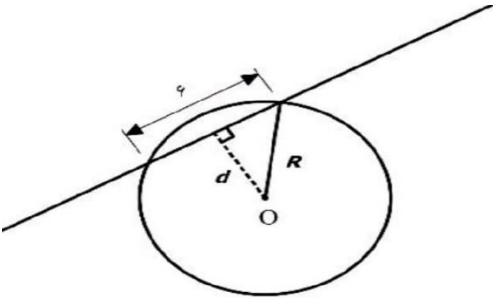


فصل ششم: هندسه

۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد. (خرداد ۴۰۰)</p> <p>ب) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه به صورت مخروط توپر می باشد. (خرداد ۹۸)</p> <p>پ) اگر صفحه P در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند شکل حاصل هذلولی است. (شهریور ۹۸)</p>	۱
۱/۵	<p>الف) شعاع دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ برابر است. (خرداد ۴۰۰)</p> <p>ب) هرچه خروج از مرکز بیضی (کوچکتر-بزرگتر) شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد. (خرداد ۹۸)</p> <p>پ) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، آن نامیده می شود. (دی ۹۸)</p> <p>ت) شکل حاصل از دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن برابر است. (دی ۹۷)</p> <p>ج) اگر صفحه ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و در هیچ حالتی با مولد سطح مخروطی موازی نشود و از رأس نگذرد، شکل حاصل از تقاطع صفحه با سطح مخروطی خواهد بود. (بیضی-سهمی-هذلولی) (شهریور ۹۹)</p> <p>چ) اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، شکل بیضی به شکل نزدیک خواهد شد. (پارخط-دایره-نقطه) (شهریور ۹۹)</p>	۲
۱	<p>در یک بیضی قطر بزرگ ۸ و قطر کوچک آن ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی چقدر است؟ (دی ۹۷)</p>	۳
۱/۵	<p>خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. (دی ۹۹ و ۴۰۰)</p> <p>الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید.</p> <p>ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ این بیضی را پیدا کنید.</p>	۴
۱	<p>اگر معادله دایره به شکل $(x+1)^2 + y^2 = 4$ باشد: (دی ۹۹)</p> <p>الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بنویسید.</p> <p>ب) مختصات تقاطع دایره با محور x ها را پیدا کنید.</p>	۵
۱/۲۵	<p>معادله گسترده دایره ای به صورت $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ می باشد، مرکز و شعاع دایره را بنویسید. (دی ۹۷)</p>	۶
۱	<p>معادله دایره ای بنویسید که بر خط $3x + 4y = 1$ مماس بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.</p>	۷
۱	<p>معادله دایره ای بنویسید که مرکز آن $(0, 3)$ و بر خط $3x - 4y = 3$ مماس باشد. (دی ۴۰۰)</p>	۸
۲	<p>وضعیت دو دایره به معادلات $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید. (خراد ۹۸)</p>	۹

۰/۷۵	۱۰	وضعیت دایره $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ و خط $y = -1$ را نسبت به هم مشخص کنید.
۱/۵	۱۱	وضعیت خط $x + y = 3$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید. (شهریور ۴۰۰ و ۹۸)
۲	۱۲	کانون های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(1, -5)$ است. (خرداد ۴۰۰) (خرداد ۹۹) (دی ۹۸) الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید. ب) اگر $a = 6$ باشد. اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز را پیدا کنید. (اندازه نصف قطر بزرگ بیضی است)
۱	۱۳	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. فاصله ی کانونی بیضی را به دست آورید. (خرداد ۹۸)
۰/۷۵	۱۴	اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = 5$ و $b = 3$ در این صورت اندازه فاصله ی کانونی این بیضی را محاسبه کنید. (شهریور ۹۸)
۱	۱۵	کانون های یک بیضی نقاط $(2, 5)$ و $(2, -3)$ و $a = 5$ است. مختصات مرکز و اندازه قطر کوچک بیضی را به دست آورید. (شهریور ۹۹)
۱	۱۶	در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. (شهریور ۴۰۰) اگر مرکز بیضی نقطه ای با مختصات $(4, 5)$ باشد: الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید.
۱/۵	۱۷	مرکز دایره ای، نقطه $O(2, -3)$ است. این دایره روی خط $2x - 4y + 2 = 0$ و تری به طول ۶ جدا می کند. معادله دایره را بنویسید. (خرداد ۴۰۰)
		
		پاسخنامه فصل ششم
۰/۷۵	۱	الف) درست (ص ۱۳۱) ب) درست (ص ۱۲۳) پ) نادرست
۱/۵	۲	الف) ۲ (ص ۱۳۷) ب) کوچکتر (ص ۱۳۱) پ) سطح مقطع (ص ۱۲۴) ت) کره تو خالی ج) بیضی (ص ۱۲۶) چ) دایره
۱	۳	$\underbrace{2a = 8 \Rightarrow a = 4}_{-./۲۵}, \underbrace{2b = 6 \Rightarrow b = 3}_{-./۲۵}, \underbrace{c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c = \sqrt{7}}_{-./۲۵}, \underbrace{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}}_{-./۲۵}$

۱/۵	$\Rightarrow a = ۵, A(-۹, -۱), A(۱, -۱) \quad (ب) \quad a = \frac{۵}{۴}c \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶}c^2 = ۹ + c^2, c = ۴, a = ۵, FF' = ۲c = ۸ \quad (الف)$	۴
	صفحه: ۱۱۴	
۱	$O = (-۱, ۰), R = ۲ \quad (الف) \quad (۰/۵) \quad (ب) \quad (۱, ۰), (-۳, ۰) \quad (۰/۵)$	۵
۱/۲۵	$O = \left(\frac{-a}{۲} = ۳, \frac{-b}{۲} = -۱ \right), r = \frac{۱}{۲} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = ۲$	۶
۱	$R = \frac{ ۳ \times ۱ + ۴ \times ۲ - ۱ }{\sqrt{۳^2 + ۴^2}} = ۲, (x-۱)^2 + (y-۲)^2 = ۴$	۷
	صفحه: ۱۳۹	
۱	$r = \frac{ ۳ \times ۰ - ۴ \times ۳ - ۳ }{\sqrt{۳^2 + (-۴)^2}} \Rightarrow (x-۰)^2 + (y-۳)^2 = ۹$	۸
	صفحه: ۱۳۹	
۲	$O_1 = (-۱, ۲), r_1 = ۱, O_2 = \begin{cases} \frac{-a}{۲} = ۱ \\ \frac{-b}{۲} = -۲ \end{cases}, r = \frac{۱}{۲} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = ۲$	۹
	این دو دایره متخارج هستند. (۰/۲۵)	
	$d = \sqrt{(-۱-۱)^2 + (۲+۲)^2} = \sqrt{۲۰} \Rightarrow \sqrt{۲۰} > ۱+۲ = ۳$	
۰/۷۵	$O(۲, -۳), r = ۲, d = \frac{ -۳+۱ }{\sqrt{۰+۱}} = ۲$	۱۰
	خط و دایره با هم مماس هستند. (۰/۲۵) صفحه: ۱۳۹	
۱/۵	$r = \frac{۱}{۲} \sqrt{۴+۰+۱۲} = ۲, O(۱, ۰), OH = \frac{ ۱ \times ۱ + ۰ \times ۱ - ۳ }{\sqrt{۱^2 + ۱^2}} = \sqrt{۲} \Rightarrow OH < r$	۱۱
	پس خط و دایره متقاطع اند. (۰/۲۵)	
۲	$O \begin{cases} \frac{۱+۱}{۲} = ۱ \\ \frac{۳-۵}{۲} = -۱ \end{cases} \quad (الف) \quad FF' = ۳ - (-۵) = ۸ = ۲C \Rightarrow C = ۴ \quad (۰/۵)$	۱۲
	معادله قطر بزرگ: $x = ۱$	
	صفحه: ۱۳۲	
	$b^2 = a^2 - c^2 = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \Rightarrow b = \sqrt{۲۰} \Rightarrow BB' = ۲\sqrt{۲۰}, e = \frac{c}{a} = \frac{۲}{۳}$	
۱	$۲a = ۸ \Rightarrow a = ۴, ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳, a^2 - b^2 = c^2 = ۱۶ - ۹ = ۷ \Rightarrow c = \sqrt{۷}$	۱۳
	صفحه: ۱۳۰	
	$۲c = ۲\sqrt{۷}$	
۰/۷۵	$c^2 = a^2 - b^2 = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow c = ۴ \Rightarrow ۲c = ۸$	۱۴
	صفحه: ۱۳۰	
۱	$O(۲, ۱), c = ۴, ۲۵ = b^2 + ۱۶ \Rightarrow ۲b = ۶$	۱۵
	صفحه: ۱۳۲	
۱	$c^2 = a^2 - b^2 = ۹ - ۴ = ۵ \Rightarrow c = \sqrt{۵}, FF' = ۲\sqrt{۵} \quad (الف)$	۱۶
	(ب) $A(۴+۳, ۵), A'(۴-۳, ۵)$ (ص ۱۳۲)	

۱/۵	$d = \frac{ 3 \times 2 - 4(-3) + 2 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 4, R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow \underbrace{(x-2)^2}_{.75} + \underbrace{(y+3)^2}_{.75} = 25 \quad (\text{ص ۱۳۹})$	۱۷
	فصل هفتم: احتمال	
۰/۷۵	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) اگر A پیشامدی از فضای نمونه ای S باشد و A' متمم آن باشد، در این صورت: $P(A) + P(A') = 1$ (خ ۹۷) ب) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند هر گاه با هم رخ ندهند. (دی ۹۸) پ) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ باشد، در این صورت آن ها را دو پیشامد ناسازگار می نامیم. (شهریور ۹۷)	۱
۱/۷۵	الف) دو پیشامدی که باهم رخ ندهند، دو پیشامد (مستقل-ناسازگار) هستند. (خرداد ۹۸) ب) اگر یک پدیده تصادفی رخ دهد و S فضای نمونه ای این پدیده تصادفی باشد "هر زیر مجموعه S را یک در فضای نمونه ای S می نامیم" (خرداد ۹۷) پ) خانواده ای دارای سه فرزند است. تعداد اعضای فضای نمونه ای جنسیت فرزندان این خانواده برابر است. (خرداد ۹۷) ت) دو پیشامد A و B را گوییم هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تاثیری نداشته باشد. (مستقل-ناسازگار-سازگار) ج) احتمال وقوع پیشامد A به شرط اینکه بدانیم پیشامد B رخ داده است، به صورت نمایش داده می شود. $(P(A-B) - P(A B) - P(B A))$ (شهریور ۹۹) چ) اگر S فضای نمونه ای یک پدیده تصادفی باشد، در این صورت: $P(S) = \dots\dots\dots$ (شهریور ۹۷) خ) اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد، آنگاه $n(A) + n(A') = \dots\dots\dots$ (شهریور ۹۷)	۲
۱/۵	یک سکه را پرتاب میکنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب میکنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود، چقدر است؟ (دی ۹۷)	۳
۱/۵	خانواده ای دارای ۳ فرزند است: (شهریور ۹۷) الف) فضای نمونه ای جنسیت فرزندان این خانواده را مشخص کنید. ب) پیشامد A که در آن تعداد فرزندان پسر بیشتر از تعداد فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.	۴
۱/۵	یک تاس و یک سکه را با هم می اندازیم: (خرداد ۹۷) الف) فضای نمونه ای این پدیده تصادفی را بنویسید. ب) پیشامد A که در آن تاس عدد زوج و سکه پشت بیاید را مشخص کنید.	۵
۱	از جعبه ای که حاوی ۴ لامپ سوخته و ۶ لامپ سالم است. ۳ لامپ به تصادف خارج می کنیم. احتمال آنکه حداقل دو لامپ سالم باشد چقدر است؟ (خرداد ۹۷)	۶

۰/۷۵	۷	در جعبه A، ۳ مهره سفید و ۷ مهره سیاه و در جعبه B، ۲ مهره سفید ۸ مهره سیاه وجود دارد، یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و ۱ مهره به تصادف از آن خارج می کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره سفید باشد؟ (خرداد ۹۷)
۱/۵	۸	چهار ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد شامل ۴ مهره ی قرمز است. در ظرف دوم همه مهره ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف ها انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آنکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟ (دی ۴۰۰)
۲	۹	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و نوزاد دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟ (خرداد ۴۰۰ و ۹۹)
۱	۱۰	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۷ و نوزاد دختر ۰/۰۴ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟ (شهریور ۹۹)
۱/۷۵	۱۱	سه ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۵ مهره ی سبز و ۴ مهره ی آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره ی سبز و ۳ مهره ی آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره ی سبز و ۴ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ (خرداد ۹۸)
۱/۵	۱۲	سه ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۵ مهره ی قرمز و ۳ مهره ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم، احتمال آن که مهره انتخابی آبی باشد چقدر است؟
۱/۲۵	۱۳	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۰ درصد مرد و ۶۰ درصد زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این دو گروه به ترتیب ۳ درصد و ۵ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟ (دی ۹۸)
۱/۵	۱۴	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟ (شهریور ۴۰۰)
۱/۵	۱۵	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره آبی است. (شهریور ۹۸)
۰/۷۵	۱۶	۶ نفر را در نظر می گیریم، چدر احتمال دارد: هیچ دو نفری در یک روز از هفته متولد نشده باشند؟ (شهریور ۹۷)

۱	در کیسه ای ۳ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۲ مهره قرمز وجود دارد، از این کیسه ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم. مطلوب است احتمال آنکه: فقط ۲ مهره سبز باشد. (شهریور ۹۷)	۱۷	
پاسخنامه: فصل هفتم			
۰/۷۵	الف) درست (ب) نادرست (ص ۱۴۴) پ) نادرست	۱	
۱/۷۵	الف) ناسازگار (ص ۱۴۴) ب) پیشامد تصادفی (پ) ۸ (ت) مستقل (ج) $P(A B)$ (چ) ۱ (خ) $n(S)$	۲	
۱/۵	$P(A) = \frac{1}{2} + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)}_{\cdot/۷۵} \times 3 = \frac{11}{16}$	۳	
۱/۵	الف) $S = \{(p, p, p), (p, p, d), (p, d, p), (d, p, p), (d, d, d), (d, d, p), (d, p, d), (p, d, d)\}$ ب) $A = \{(p, p, p), (p, p, d), (p, d, p), (d, p, p)\}$	۴	
۱/۵	الف) (۱) $S = \{R1, R2, R3, R4, R5, R6, P1, P2, P3, P4, P5, P6\}$ ب) $A = \{P2, P4, P6\}$	۵	
۰/۷۵	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{4}$	۷	$P(A) = \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{1} + \binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3} \quad (۰/۲۵)$
۱/۵	$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2) + P(B_3)P(A B_3) + P(B_4)P(A B_4)$ صفحه: ۱۴۷ $P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{57}{112}$	۸	
۱	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} = \frac{11}{20}$ (ص ۱۴۶)	۱۰	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} = \frac{11}{20}$
۱/۵	صفحات: ۱۴۷ $p(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times 0$	۱۲	$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{67}{270}$
۱/۵	$P(A) = P(G)P(A G) + P(B)P(A B) \quad (۰/۲۵)$ $P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$	۱۴	$P(A) = \frac{40}{100} \times \frac{3}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{42}{100}$
۱/۵	$P(A) = \frac{7}{12} \times \frac{7}{15} + \frac{5}{12} \times \frac{6}{15} = \frac{79}{180}$	صفحه: ۱۴۸	۱۵
۰/۷۵	$P(A) = \frac{7}{7} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{6!}{7^6}$	۱۶	

۱	$P(A) = \frac{\overbrace{\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}}{-/5}}{\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$	۱۷