

مجموعه تمام سوالات امتحان هماهنگ کشوری فصل پنجم ریاضی (۳) تجربی از سال ۹۷  
تا شهریور ۴۰۰

1/5	اگر نقطه $(2,1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد. مقادیر $b$ و $d$ را به دست آورید. (خرداد ۴۰۰)	1
2/25	تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید: (خرداد ۹۹) الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f$ در بازه $[0,3]$ در صورت وجود به دست آورید.	2
1	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم $\gamma$ باشد. مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید. (خرداد ۹۸)	3
1/5	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1,3]$ به دست آورید. (خرداد ۹۸)	4
1/5	تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه های اکیدا صعودی و در کدام بازه نزولی است؟ (شهریور ۴۰۰)	5
1	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر ۳- باشد مقادیر $a$ و $b$ را بیابید. (شهریور ۹۹)	6
1/5	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 7$ را در بازه $[-1,3]$ در صورت وجود به دست آورید. (شهریور ۹۹)	7

2	<p>الف) جدول تغییرات تابع <math>f(x) = x^3 - 3x + 4</math> رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن ها را در صورت وجود مشخص کنید.</p> <p>ب) اکسترمم های مطلق تابع <math>g(x) = x^3 + 2x - 5</math> را در بازه <math>y</math> و در صورت وجود تعیین کنید. (شهریور ۹۸)</p>	8
2	<p>در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. (دی ۹۹)(دی ۹۸)</p> $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$	9
2	<p>الف) جدول تغییرات تابع <math>f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x</math> را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید.</p> <p>ب) نقاط بحرانی تابع و اکسترمم مطلق این تابع را در بازه <math>[-1, 3]</math> مشخص کنید. (دی ۹۷)</p>	10
1	<p>اگر محیط یک مستطیل ۲۴ سانتی متر باشد. طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکزیمم شود. (دی ۹۷)</p>	11
1	<p>نشان دهید در بین تمام مستطیل های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیش ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد. (دی ۹۹)</p>	12
1/5	<p>در بین تمام مستطیل هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید. (خرداد ۴۰۰)</p>	13

1/5	<p>14 هر صفحه مستطیل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ۳۲ سانتی متر مربع خواهد بود. هنگامی طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایین هر صفحه ۲ سانتی متر و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتیمتر در نظر گرفته شوند. صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد. (خرداد ۹۹)</p>	14
1/25	<p>15 ورقه فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه ی آن مربع های کوچک به ضلع <math>x</math> برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه <math>x</math> بر می گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود مقدار <math>x</math> چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد. (خرداد ۹۸)</p>	15
1/5	<p>16 دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها <u>۱۰</u> باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (شهریور ۴۰۰) (دی ۹۸)</p>	16
1/25	<p>17 دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها <u>۲۰</u> باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (شهریور ۹۹)</p>	17
1	<p>18 دو عدد حقیقی <math>a</math> و <math>b</math> طوری بیابید که داشته باشیم <math>2a + b + 60</math> و حاصلضرب آنها بیشترین مقدار ممکن گردد. (شهریور ۹۸)</p>	18

پاسخنامه

1/5	$\underbrace{f'(2) = 0 \rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3}_{\cdot/5}$ $\underbrace{f(2) = 1 \rightarrow 4b + d = -7}_{\cdot/5}$ $\underbrace{-12 + d = -7 \rightarrow d = 5}_{\cdot/5}$	صفحه ۱۱۲ 1																											
2/25	$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12$ <table border="1" data-bbox="792 604 1377 840"> <tr> <td><math>x</math></td> <td></td> <td>-1</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td></td> <td>-</td> <td>•</td> <td>+</td> <td>•</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td></td> <td></td> <td>-16</td> <td>11</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>min</td> <td>max</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>(ب) هر مورد ۰/۲۵ نمره صفحه ۱۱۲</p> $f(0) = -9, f(2) = 11, f(0) = 3 \Rightarrow \max = 11$	$x$		-1		2		$f'$		-	•	+	•	-	$f$			-16	11						min	max			الف) 2
$x$		-1		2																									
$f'$		-	•	+	•	-																							
$f$			-16	11																									
			min	max																									
1	$\underbrace{f'(x) = 2ax + b \rightarrow 0 = 2a + b \rightarrow b = -2a}_{\cdot/25}$ $f(1) = 7 \rightarrow \underbrace{7 = a + b \rightarrow a = -7, b = 14}_{\cdot/75}$	صفحه ۱۱۲ 3																											
1/5	$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \rightarrow f'(x) = x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \notin [-1, 3] \\ x = 1 \end{cases}$ $f(1) = -7, f(-1) = 13, f(3) = 45$	<p>(-1 و 7) مینیمم مطلق و نقطه (3 و 45) ماکزیمم مطلق است (هر قسمت ۰/۲۵) صفحه ی ۱۱۱</p>																											

1/5

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

صفحه ی ۱۱۲

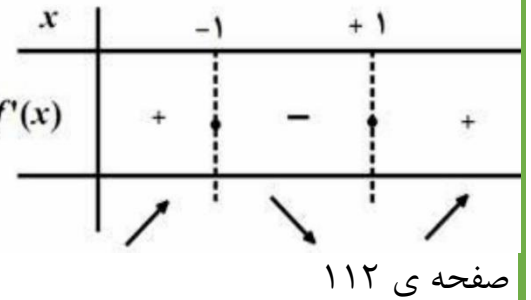
صفحه ی ۱۱۲

صفحه ی ۱۱۲

۰/۲۵

۰/۲۵

تکمیل جدول (۰/۲۵) 5



1

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$f(1) = -3 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -6$$

صفحه ی ۱۱۲

6

1/5

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 9 \quad f(1) = 5 \quad f(3) = 25 \quad \max = (3, 25) \quad \min = (1, 5)$$

صفحه ۱۱۱

7

2

$$f(x) = x^3 - 3x + 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$x$	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		+		-
		↗		↘
$f(x)$				↗
		۶	۲	

نقطه ی (2 و 1) مینیمم نسبی

و نقطه ی (6 و -1) ماکزیمم نسبی است.

(۰/۱۵)

۰/۲۵

الف) 8

2

$$g(x) = x^2 + 2x - 5 \Rightarrow g'(x) = 2x + 2 \neq 0$$

$$g(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 5 = 4 - 4 - 5 = -5 \Rightarrow \min$$

$$g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \Rightarrow \max \rightarrow 0/25$$

(ب)

صفحه ی ۱۱۲

8

2

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

تکمیل جدول یک نمیره

$x$		-3	1	
$f'$	+	•	•	+
$f$		↗	↘	↗
		17	-15	
		max	min	

9

2

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

0/5

$x$		-2	1	
$f'$	+	•	•	+
		↘	↗	
		Max	min	

$$f(1) = 7, f(2) \notin [-1, 3], f(-1) = 13, f(3) = 45$$

$$\min = (1, -7), \max = (3, 45)$$

و نقطه (7 - 1) نقطه بحرانی است (0/25)

(الف) 10

(ب)

1	$\underbrace{2x + 2y = 24 \rightarrow x + y = 12 \rightarrow y = 12 - x}_{\cdot / 25}$ $\underbrace{s(x) = 12 - 2x = 0}_{\cdot / 25} \rightarrow x = 6, y = 6$ <p style="text-align: right;">صفحه ۱۱۹</p>	11
1	$\underbrace{f = xy \Rightarrow f(x) = x(7 - y) = -x^2 + 7x \rightarrow f'(x) = -2x + 7}_{\cdot / 5}$ $\rightarrow x = \frac{7}{2}, y = \frac{7}{2}$ <p style="text-align: right;">صفحه ی ۱۱۴</p>	12
1/5	$\underbrace{y = 7 - x}_{\cdot / 25} \rightarrow \underbrace{s = (y)(x) = 7x - 7x^2}_{\cdot / 5} \rightarrow \underbrace{s'(x) = 7 - 2x}_{\cdot / 25}$ $\rightarrow \underbrace{x = 3/5}_{\cdot / 25} \underbrace{y = 19/5}_{\cdot / 25}$ <p style="text-align: right;">صفحه ۱۱۴</p>	13
1/5	$\underbrace{xy = 32}_{\cdot / 25} \rightarrow \underbrace{f(x) = (y + 2)(x + 4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x}_{\cdot / 25} \rightarrow \underbrace{f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0}_{\cdot / 25}$ $\rightarrow \underbrace{x = 8}_{\cdot / 25}, \underbrace{y = 4}_{\cdot / 25}$ <p style="text-align: right;">ابعاد صفحه: ۱۲ ضربدر ۶ (۰/۲۵) نمره)</p>	14
1/25	$\underbrace{v(x) = (1 - 2x)^2 \times x = x - 4x^2 + 4x^3}_{\cdot / 5}$ $\underbrace{v'(x) = 1 - 8x + 12x^2 = 0}_{\cdot / 5} \rightarrow x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{6}$ <p style="text-align: right;"><math>x = \frac{1}{6}</math> قابل قبول است. (۰/۲۵) نمره)</p>	15

1/5	$\underbrace{y = 1 \cdot + x}_{\cdot / \Delta} \rightarrow \underbrace{p = (y)(x) = 1 \cdot x + x^2}_{\cdot / \Delta} \rightarrow \underbrace{p'(x) = 1 \cdot + 2 \cdot x = \cdot}_{\cdot / \Delta}$ $\rightarrow \underbrace{x = -\Delta, y = +\Delta}_{\cdot / \Delta}$	16 صفحه ی ۱۱۴
1/25	$\underbrace{a - b = 2 \cdot \Rightarrow a = b + 2 \cdot}_{\cdot / \Delta}$ $\underbrace{f(b) = b(b + 2 \cdot)}_{\cdot / \Delta} \Rightarrow \underbrace{f'(b) = 2b + 2 \cdot = \cdot}_{\cdot / \Delta} \quad \underbrace{b = -1 \cdot}_{\cdot / \Delta}, \underbrace{a = +1 \cdot}_{\cdot / \Delta}$	17 صفحه ی ۱۲۰
1	$\underbrace{2a + b = 6 \cdot \Rightarrow b = 6 \cdot - 2a \Rightarrow ab = a(6 \cdot - 2a) = 6 \cdot a - 2a^2}_{\cdot / \Delta}$ $\underbrace{(ab)' = 6 \cdot - 4a = \cdot \Rightarrow a = 1.5 \Rightarrow b = 6 \cdot - 2 \times 1.5 = 3 \cdot}_{\cdot / \Delta}$	18 صفحه ی ۱۱۹