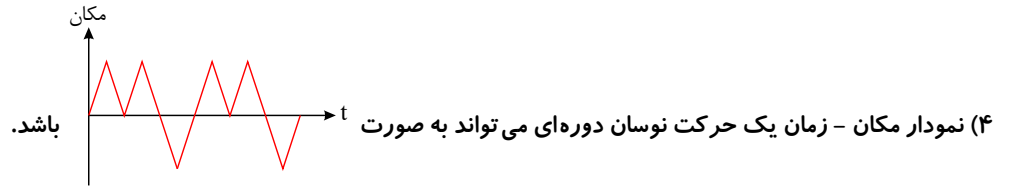


۱) چند مورد از موارد زیر صحیح نمی باشد؟

- ۱) در فیزیک معمولاً حرکت دوره‌ای را به صورت مجموعه‌ای از حرکت‌های سینوسی مدل سازی می کنند.
 ۲) SHM به حرکت‌های غیر دوره‌ای اطلاق می گردد.

۳) قطعه چوبی کوچک را روی سطح آب درون یک تشت بزرگ حاوی آب قرار داده، آن را فشار داده و رها می کنیم. حرکت قطعه چوب را می توان یک حرکت نوسان دوره‌ای در نظر گرفت.



۵) معادله مکان - زمان $x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}T\right)$ می تواند مربوط به حرکت نوسان غیر دوره‌ای باشد.

۶) حرکت هماهنگ ساده مبنایی برای درک هر نوع نوسان دوره‌ای دیگر است.

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۲) جرمی متصل به یک فنر با بسامد ۲۰ هرتز و دامنه ۴ سانتی‌متر به طور هماهنگ در امتداد قائم نوسان می کند. $\frac{1}{60}$ ثانیه پس از رها شدن جرم از بالای نقطه تعادل، جابجایی این جرم نسبت به نقطه تعادل چند سانتی‌متر است؟

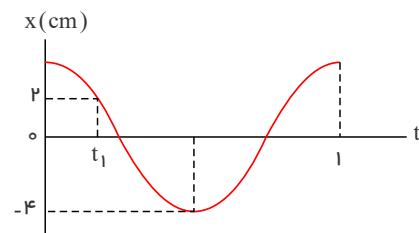
- ۱) -۲ ۲) +۲ ۳) -۴ ۴) ۴+

۳) یک وزنه ۵ نیوتونی متصل به یک فنر روی میزی بدون اصطکاک دارای دوره تناوب π ثانیه است. اگر یک وزنه ۵۰ گرمی به آن فنر در حالت قائم متصل شود، فنر چند سانتی‌متر کشیده می شود؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- ۱) ۲۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۰٫۵ ۴) ۵

۴) یک وزنه ۲۵ نیوتونی را از انتهای یک فنر قائم آویزان می کنیم، فنر ۲۵ سانتی‌متر کشیده می شود، سپس این فنر را در حالی که به یک وزنه ۱۰ نیوتونی متصل است روی میز بدون اصطکاک به نوسان در می آوریم. دوره تناوب این نوسان چقدر است؟

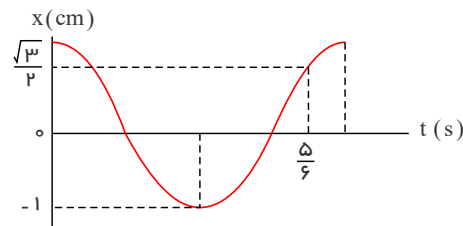
- ۱) $\frac{\pi}{10}$ ۲) $\frac{\pi}{5}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{3}$



۵) نمودار مکان زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است. مقدار t_1 کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۶) نمودار مکان- زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است، سرعت بیشینه نوسانگر کدام گزینه است؟ $(\pi = 3)$



- ۱) $\frac{11}{10}$ (m/s) ۲) $\frac{11}{20}$ (m/s) ۳) $\frac{11}{100}$ (m/s) ۴) $\frac{33}{500}$ (m/s)

۷) جسمی به جرم ۲ کیلوگرم با انرژی 90 mJ در حال حرکت نوسانی ساده است. اگر نوسانگر در زمان ۲s برای دومین بار از دامنه در بالای نقطه تعادل

تعادل بگذرد دامنه چند سانتی‌متر است؟ (فرض کنید نوسان از بالاترین نقطه نسبت به تعادل شروع شود و $\pi \approx 3$)

- ۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۸ وزنه‌ای در داخل آسانسوری که با شتاب ۲ متر بر مجذور ثانیه به سمت بالا شروع به حرکت نموده است به فنری آویزان شده و بر اثر آن ۳cm به طول متر اضافه می‌شود. اگر فنر را ۲cm فشرده کرده و رها کنیم در چه زمانی برحسب ثانیه نوسانگر برای اولین بار از $\sqrt{2}$ سانتی‌متری پایین نقطه تعادل جدید عبور خواهد کرد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

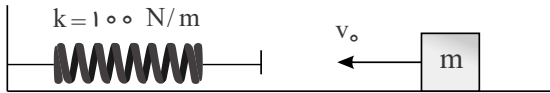
۴ $\frac{3\pi}{80}$

۳ $\frac{\pi}{40}$

۲ $\frac{\pi}{4}$

۱ $\frac{1}{4}$

۹ وزنه‌ای به جرم ۱kg مطابق شکل با سرعت ۲m/s به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌سازد. فرض کنید جسم محکم به آن می‌چسبد طوری که در بازگشت فنر به حالت اول از آن جدا نمی‌شود. معادله حرکت نوسانی در SI کدام است؟ (اصطکاک سطح ناچیز) (لحظه $t = 0$ لحظه برخورد جسم به فنر در نظر گرفته می‌شود)



۴ $x = 0.2 \cos 10\pi t$

۳ $x = 0.2 \cos 5\pi t$

۲ $x = 0.2 \cos 10t$

۱ $x = 0.2 \cos \Delta t$

۱۰ گلوله‌ای با اتصال به یک فنر که دارای ثابت 100 N/m است. حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. برای اینکه دوره تناوب نوسان گلوله با دوره تناوب آونگ ساده‌ای به طول ۱۰ سانتی‌متر و همان جرم برابر باشد جرم آن باید چند کیلو گرم باشد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

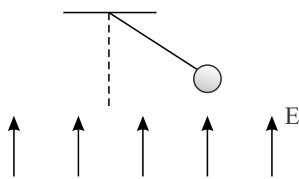
۴ ۱.۲۵

۳ ۱

۲ ۰.۵

۱ ۰.۲۵

۱۱ گلوله‌ای ۱ گرمی که بار الکتریکی $-2\mu\text{C}$ روی آن ذخیره شده مطابق شکل به میله‌ای بدون جرم متصل و در میدان الکتریکی $15 \times 10^3 \text{ N/C}$ حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. با حذف میدان دوره تناوب نوسان چند برابر می‌شود؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



۲ ۲

۱ $\sqrt{2}$

۴ ۴

۳ $2\sqrt{2}$

۱۲ دو ساعت آونگ‌دار مشابه یکی روی زمین و دیگری روی کره دیگری که جرمی یک شانزدهم زمین و شعاعی یک چهارم آن دارد روی صفر تنظیم شده‌اند در صورتی که دو ساعت همزمان به کار بیفتند ساعت ۶ روی ساعت زمینی با ساعت چند روی کره مورد نظر معادل است؟

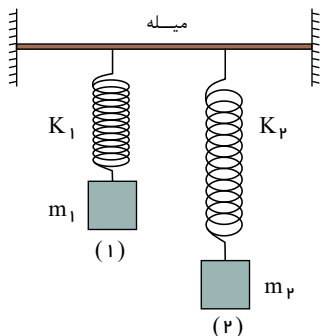
۴ ۷

۳ ۶

۲ ۵

۱ ۴

۱۳ در شکل مقابل دو فنر به یک میله با قابلیت ارتجاعی متصل شده‌اند. اگر فنر (۱) را کشیده و رها کنیم به ازای کدام گزینه بیشینه دامنه نوسان در دستگاه (۲) ایجاد خواهد شد؟



۱ $m_1 = 2m_2$

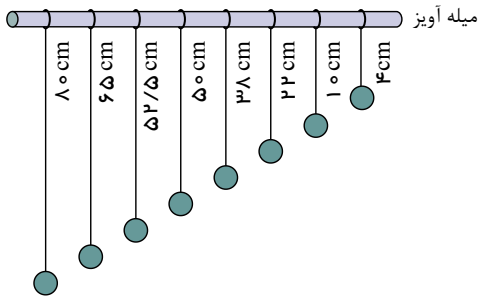
۲ $m_1 = 4m_2$

۳ $m_1 = \sqrt{2}m_2$

۴ $m_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}m_2$

$K_1 = 200 \frac{N}{m}$, $K_2 = 50 \frac{N}{m}$

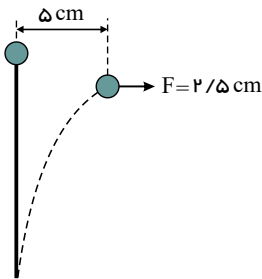
۱۴) مطابق شکل، ۸ آونگ ساده از میله افقی آویزان هستند. اگر میله آویز نوسان‌هایی افقی (عمود بر صفحه کاغذ) با بسامد زاویه‌ای در گستره ۱ rad/s تا ۴ rad/s انجام دهد، چه تعداد از آونگ‌ها به شدت به نوسان در می‌آیند؟ ($g \approx 10 \text{ N/kg}$)



- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۵

۱۵) مطابق شکل مقابل، انتهای پایین یک قطعه فنر فولادی سبک و طویل به طور محکم به گیره‌ای بسته شده و به انتهای بالایی آن گلوله‌ای به جرم ۲ kg متصل شده است. برای جابه‌جایی گلوله به اندازه ۵ cm به طرف نشان داده شده یک نیروی ۲.۵ N لازم است. فرض کنید که وقتی دستگاه رها می‌شود حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بخواهیم در این فنر پدیده تشدید مشاهده شود، به جای نیروی F یک نیروی دوره‌ای با فرکانس f قرار

دهیم، f چند هرتز است؟



۲) $\frac{5\sqrt{2}}{4\pi}$

۴) $\frac{5}{2\pi}$

۱) 0.8π

۳) $\frac{5\sqrt{2}}{2\pi}$

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

موارد (۲) و (۳) صحیح نمی باشند.

SHM همان حرکت سینوسی است که حرکت هماهنگ ساده نامیده شده و حرکت هماهنگ ساده نمونه مشهور حرکت نوسان دوره ای است. بنابراین گزینه (۲) نادرست است. قطعه چوب در حال نوسان روی سطح آب یک حرکت نوسانی میسر است و دامنه نوسانی آن رفته رفته کاهش می یابد؛ پس عیناً تکرار نمی شود. بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

وقتی از بالای نقطه تعادل جسم رها می شود از معادله $x = A \cos \omega t$ استفاده می شود. که $\omega = 2\pi f = 40\pi$ و $A = 4 \text{ cm}$ است بنابراین به ازای $t = \frac{1}{60} \text{ s}$ داریم:

$$x = 4 \cos(40\pi \times \frac{1}{60}) = 4 \cos \frac{2\pi}{3} = -2 \text{ cm}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

رابطه دوره تناوب با جرم و ثابت فنر به صورت زیر است:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

از رابطه وزن و جرم یعنی $w = mg$ جرم را به دست آورده با قرار دادن جرم و $T = \pi(s)$ در رابطه فوق ثابت فنر را محاسبه می کنیم:

$$w = mg \xrightarrow{g=10 \text{ m/s}^2} m = \frac{5}{10} = 0.5 \text{ kg} \xrightarrow{T=\pi(s)} \pi = 2\pi \sqrt{\frac{0.5}{k}} \rightarrow k = 2 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$$

اگر وزنه ۵۰ گرمی را در راستای قائم به فنر بیاویزیم طبق رابطه نیروی فنر با جابجایی خواهیم داشت:

$$F = kx \xrightarrow{F=w=mg} mg = kx \xrightarrow{m=50 \text{ gr}=0.05 \text{ kg}} 0.5 \times 10 = 2x \rightarrow x = 0.25 \text{ m} \rightarrow x = 25 \text{ cm}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

از رابطه نیرو و جابجایی فنر داریم:

$$F = kx \xrightarrow{x=0.25 \text{ m}} 25 = k \times 0.25 \rightarrow k = 100 \text{ (N/m)}$$

با توجه به رابطه بسامد زاویه ای بر حسب سختی فنر و جرم جسم متصل، آن داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k=100 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \omega = \sqrt{\frac{100}{m}} \text{ (a)}$$

با توجه به اینکه وزن جسم (w) با جرم جسم (m) رابطه $w = mg$ دارد و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ پس برای فنر روی میز جرم متصل به آن برابر است با: $m = \frac{10}{10} = 1 \text{ kg}$

با قرار دادن آن در رابطه (a) بسامد زاویه ای نوسان جرم و فنر روی میز برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ Rad/s}$$

از طرفی طبق رابطه $T = \frac{2\pi}{\omega}$ دوره تناوب برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{10} \text{ (s)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

بر طبق شکل نوسان از حداکثر فاصله تا نقطه تعادل در بالای آن شروع می شود. بنابراین معادله مکان- زمان به صورت $x = A \cos \omega t$ می باشد که در آن $A = 0.04 \text{ m}$ و ω برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

با توجه به اینکه کل بازه زمانی ۱ s با ۴ برابر ربع دوره تناوب برابر است پس داریم:

$$4 \frac{T}{4} = 1 \rightarrow T = 1 \text{ s}$$

بنابراین $\omega = 2\pi$ در نتیجه $x = 0.04 \cos 2\pi t$ از آنجا که t اولین زمان عبور نوسانگر از فاصله ۲cm بالاتر از نقطه تعادل است بنابراین داریم:

$$0.02 = 0.04 \cos 2\pi t_1 \rightarrow \cos 2\pi t_1 = \frac{1}{2} \rightarrow 2\pi t_1 = \frac{\pi}{3} \rightarrow t_1 = \frac{1}{6} \text{ s}$$

با توجه به نمودار $\frac{5}{6}$ ثانیه دومین زمانی است که از شروع نوسان، نوسانگر از فاصله $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ نقطه تعادل عبور می کند از آنجا که نوسان از حداکثر فاصله بالای نقطه تعادل شروع می شود معادله مکان- زمان $x = A \cos \omega t$ می باشد که در آن $A = 1 \text{ cm}$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{5}{6} \omega \xrightarrow{\text{دومین زمان}} \frac{5}{6} \omega = 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

پس $\omega = \frac{11\pi}{5} = \frac{11 \times 3}{5} = \frac{33}{5}$ و از رابطه $v_{\text{max}} = A\omega$ حداکثر سرعت برابر خواهد بود با:

$$v_{\text{max}} = 0.01 \times \frac{33}{5} = \frac{33}{500} \text{ (m/s)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

از رابطه مکان- زمان $x = A \cos \omega t$ که در آن A دامنه نوسان و ω بسامد زاویه ای نوسان است به ازای $x = +A$ داریم:

$$A = A \cos \omega t \rightarrow \cos \omega t = 1 \xrightarrow{t=s} \omega = 2\pi k$$

دومین بار مربوط به $k = 1$ است پس داریم $\omega = \pi \approx 3 \text{ Rad/s}$ برای انرژی نوسانی می توان نوشت:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \rightarrow 0,9 = 9 A^2 \rightarrow A = 0,1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

برای یک جرم و فنر آویخته در یک آسانسور در حال حرکت با شتاب رو به بالا دیگرام زیر را داریم:

$$F_{\text{فنر}} = k \Delta x, w = mg$$

$$\rightarrow k = \frac{m(g+a)}{\Delta x} \quad g = 10 \text{ m/s}^2, a = 2 \text{ m/s}^2 \rightarrow k = \frac{m(10+2)}{0,03} = 400 \text{ N/m}$$

$$\sum F = ma \rightarrow F_{\text{فنر}} - w = ma$$

پس $k = 400 \text{ N/m}$ از سوی دیگر در حرکت نوسانی ساده جرم و فنر: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ پس $\omega = 20 \text{ Rad/s}$ چون فنر فشرده شده پس حرکت از بالای نقطه تعادل آغاز شده و معادله مکان- زمان نوسانگر عبارت است:

$$x = +0,02 \cos 20t$$

با قرار دادن $x = -\frac{\sqrt{3}}{100}$ خواهیم داشت:

$$\cos 20t = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 20t = (2k-1)\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

برای اولین عبور $k = 1$ و علامت منفی است پس:

$$t = \frac{3\pi}{80} \text{ s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

فنر به اندازه A فشرده می شود که از رابطه $\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$ به دست می آید.

$$A^2 = \frac{m v_0^2}{k} \quad m = 1 \text{ kg}, v_0 = 2 \text{ m/s}, k = 100 \text{ N/m} \rightarrow A = 0,2 \text{ m}$$

از طرفی $v_0 = A\omega$ بنا بر این $\omega = 10 \text{ rad/s}$ یا $\omega = 20 \text{ rad/s}$ پس معادله حرکت به صورت زیر است:

$$x = A \cos \omega t \rightarrow x = 0,2 \cos 10t$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

دوره تناوب نوسان جرم و فنر از $T_{\text{فنر}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ و دوره تناوب آونگ از $T_{\text{آونگ}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ محاسبه می شود. بریا اینکه دو دوره تناوب مساوی باشند باید داشته باشیم:

$$T_{\text{آونگ}} = T_{\text{فنر}} \rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\ell = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}) \rightarrow \sqrt{\frac{0,1}{10}} = \sqrt{\frac{m}{100}} \rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

همانطور که از شکل پیداست به دلیل بار منفی نیروی رو به پایین به آونگ وارد شده و وزن ظاهری آن افزایش می یابد یعنی:

$$W_{\text{ظاهری}} = mg + |q|E = 10^{-3} \times 10 + 2 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^3 = 0,04 \text{ N}$$

پس شتاب گرانش ظاهری $g_{\text{ظاهری}} = \frac{w}{m}$ برابر می شود با $g_{\text{ظاهری}} = 40 \text{ m/s}^2$.

با حذف میدان، شتاب گرانش می شود $g = 10 \text{ m/s}^2$ با توجه به اینکه $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ پس:

$$\frac{T_{\text{بدون میدان}}}{T_{\text{با میدان}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{ظاهری}}}{g}} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

با توجه به آنکه شتاب گرانش یک کره به جرم M و شعاع R با $g = G \frac{M}{R^2}$ محاسبه می شود و دوره تناوب آونگ روی آن سیاره از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ به دست می آید پس داریم:

$$\frac{T_{\text{کره}}}{T_{\text{زمین}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{زمین}}}{g_{\text{کره}}}} = \sqrt{\frac{M_{\text{زمین}}}{M_{\text{کره}}} \times \frac{R_{\text{کره}}}{R_{\text{زمین}}}}$$

از آنجا که $R_{\text{کره}} = \frac{1}{4} R_{\text{زمین}}$ و $M_{\text{کره}} = \frac{1}{16} M_{\text{زمین}}$ پس:

$$\frac{T_{\text{کره}}}{T_{\text{زمین}}} = 4 \times \frac{1}{4} = 1$$

بنابراین ساعت روی کره مورد نظر همان ۶ صبح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

برای این که دامنه نوسان در دستگاه (۲) بیشینه باشد، می بایستی بسامد طبیعی دستگاه (۲) $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2}{m_2}}$ با بسامد واداشته دستگاه (۱) $f_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_1}{m_1}}$ برابر باشد:

$$f_D = f_0 \rightarrow \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \rightarrow \frac{K_1}{m_1} = \frac{K_2}{m_2} \rightarrow \frac{4}{m_1} = \frac{5}{m_2} \rightarrow m_1 = 4m_2$$

$$w = \sqrt{\frac{g}{l}} \rightarrow \omega^2 = \frac{g}{l} \rightarrow l = \frac{g}{\omega^2} \begin{cases} \omega_{\max} = 10 \text{ cm} \rightarrow l_{\min} = \frac{10}{10^2} = \frac{1}{10} \text{ m} = 10 \text{ cm} \\ \omega_{\min} = 1,5 \rightarrow l_{\max} = \frac{10}{4,5^2} = 49,38 \text{ cm} \end{cases}$$

طول آونگ‌های قابل قبول $10 \text{ cm} \leq l \leq 49,38$

که ۳ آونگ این ویژگی را دارند ... این ۳ آونگ بسامدهایی را خواهند یافت در گستره $10 \text{ rad/s} \leq \omega \leq 4,5 \text{ rad/s}$ که با بسامد طبیعی آن‌ها برابر شود.

این تیغه به مانند یک فنر با ثابت k ایفای نقش می‌کند. ابتدا ثابت فنر معادل این تیغه را می‌یابیم:

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{2,5}{\frac{5}{100}} = \frac{250}{5} = 50 \text{ N/m}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{50}{2}} = \frac{1}{2\pi} (\Delta) = \frac{\Delta}{2\pi} \text{ Hz}$$