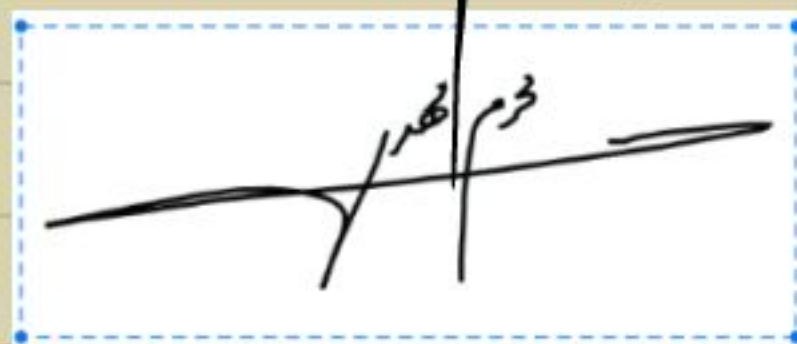


۹۹/۸/۱۵

حل فعالیت‌ها، کار در صداها و آهنگ‌ها

به نام خدا

درس اول از فصل دوم حسابان!



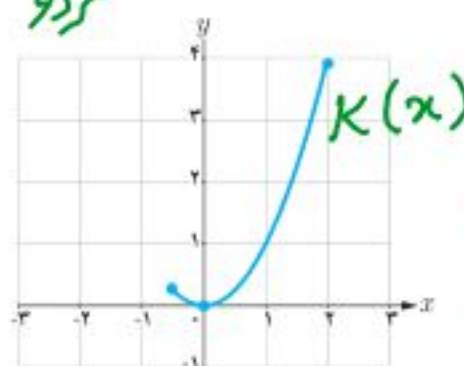
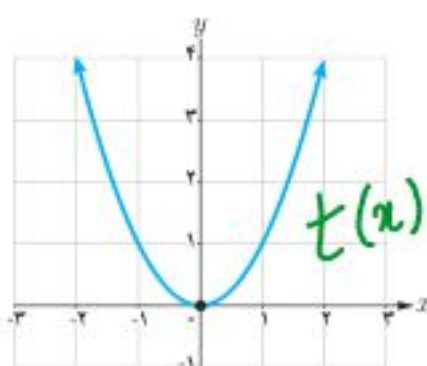
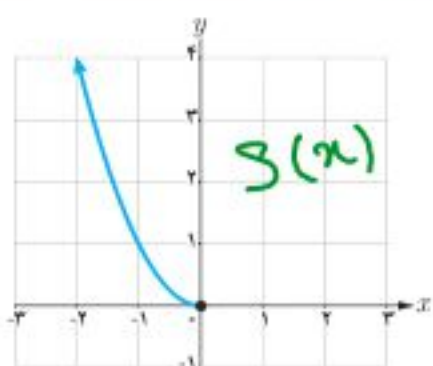
09213102271 - 09125102271 - @moharrammahdi

صفحه ۳۸

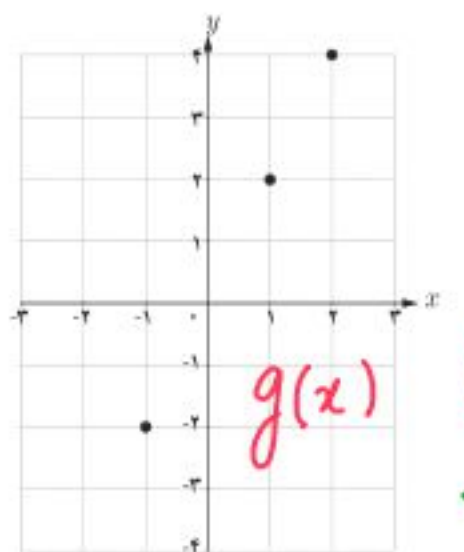
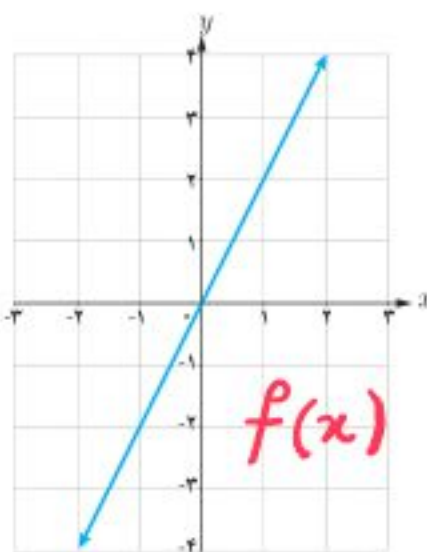
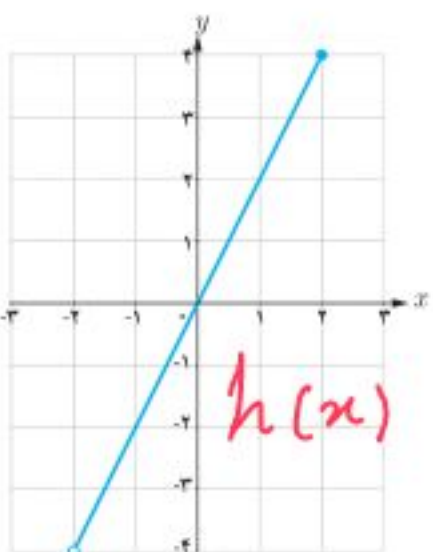
کار در کلاس

الف) با توجه به توابع داده شده در جدول زیر، مشخص کنید هر نمودار مربوط به کدام تابع است و جدول را نیز کامل کنید. شباهت‌ها و تفاوت‌های نمودارها را با هم مقایسه کنید.

| تابع | $f(x) = 2x$ | $g(x) = 2x$ | $h(x) = 2x$ | $t(x) = x^2$ | $s(x) = x^2$ | $k(x) = x^2$ |
|------------|--------------|----------------|-------------|----------------|----------------|---------------------|
| دامنه تابع | \mathbb{R} | $\{-1, 1, 2\}$ | $(-2, 2]$ | \mathbb{R} | $(-\infty, 0]$ | $[-\frac{1}{4}, 2]$ |
| برد تابع | \mathbb{R} | $\{-2, 2, 4\}$ | $(-4, 4]$ | $[0, +\infty)$ | هر دو | $[0, 4]$ |



رانی ① ←



رانی ② ←

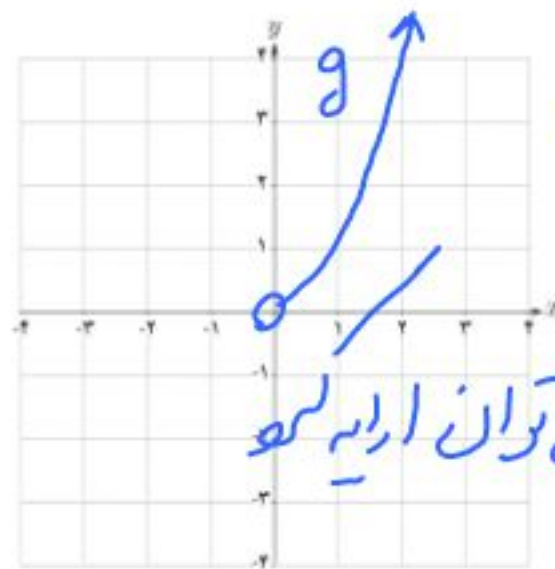
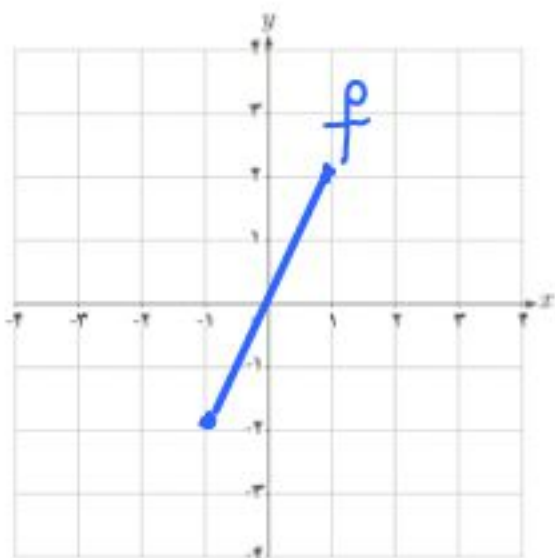
در رانی (۱) همه نمودارها به فرم سهمی و در رانی (۲) همه به فرم خطی هستند

تفاوت نمودارهای هر رانی در دامنه توابع است.

فصل دوم: تابع ۳۹

| | | |
|-------|-------------|----------------|
| تابع | $f(x) = 2x$ | $g(x) = x^2$ |
| دامنه | $[-1, 1]$ | $(0, +\infty)$ |
| برده | $[-2, 2]$ | $[0, +\infty)$ |

ب) جدول روبه‌رو را به دلخواه (متفاوت از قسمت الف) کامل و نمودار هر تابع را رسم کنید. پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید. چند پاسخ متفاوت برای f و g می‌توان ارائه کرد؟



تعداد بی‌شماری پاسخ متفاوت برای f و g می‌توان ارائه کرد.

باری صفحه ۳۰

کارد کلاس

برای تابع $f: [0, \frac{1}{3}] \rightarrow [0, \frac{1}{9}]$ $f(x) = x^2$ کدام یک از نمایش‌های زیر نیز قابل قبول است؟

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2$

غیر قابل قبول است (الف) X

$f: [0, \frac{1}{3}] \rightarrow [0, \infty)$
 $f(x) = x^2$

قابل قبول است (ب) ✓

$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \frac{1}{9}]$
 $f(x) = x$

غیر قابل قبول است (ب) X

$f: [0, \frac{1}{3}] \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2$

قابل قبول است (ت) ✓

دامنه اصلی $[\frac{1}{3}, 0]$

دامنه الف \mathbb{R}

دامنه الف \neq دامنه اصلی

دامنه اصلی $[\frac{1}{3}, 0]$

دامنه ب $[\frac{1}{3}, 0]$

$[0, +\infty) \subset [\frac{1}{9}, 0]$

برده ب \neq برده اصلی

ضابطه‌ها هم برابر است

دامنه اصلی $[\frac{1}{3}, 0]$

دامنه پ \mathbb{R}

دامنه پ \neq دامنه اصلی

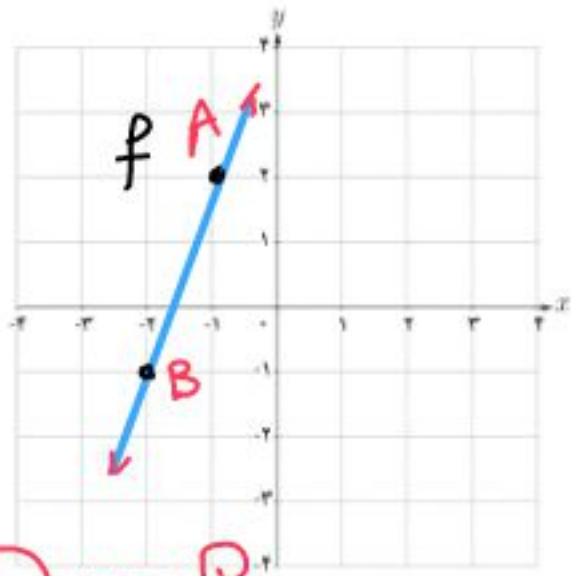
دامنه اصلی است

$D = D$ اصلی

$\mathbb{R} \subset [\frac{1}{9}, 0]$

برده ت \neq برده اصلی

ضابطه‌ها هم برابر است



$D_f = \mathbb{R}$

$R_f = \mathbb{R}$

فرض کنید ماشین f به عنوان ورودی، اعداد (حقیقی) را قبول می کند و پس از دریافت هر عدد، آن را سه برابر و سپس ۵ واحد به آن اضافه می کند. در این صورت به ازای ورودی 10 ، خروجی 35 را می دهد. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) ماشین به ازای ورودی -2 ، چه خروجی خواهد داشت؟

ب) اگر خروجی ماشین 4 باشد ورودی آن چقدر بوده است؟

پ) نمایش تابع به صورت $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ است.
 $f(x) = \dots$

ت) نمودار تابع را رسم و دامنه و برد آن را معلوم کنید.

الف) $\xrightarrow{-2} (-2 \times 3) + 5 = -2 + 5 = 3$

ب) $\xrightarrow{x} (x \times 3) + 5 = 4$

$3x + 5 = 4 \Rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

پ) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x + 5 \end{cases}$

دستن مختصات ۲ نقطه برای رسم خطی است
 چون تابع خطی است

| | | |
|--------|---|--|
| x | -1 | -2 |
| $f(x)$ | $3(-1) + 5$ | $3(-2) + 5$ |
| | 2 | -1 |
| | $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$ |
| | A | B |

رسم نمودار در صورتی که خطی باشد

نمودار تابع از ۲ طرف ادامه دارد.

مثال: تابع های $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = |x|$ با هم برابرند ولی تابع های $f(x) = \frac{x}{x}$ و $g(x) = 1$ برابر نیستند. چرا؟

$Dg = \mathbb{R}$ تابع ثابت
 $Df = \mathbb{R} - \{0\}$
 $Df \neq Dg$

۱ در جدول زیر کدام یک از توابع داده شده زیر با هم برابرند؟ دلیل بیاورید:

| | | | | | |
|------------------------|---|---|--------|---|--|
| $Df = Dg = \{1, 5\}$ | ۱ | $f = \{(1, 2), (5, 7)\}$ | \neq | $g = \{(1, 7), (5, 2)\}$ | $\rightarrow f(1) \neq g(1)$ |
| $Df = Dg = \{a, c\}$ | ۲ | $f = \{(a, b), (c, d)\}$ | $=$ | $g = \{(c, d), (a, b)\}$ | $\rightarrow f(a) = g(a)$ $\rightarrow f(c) = g(c)$ |
| $Df \neq Dg$ | ۳ | $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x \end{cases}$ | \neq | $\begin{cases} g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = 2x \end{cases}$ | |
| $Df = Dg = \mathbb{R}$ | ۴ | $f(x) = x x $ | \neq | $g(x) = x^2$ | $f(-1) = -1 \neq g(-1) = 1$ |
| $Df = Dg = \mathbb{R}$ | ۵ | $f(x) = 2x$ | $=$ | $g(x) = \frac{2x}{1}$ | $\frac{2x}{1} = 2x \quad \forall x \in \mathbb{R} : f(x) = g(x)$ |

۲ وقتی در آسمان پدیده آذرخش رخ می دهد، اندکی پس از دیدن نور آن صدای آن را نیز می شنویم. صدای ناشی از آذرخش هر ۳ ثانیه حدود یک کیلومتر را طی می کند. رابطه بین فاصله ما از مکان وقوع آذرخش و زمانی که طول می کشد تا صدای آن را بشنویم در جدول زیر (برای برخی زمان ها) داده شده است، اگر $t \in [4, 12]$ الف) جدول را کامل کنید:

| | | | | | | | | | |
|---------------|---------------|----------------|---------------|---|---------------|---|-----------------|----------------|----|
| t (ثانیه) | ۴ | $4\frac{1}{4}$ | ۵ | ۶ | ۸ | ۹ | $10\frac{1}{5}$ | ۱۱ | ۱۲ |
| h (کیلومتر) | $\frac{4}{3}$ | $\frac{2}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | ۲ | $\frac{8}{3}$ | ۳ | | $\frac{11}{3}$ | ۴ |

هر ثانیه $\frac{1}{3}$ کیلومتر \Rightarrow هر 3 ثانیه یک کیلومتر

$$10\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{51}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{51}{15} = 3\frac{6}{15}$$

۳ ادامه کار در صورتی صفحه ۱۸

ب) چرا h تابعی از t است؟
 پ) دامنه و برد این تابع را بنویسید.
 ت) نمایش مقابل از تابع h کامل کنید:

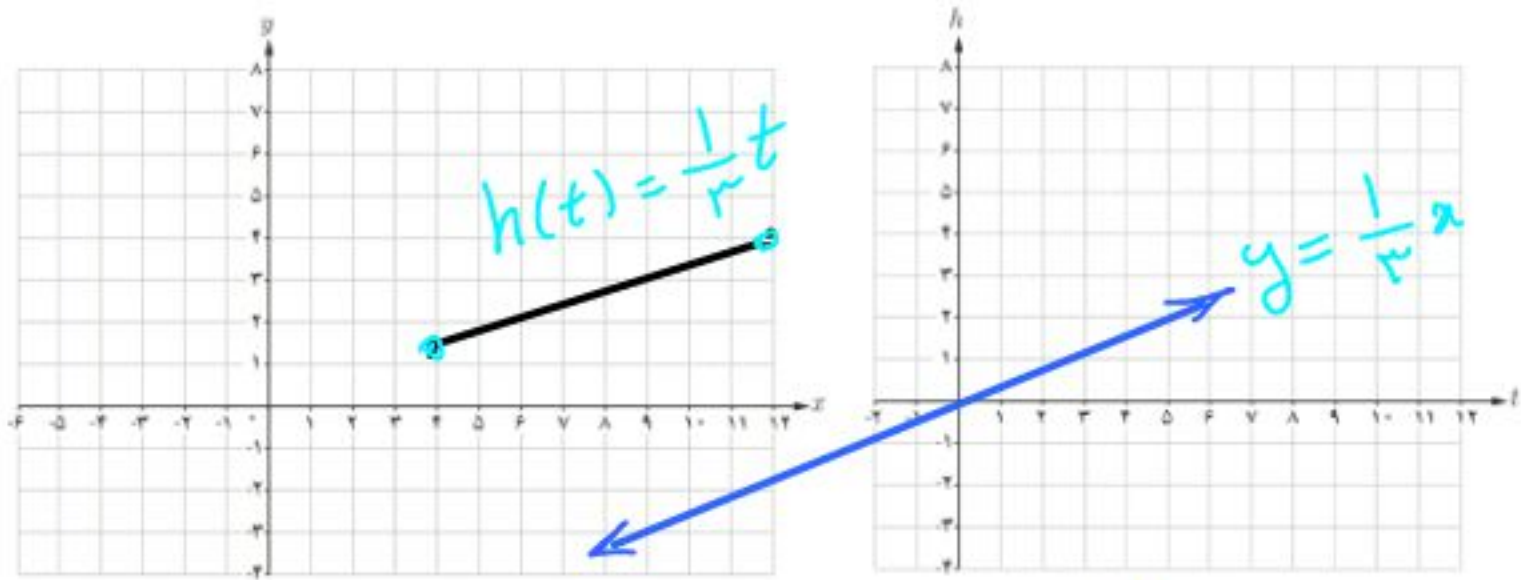
$\begin{cases} h: [] \rightarrow [] \\ h(t) = \end{cases}$

ب) چون به ازای هر مقدار t فقط یک مقدار h بدست می آید

برد $= [\frac{4}{3}, 4]$ دامنه $= [4, 12]$

$\begin{cases} h: [4, 12] \rightarrow [\frac{4}{3}, 4] \\ h(t) = \frac{1}{3}t \end{cases}$

ث) نمودار تابع h و نمودار تابع $y = \frac{1}{3}x$ را رسم کنید و شباهت‌ها و تفاوت‌های آنها را بیان کنید.



$$h: [4, 12] \rightarrow \left[\frac{4}{3}, 4\right]$$

$$h(t) = \frac{1}{3}t$$

$$y = \frac{1}{3}x$$

| | | |
|-----|---|---|
| x | 0 | 3 |
| y | 0 | 1 |

شباهت آنها این است که هر دو بصورت خطی هستند

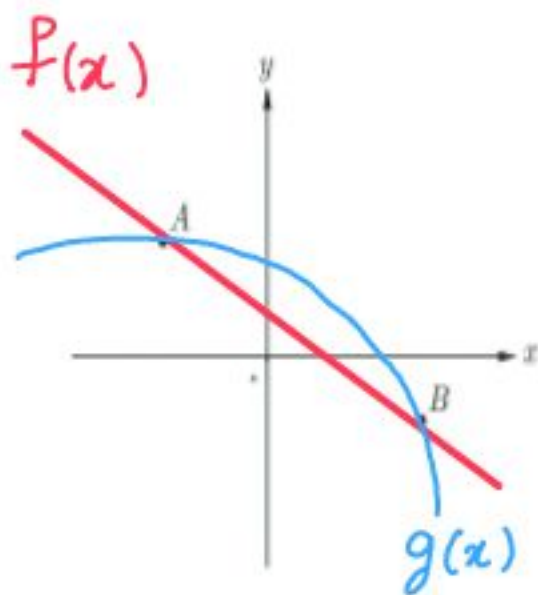
تفاوت آنها در عددهایی است که به جای متغیر مسوالت قرار داد

در $h(t)$ فقط اعداد ۴ تا ۱۲ را مسوالت به جای t قرار

داد ولی در y هر عدد دلخواهی را مسوالت به جای x

قرار داد.

۱ در صفحه مختصات روبرو تابعی رسم کنید که نقاط A و B روی آن قرار داشته باشند. چه تعداد از این توابع وجود دارند؟



تعداد بی شماری تابع وجود دارد.

۲ کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل بیاورید.
 الف) اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابرند.
 ب) برد و هم دامنه تابع می توانند یکی باشند. **درست**
 پ) هم دامنه تابع زیر مجموعه ای از برد آن است.
 ت) بی شمار تابع وجود دارد که دامنه آن بازه $[0, 3]$ است. **درست**

جواب سوال (۲)

الف) نادرست

$$f = \{(1, 4), (2, 8)\} \quad g = \{(1, 8), (2, 4)\}$$

$$D_f = D_g = \{1, 2\} \quad \text{اما} \quad f(1) \neq g(1)$$

$$R_f = R_g = \{4, 8\}$$

پ) نادرست

برعکس مطلب درست است یعنی

برد تابع زیر مجموعه هم دامنه تابع است

ت) کافی است ضابطه تابع را به ریشه تغییر دهیم

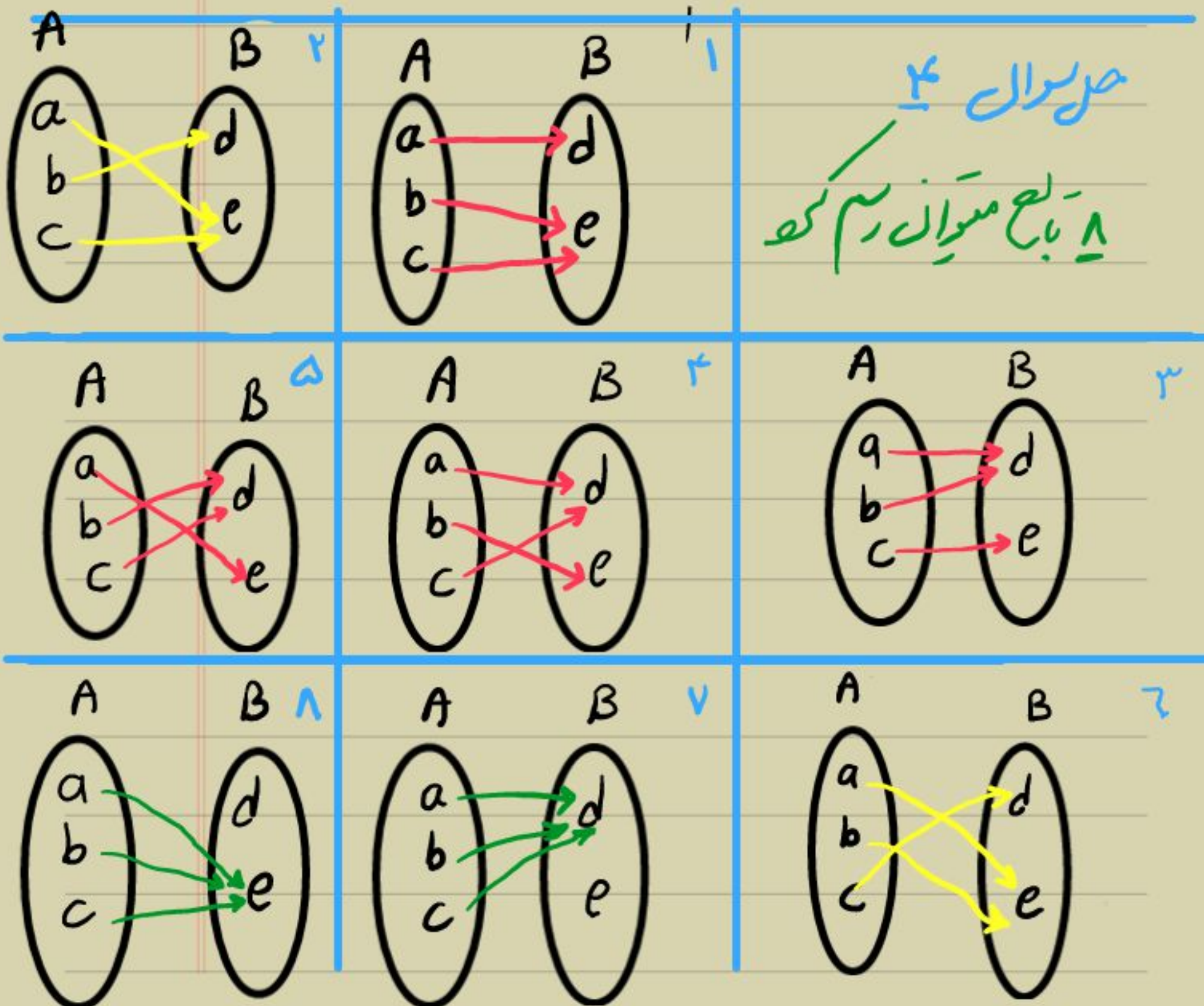
۳ تابعی مثال بزنید که دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی مثبت باشد. چه تعداد از این توابع وجود دارند؟

۴ همه تابع‌های از مجموعه $A = \{a, b, c\}$ به مجموعه $B = \{d, e\}$ را بنویسید (از نمودار پیکانی کمک بگیرید).

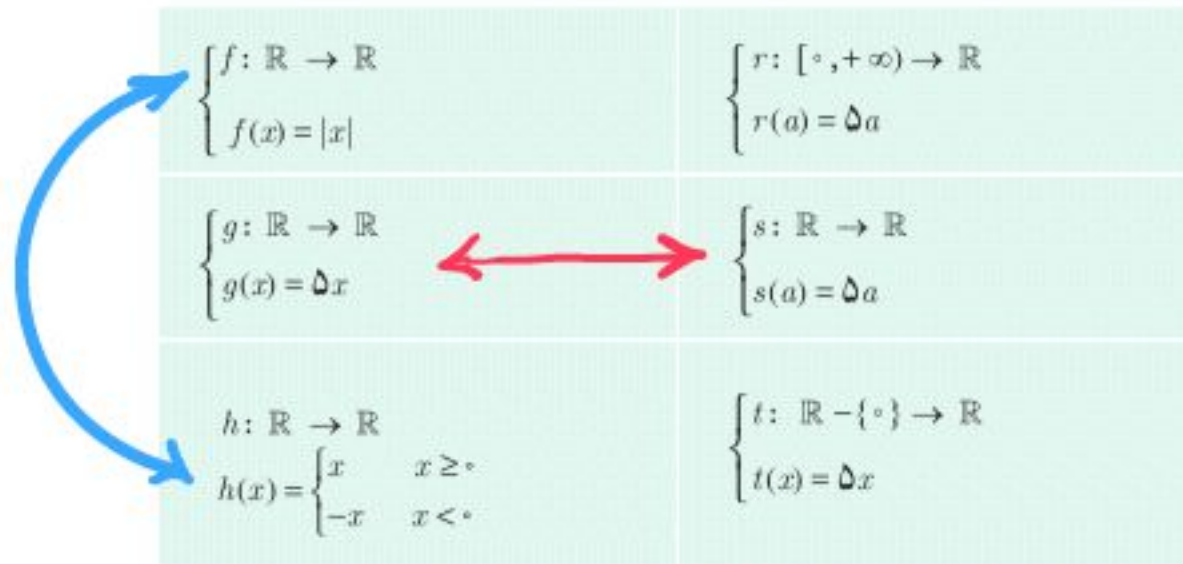
حل سوال (۳)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

بی شمار تابع وجود دارد



۵ تابع های مساوی را مشخص کنید.



$$Df = Dh = \mathbb{R}$$

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$Dg = Ds = \mathbb{R}$$

$$g(x) = S(x)$$

$$g(a) = S(a)$$

سوال مهم

۶ تابع f در همه شرایط زیر صدق می کند. f را رسم کنید و ضابطه آن را بنویسید.

الف) دامنه f مجموعه اعداد حقیقی است و $f(2) = 3$ و $f(-5) = -2$

ب) f در بازه $[0, 2]$ ثابت است.

پ) تابع f به هر عدد بزرگتر از ۲ مربع آن را نسبت می دهد.

ت) تابع f برای اعداد منفی، خطی است و نمودار آن محور x ها را در نقطه ای به طول ۳- قطع می کند.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 2 \\ 3 & 0 \leq x \leq 2 \\ x + 3 & x < 0 \end{cases}$$

$$f(-5) = -2$$

$$f(-1) = 0$$

$$-5a + b = -2$$

$$-1a + b = 0$$

$$a = +1$$

$$b = +3$$

$$f(x) = x + 3$$

ضابطه تابع مورد نظر



۷ با استفاده از یک تابع خطی و با در دست داشتن طول استخوان بازو (از آرنج تا شانه) می توان طول قد یک انسان بزرگسال را برآورد کرد:

$$M(x) = 2/89x + 70/64$$

تابع خطی برای مردان

$$F(x) = 2/75x + 71/48$$

تابع خطی برای زنان

که در آنها x : طول استخوان بازو بر حسب سانتی متر است.

الف) اگر طول استخوان بازوی یک مرد ۳۵ سانتی متر باشد، طول قد او چقدر است؟

ب) اگر قد یک مرد ۱۸۵ سانتی متر باشد، طول استخوان بازوی او چقدر است؟

پ) برای تابع $F(x)$ نیز مشابه الف و ب یک سؤال طرح کنید و به آن پاسخ دهید.

$$\text{الف) } M(35) = 2,89 \times 35 + 70,64$$

$$= 101,15 + 70,64 = 171,79 \quad \text{طول قد}$$

$$\text{ب) } M(x) = 185$$

$$2,89x + 70,64 = 185$$

$$x = \frac{185 - 70,64}{2,89} = \frac{114,36}{2,89} = 39,57$$

پ) اگر طول استخوان بازوی یک زن ۳۰ سانتی متر باشد، طول قد او چقدر است

$$F(30) = 2,75 \times 30 + 71,48$$

$$= 82,5 + 71,48$$

$$= 153,98$$

الرقدين ۱۷۰ متری است طول استخوان بزرگی او

چقدر است؟

$$F(x) = 170$$

$$2,75x + 71,48 = 170$$

$$x = \frac{170 - 71,48}{2,75} = \frac{98,52}{2,75} = 35,82$$

سرفوزر بگندید

محمد مهر

09213102271 - 09125102271 - @moharrammahdi

تهران

پانزدهم آبانماه سال 1399