}$  بدست آورید.

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \bar{x} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\bar{x}$$

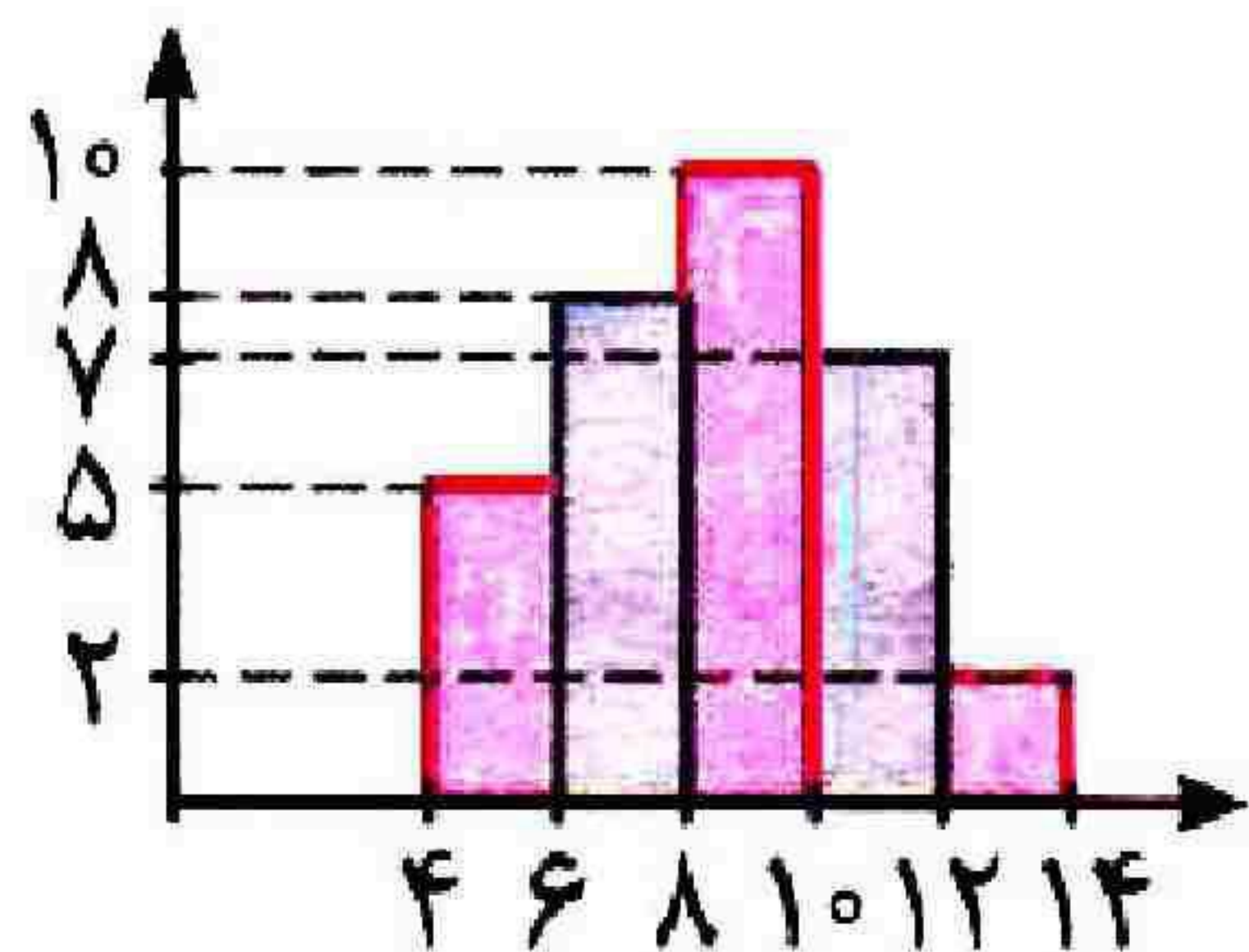
$$\text{میانگین داده‌ها جدید} = \frac{x_1 + 2x_2 + x_2 + 2x_3 + x_3 + 2x_4 + x_4 + 2x_1}{4} = \frac{3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{4} = \frac{3(4\bar{x})}{4} = 3\bar{x}$$

۵- اگر میانگین داده‌های  $x_1 + 1, x_2 + 1, \dots, x_n + 1$  برابر  $2d$  باشد، میانگین داده‌ها  $y_i = 2x_i + 1$  را تعیین کنید.

$$\text{میانگین داده‌ها نخست} : \overline{2x+1} = 2d \Rightarrow 2\bar{x} + 1 = 2d \Rightarrow \bar{x} = d$$

$$\text{میانگین داده‌ها ثانویه} : \bar{y} = \overline{4x+1} = 4\bar{x} + 1 = 4 \times d + 1 = 4d + 1$$

۶- با توجه به نمودار بافت نگاشت روبرو، میانگین کل داده‌ها را بیابید.  
(سراسری خارج کشور ۹۵)



مرکز دسته	۵	۷	۹	۱۱	۱۳
فراوانی	۵	۸	۱۰	۷	۲

$$\Rightarrow \bar{x}_w = \frac{5 \times 5 + 8 \times 7 + 10 \times 9 + 7 \times 11 + 2 \times 13}{5 + 8 + 10 + 7 + 2} = \frac{274}{32} \approx 8,56$$

۷- داده‌ها آماری در ۴ دسته با درصد فراوانی نسبتی آن‌ها بیان شده است. میانگین این داده‌ها را تعیین کنید. (سراسری خارج ۹۱)

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
درصد فراوانی نسبی	۱۵	۲۰	۲۵	a

$$15 + 20 + 25 + a = 100 \Rightarrow a = 40$$

$$\Rightarrow \bar{x}_w = 0,15 \times 12 + 0,2 \times 15 + 0,25 \times 18 + 0,4 \times 21 = 17,1$$

۱۸- در مجموعه اعداد  $\{x, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72\}$  به ازای کدام مقدار  $x$ ، شاخص‌ها میانگین، مد و میانگین با هم برابرند؟ (سراسری خارج کشور ۹۳)

۶۴ ۱۱ ۶۵ ۱۲ ۶۶ ۱۳ ۶۷ ۱۴ ۶۸ ۱۵ ۶۹ ۱۶ ۷۰ ۱۷ ۷۱ ۱۸ ۷۲ ۱۹

تمام داده‌ها یابارکرار شده اند پس  $x$  برابر یکی از داده‌ها معلوم می‌باشد تا آن داده مد محسوب شود، از طرفی مد برابر میانگین است.

$$\frac{62 + 70 + 66 + 60 + 77 + 65 + 64 + x}{8} = x \Rightarrow x = 65$$

$$\Rightarrow x = 65 \text{ قابل قبول است} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{65 + 65}{2} = 65 \Rightarrow \text{داده‌ها مرتب شده} : 60, 62, 64, 65, 65, 66, 70, 77$$