

Subject:

Year: Month: Day: ()

یادآوری 8

2: اتحاد مربع $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4: اتحاد فرج $\Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

6: اتحاد جمله وسطی $\Rightarrow (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + a.b$

مثال 8

حاصل اتحادهای زیر را بدست آورید.

12: $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

14: $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

16: $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(\frac{1}{\sqrt{2}}b) + (\frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = 2 + 2b + \frac{b^2}{2}$

18: $(\sqrt{2} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 2 - 2$

20: $(x+7)(x+3) = x^2 + 7(x) + 12 = x^2 + 7x + 12$

22: $(3x+2)(3x+5) = 9x^2 + 7(3x) + 10 = 9x^2 + 21x + 10$

24: $(x+2)(x-3) = x^2 - 1(x) - 6 = x^2 - x - 6$

riazisara

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$(x-4)(x-2) = x^2 - 9(x) + 20 = x^2 - 9x + 20$$

$$(2x-3)(2x+1) = 4x^2 - 4x - 3$$

$$(x^2+2)(x^2+3) = x^4 + 5x^2 + 6$$

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید

$$9x^2 - 14 = (3x-4)(3x+4)$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} = (x + \frac{1}{4})^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$y^2 + 2y - 10 = (y+2)(y-2)$$

$$9x^2 + 14x + 1 = (3x+4)(3x+1)$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نکات طلایی برای مسائل تجزیه

۱- اگر عبارت دارای دو جمله باشد یعنی مزدوج است.

۲- اگر عبارت دارای سه جمله باشد یا مربع است یا مستطیل.

۳- هر دو جمله دارای توان نباشد اتحاد مربع است و اگر یک جمله دارای توان نباشد ملوکم اتحاد مستطیل است.

(جهت تشخیص اعداد غیر مستطیل در اتحاد مستطیل می توانیم مثلا اولی و عدد حاصله در هر دو طرف را در یکدیگر ضرب کنیم)

۳ می شود

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow \text{اتحاد مربع}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \Rightarrow \text{اتحاد متقابل}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

یادآوری مانتور لیری B

$$x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 11x = x(x^3 + 4x^2 - 7x + 11)$$

$$12x^3 - 11x^2 + 34x^2 + 11x = 11x(2x^2 - x + 3x + 1)$$

$$4x^2(x+3) + 3(x+3) = x+3(4x^2+3)$$

مثال 8

عبارت های جبری زیر را به صورت ساده ترین حالت تجزیم کنید

$$x^4 - 4x^2 = x^2(x^2 - 4) = x^2(x-2)(x+2)$$

$$12x^3(x+4)^2 - 11x^2(x+4)^2 = x^2(x+4)^2(12x - 11) = x^2(x+4)^2(12x - 11)$$

$$4x^2(x+4)^2(x-12) = 4x^2(x+4)^2(x-\sqrt{12})(x+\sqrt{12})$$

نکته 8: بعضی از محاسبات عددی را می توان به کمک اتحادها به راحتی انجام داد. بیای در واقع ساده

کردن محاسبات بی از کاربرد های اتحاد می باشد مثلا به ساده سازی عبارات زیر وقت نبرید

$$(999)^2 = (1000 - 1)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(1) + (1)^2 = 1000000 - 2000 + 1$$

$$2 \quad 99 \times 10^k = (100 - 1)(100 + 1) = (100)^2 - (1)^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$4 \quad (101)^2 = (100 + 1)^2 = (100)^2 + 2(100)(1) + (1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$$

یادآوری

$$10 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$12 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مثال 8

با استفاده از اتحادها حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$18 \quad (2a+1)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(1) + (1)^2 = 4a^2 + 4a + 1 = 4a^2 + 4a + 1$$

$$20 \quad \left(\frac{1}{2}a-2\right)^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}a\right)(2) + (2)^2 = \frac{1}{4}a^2 - 2a + 4$$

$$22 \quad (3a-2b)^2 = (3a)^2 - 2(3a)(2b) + (2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$$

$$24 \quad \left(3a + \frac{1}{2}\right)^2 = (3a)^2 + 2(3a)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 9a^2 + 3a + \frac{1}{4}$$

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()

$$xy^r - 1 = (xy - 1)(xy^r + (xy)(1) + (1)^r) = (xy - 1)(xy^r + xy + 1)$$

$$xa^r + 1 = (xa + 1)((1)xa^r + (xa)(1) + (1)^r) = (xa + 1)(xa^r + xa + 1)$$

$$t^r - \frac{1}{k} = (t^r)^k - (\frac{1}{k})^k = (t^r + \frac{1}{k})(t^r)^{k-1} + (t^r)^{k-2}(\frac{1}{k}) + \dots + (t^r)(\frac{1}{k})^{k-2} + (\frac{1}{k})^{k-1} = (t^r - \frac{1}{k})(t^r + \frac{1}{k} + \frac{t^r}{k} + \frac{1}{k})$$

$$a^r + 1 = a^r - r^r = (a - r)(a^r + ra + r^2 + \dots + r^{r-1})$$

تاریخ چند جمله ای 8

$$x^2 + 11x - x^4, 2x, 12$$

دارای رادیکال نباشد.

عبارت های لویانه

لترهایی صورت و مخرج آن ها چند جمله ای باشند عبارت های لویانه هستند. (در صورت مخرج لتری)

پس از ساده شدن چند جمله ای نباشد یعنی x دارای رادیکال باشد در این صورت آن عبارت لویانه است

$$\frac{x^2 - 11x + \sqrt{4}}{2x - 1} \checkmark$$

$$\frac{2\sqrt{x} - 12}{x + 4x^2} \times$$

نکته

در تمامی عبارت های لویانه مخرج نباید صفر شود یعنی ریسیم مخرج نمی تواند جواب ما باشد **مثلا**

$$\frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

یعنی ما مجاز نیستیم به x عدد چهار بدسیم زیرا در این صورت مخرج لتری صفری شود در صورتی که مخرج

باید صفر نرود

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$\frac{dx}{dx} = \frac{dx}{x} \text{ و } \frac{4x^2}{dx} = \frac{4x^2}{x} \text{ و } \frac{4x^2}{dx^2} = \frac{4}{dx^2}$$

سهاده کردن عبارات دوباره

برای این که بتوانیم عبارات فوق را ساده کنیم باید صورتها و مخرج را به ساده ترین حالت ممکن در آوریم

و سپس عبارات های مشترک را حذف کنیم

مثال

عبارت های زیر را ساده کنید

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x+1}$$

$$\frac{4x^2 - 9}{4x^2 + 12x + 9} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+3)(2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+3}$$

$$\frac{x^2 - 12x + 1}{2x^2 - 12x + 18} = \frac{x(x-1)(x+2)}{2(x-2)^2} = \frac{x(x-1)(x+2)}{2(x-2)^2}$$

$$\frac{4x(x+2) - 4x(x+2)}{x^2 - 14x^2} = \frac{4x^2(x+2) - 4x^2(x+2)}{x^2(x^2 - 14)} \Rightarrow \frac{4x^2(x+2) - 4x^2(x+2)}{x^2(x^2 - 14)} \Rightarrow \frac{4x^2(x+2) - 4x^2(x+2)}{x^2(x^2 - 14)}$$

$$\frac{-4x^2 - 12x^2 - 4x^2 + 4x^2(x+2)}{x^2(x-2)(x+2)(x+2)}$$

لا تفرین کتاب صفحہ ۱۱

۱۔ با استفادہ از اتحاد ہا حاصل عبارت های زیر را بسازید.

$$(x-1)^r = x^r - rx^{r-1}$$

$$\left(y + \frac{1}{y}\right)^r = y^r + \frac{r}{y}y^{r-1} + \frac{1}{y^2}$$

$$\left(x - \frac{a}{x}\right)^r = x^r - \frac{ra}{x} + \frac{a^2 r^2}{x^2}$$

$$(x^2 - \frac{1}{x})^r = x^{2r} - rx^{2r-1} + \frac{1}{x}x^{2r-2}$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{b}{x}\right)^r = \frac{1}{x^r} + \frac{rb}{x^{r+1}} + \frac{r^2 b^2}{x^{r+2}} + \frac{b^r}{x^r}$$

۲۔ با استفادہ از اتحاد ہا در سمت های مختلف میں عبارت مناسب بنیادیں.

$$(a + \sqrt{x})^r = a^r + ra\sqrt{x}^{r-1}$$

$$(1 - rx)^r = 1 - rx + \frac{r^2 x^2}{2}$$

$$(\sqrt{x} + x)^r = r\sqrt{x}^{r-1} + \frac{r^2}{2}x + r\sqrt{x}^{r-2}x^2 + \dots$$

۳۔ ہم لکھ اتحاد ہا عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1^2 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$1 + 2^r = (1 + 2)(1 - 2 + 2^r)$$

$$x - x^4 = x^2(x^2)^2 - x^2 = x^2(x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$9x^r - 4x + 1 = (3x - 1)^2$$

$$25x^r + 25 + 9 = (5x + 3)(5x + 1)$$

$$9x^r + 12 + 12 = (3x + 2)(3x + 2)$$

4. لذاتیب از عبارات های زیر نشان دهید که اتحاد همبصری است یا اتحاد خاصه (طبق دو جمله ای است)

$$(4x + 5)(9x^r - 20x + 15), (x + 2)(x^r - 2x + 4), (4x + 9)(14x^r + 49x + 9), (7x - 2)(7x^r + 14x + 4)$$

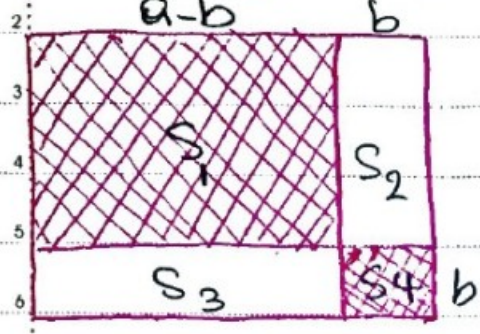
5. عبارات های مجری را بر اساس ساده ترین حالت ها تجزیه کنید.

$$(12x^9)(x^r + 5)^3 - 10x^k(x^r + 5)^k = 2x^k(x^r + 5)^k(4x^2 - 5(x^r + 5)) = 2x^k(x^r + 5)^k(x^2 - 5 - 5x^r) = 2x^k(x^r + 5)^k(x^2 - 5x^r - 5)$$

$$(x - 5)(x + 5)$$

$$x^4 - 42x^2 + 49 = x^2(x^2 - 42 + 49x^{-2}) = x^2(x^2 - 7)^2 = x^2(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$$

6. مربع وجود را به اندازن ضلع a است در نقطه بلبر هر دو فرسین لینه مساحت آنی برابر با a است ضلع a را به دو پاره خط $a-b$ و b تقسیم کنید و طول یکی را a در نقطه بلبر بدید.



الف) مساحت های S_1, S_2, S_3 و S_4 را بدست آورید.

- 7. $S_1 =$
- 8.
- 9. $S_2 =$
- 10.
- 11. $S_3 =$
- 12.
- 13. $S_4 =$

ب) مساحت S را بر حسب مساحت های S_1, S_2, S_3 و S_4 بدست آورید.

پ) اتحاد مربع توجه ای را از سمت «ب» نتیجه بلبر بدید.

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

7. با استفاده از اتحادهای نامعین عبارت های عددی زیر را بسازید و بزرگ کنید.

$$(1000)^3 = (1000+1)^3 = 1000000000 + 3000000 + 3000 + 1 = 1003003001$$

$$(999)^3 = (1000-1)^3 = 1000000 - 3(1000)(1) + 3(1000)^2 - 1 = 997002999$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24



یادآوری اتحادها

3 $\Rightarrow (a+b)^2 \Rightarrow a^2 + 2(a)(b) + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4 $\Rightarrow (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ یا $(a+b)(a+b) = a^2 + (1+1)ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

7 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

9 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3 = a^3 + 6a^2b + 3ab^2 + b^3$

12 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)(a^2 + 2ab + b^2)$

یادآوری تلیب های تجزیه نردن (ساد نردن)

1. فاکتورگیری \leftarrow اگر یک عبارت در تمامی جمله ها وجود داشته باشد می توان از آن عبارتی فاکتور گرفت.

2. اگر عبارت فقط دو جمله داشته باشد \leftarrow اتحاد مربع می باشد. اگر بتوان سه باشد \leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

3. اگر عبارت سه جمله داشته باشد \leftarrow انقب \leftarrow دو جمله به صورت توان دو باشد \leftarrow اتحاد مربع است.

ب) اگر فقط یک توان دو وجود داشته باشد \leftarrow اتحاد جمله مشترک است.

4. اگر عبارت دارای چهار جمله باشد دو عدد دارای توان سه باشد \leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

Subject:

Year:

Month:

Day: ()

نکته 8

در عبارات های لویا به ازای ریشه های مخرج آن عبارت لویا تعریف شده می باشد (زیرا مخرج عبارت برابر مخرجی می شود)

مثال \leftarrow به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف شده است. $x-2=0 \Rightarrow x=2$

$$\frac{2x^2 + 19x - 12}{x-2}$$

نکته خنی اینتره

* اگر تعریف عبارت کسر در صورت و مخرج در مخرج وجود داشته باشد یا هم به ازای ریشه مخرج عبارت لویا تعریف شده می باشد

مثال \leftarrow به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف شده است

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+4)}{x-2}$$

عبارت های لویا زیر با ازای چه مقادیری از مقیرها تعریف شده می باشد

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\frac{5}{x^2 + x} \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x^2 - 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

ریاضی جدیدی لیرا به هم علامت مثبت و علامت منفی را قرار دهیم مثلا \leftarrow

$$\frac{2x^2 + 4x + 2}{x^2} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{x^2 + 2x^2 + 2x}{x(x+1)(x+2)} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\frac{x^4 - a^4}{a^4 x^4 - a^4 x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a^4(x^2 - a^2) = 0 \\ a^4 x = 0 \\ x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow x = \pm a \\ x = \pm a \end{cases}$$

جمع و تفریق عبارات کسری و برای جمع و تفریق کردن چند عبارت کسری باید مخرج مشترک بگیریم برای این کار

هر مخرج را به ساده ترین صورت نوشتن و سپس هر جمله آن جمله ای که توان بزرگ تری دارد را برمی آوریم.

مثال ←

حامل عبارت حل زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1) + (x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{x}{x^2+x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{x(x+1) + x(x)}{x(x+1)(x-1)} \Rightarrow x^2 + x = x(x+1) \text{ و } x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2) - (x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 4 - x^2 + 2x + 2x - 2}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-2}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{1}{x^2-8x} - \frac{1+x}{x^2} + \frac{x+7}{x-2} = \frac{x^2 - 8x - (1+x)(x-2) + (x+7)x^2}{x^2(x-2)(x^2+2x+4)} \Rightarrow$$

$$\frac{y+1}{y^2+y-1} + \frac{y-2}{y^2+2y} = \frac{y+1}{y(y+2)(y-1)} + \frac{y-2}{y(y+2)(y-1)} = \frac{y^2+2y+2}{y(y+2)(y-1)} \Rightarrow y^2+y-2 = (y+2)(y-1)$$

$$y^2 + 2y = y(y+2)$$

$$\frac{F+x^2-2x}{x+x} - \frac{x-2}{1} = \frac{F+x^2-2x-x(x+2)-2(x+x)}{x+x} = \frac{F+x^2-2x-x^2-2x-2x-2x}{x+x} = \frac{-4x}{x+x}$$

Subject:
Year: Month: Day: ()

$$\frac{x^2 + 1}{x - 1} - \frac{d}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \Rightarrow \frac{(x^2 + 1)(x + 1) - 1 - (x^2 - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{\cancel{x^2 + 1} + \cancel{x^2 + 1} - 1 - \cancel{x^2 + 1} - \cancel{x^2 + 1}}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \frac{1 \cdot x - 1}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{0 + (x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{d}{x + 1}$$

$$\frac{x + 1}{x - 1} - 1 = \frac{x + 1 - (x - 1)}{x - 1} = \frac{\cancel{x} + 1 - \cancel{x} + 1}{x - 1} = \frac{2}{x - 1}$$

$$\frac{1}{m} + 1 = \frac{-1 + m}{m} = \frac{m}{m} = 1$$

2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24



Subject:

Year: Month: Day: ()

یادگیری اتحادها

$$(a+b)^r = a^r + r a^{r-1} b + b^r$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + \dots \therefore (a+b)(x) + ab$$

$$(a+b)^r = a^r + r(a^{r-1}(b) + r(a)(b^{r-1}) + b^r$$

$$a^r - b^r = (a-b)(a^{r-1} + ab^{r-2} + b^{r-1})$$

$$a^r + b^r = (a+b)(a^{r-1} - ab^{r-2} + b^{r-1})$$

معادله و مسائل توصیفی

معادله درجه اول \Leftarrow هر معادله به صورت $(ax + b = 0)$ را معادله ی درجه اول گویند.

زیر آن a یک می باشد (بر آن a نوشته می شود معادله درجه اول است).

مثال ۴ $2x - \frac{1}{4} = 4$ و $x - 12 = 0$ و $2x + 4 = 0$ و $ax + b = 0$

روش حل معادله درجه اول \Leftarrow تمامی مجهولات (x) ها را به یک سمت تساوی و تمامی عدد ها را به

سمت دیگر تساوی می بریم و پس معادله را حل می کنیم یعنی x را می یابیم.

مثال ۵ \Leftarrow حاصل معادلات زیر را بدست آورید.

$$2x + 4 = 0 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$$

$$2x - 4 = 9 \rightarrow 2x = 9 + 4 = 2x = 13 \rightarrow x = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$4x + 3 = 9x - 12 \rightarrow 4x - 9x = -12 - 3 \rightarrow -5x = -15 \rightarrow$$

$$x = \frac{-15}{-5} = 3$$

هر عددی که از عبارات زیر با هم می‌تواند تبدیل آید.

الف) عددی باید به آن برابر آن ۲ برابر آن ۳ برابر آن عدد ۲ باشد.

$$2 = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow 4 - 2 = 2 \rightarrow 5x - 4 = 2 \rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$$

ب) مربع عددی برابر با همان عدد است. مربع دیگری به توان ۲

$$x^2 = 9x$$

ج) نیمی از سه عددی بیان ۳ سال بزرگتر است. اگر حاصل ضرب سن این دو ۹۵ باشد سه عددی را چه چیز میزند

سال دارو ۸

$$x(x-3) = 14 \quad \begin{cases} x \Rightarrow \text{سن نیا} \\ x-3 \Rightarrow \text{سن کون} \end{cases}$$

معادله‌ی درجه دوم

یک معادله درجه دوم می‌تواند دارای دو ریشه حقیقی و یک ریشه مجازی یا دو ریشه حقیقی و یک ریشه مجازی یا دو ریشه مجازی باشد.

مثال

$$ax^2 + bx + c = 0$$

معادله استاندارد درجه دوم

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

$$x - x_2 = 0 \rightarrow x = x_2$$

مثال

$$(x - 2)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

(معادله درجه دوم ضرایب صحیح)

$$(x - x_1)^2 = 0 \rightarrow x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

مثال

$$(x - 2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

نکته

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$(n \ominus n_1)(n \ominus n_2) = 0$$

عادلۀ درجہ دومی بنویسید به رسمے های آن n_1 و n_2 باشد

$$(n \ominus n_1)^2 = 0$$

عادلۀ درجہ دومی بنویسید به دلاری رسمے مضاعف n_1 باشد

مثال

$$(n+2)(n+4) = 0$$

عادلۀ درجہ دومی بنویسید به رسمے های آن -2 و -4 باشد

$$(n-5)^2$$

عادلۀ درجہ دومی بنویسید به دلاری رسمے مضاعف 5 باشد

روش حل معادلات درجہ دوم به روش تجزیه ای است

در این روش تمامی عبارات را به سمت مساوی آورده و با استفاده از تجزیه و فاکتورگیری آن ها، آن ها را

ساده کرده (یعنی به درون پرانتز می بینیم) سپس جواب را می یابیم

عوامل عدالت زیر را بدست آورید

$$x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \vee x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4, 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\frac{x^2}{x} = x \Rightarrow \frac{x^2}{x} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x}{x} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{x}{x} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \times 1 = 1 \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x - 4) = x^2 - 4 \Rightarrow (x+2)(x-2) - (x-4) = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \Rightarrow x=4 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

نتیجه

✓
 اگر معادله درجه یک باشد ۱) حاصل جمع و عدد ثابت تغییر نمی کند و در حل به هر حلیم تا آخر داخلی می رسم

✓
 اگر معادله درجه دو باشد تمام عدوتها را به یک سمت تساوی برده و سپس به کمک مابعدگیری و یا اتحادها معادله را

حل می رسم

نام و نام خانوادگی

معادلات به فرم $k = (n-1)^2$ می توان با توجه به مقدار k حاصل را به صورت زیر بررسی کرد.

الف) $k > 0 \Rightarrow$ ^{چیز مثبتی} $(k \text{ عدد مثبت است}) \rightarrow n-1 + \sqrt{k}$

$(n-1)^2 = 4 \xrightarrow{\text{باز}}$ $(n-1) = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} n-1=2 \Rightarrow n=3 \\ n-1=-2 \Rightarrow n=-1 \end{cases}$

ب) $k = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \rightarrow (n-1) = 0 \rightarrow n = 1$

ج) $k < 0 \Rightarrow$ $(k \text{ عدد منفی است}) \rightarrow (n-1)^2 = -2$ جواب ندارد. X

۱. معادله‌های زیر را حل کنید.

۴) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow (x^r - 1) = 0 \Rightarrow x^r - 1 = 0 \Rightarrow x^r = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

۶) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1 = (x+1)(x-1) - (x-1) = 0 \Rightarrow (x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$

۸) $x^k - 2x^r = 0 \Rightarrow x^r(x^{\frac{k}{r}} - 2) = 0 \Rightarrow x^r = 0 \Rightarrow x = 0, x^{\frac{k}{r}} - 2 = 0 \Rightarrow x^{\frac{k}{r}} = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt[r]{2}$

۱۰) $x^r = x - \frac{1}{x} \Rightarrow x^r - x + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x(x^{r+1} + 1) = x(x - \frac{1}{x}) \Rightarrow x = 0 \text{ و } x - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{x}$

۱۲) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow x(x^{r-1} - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } x^{r-1} - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

۱۴) $x^r - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 1, 4$

۱۶) $\frac{x^r}{r} = x \Rightarrow \frac{x^r}{r} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x^{r-1}}{r} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ \frac{x^{r-1}}{r} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^{r-1}}{r} = 1 \Rightarrow x^{r-1} = r \Rightarrow x = \sqrt[r-1]{r} \end{cases}$

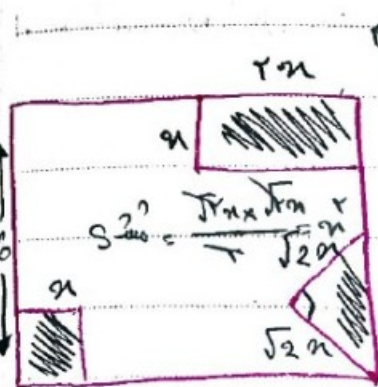
۱۸) $x^r = 5 - x^r \Rightarrow x^r + x^r = 5 \Rightarrow 2x^r = 5 \Rightarrow x^r = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \sqrt[r]{\frac{5}{2}}$

۲۰) $x^r + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$

۲۲) $x^r + 3x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 1, -2$

۲۴) $(x-1)^r = 1 \Rightarrow (x-1)^r - 1 = 0 \Rightarrow x-1 = 1 \Rightarrow x = 2, x = 0$

2. از فریبی به ضلع 6cm یک مثلث بر ببر و بریده شد است. مساحت بقی ماند 24 cm^2 است. طول ضلع درج بر ببر شده



مساحتی ماند $S_{\text{باقی ماند}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{مثلث}}$

$S_{\text{باقی ماند}} = S_{\text{مربع}} + S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{مثلث}}$

$x^2 + 2x^2 + \frac{1}{2} \cdot x \cdot x = 24$

$3x^2 + \frac{1}{2}x^2 = 24 \rightarrow \frac{7}{2}x^2 = 24 \rightarrow x^2 = \frac{48}{7} \rightarrow x = \sqrt{\frac{48}{7}}$

3. معادله درجه دومی بنویسید که 2 و 3 دو جواب های آن باشد. این معادله منجمد است.

$(x-2)(x-3) = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

4. معادله درجه دومی بنویسید که 1 و 11 ریشه مضاعف آن باشد. این معادله منجمد است.

$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

5. در معادله $x^2 + kx - 8 = 0$

الف) جواب این معادله در صورت وجود از 2 باشد، $k=4$ ، $k=0$ ، $k=9$ و k بدست آورید.

$(x-1)^2 = 2 \rightarrow x-1 = \pm\sqrt{2} \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

$(x-1)^2 = 4 \rightarrow (x-1) = \pm 2 \rightarrow x = 1 \pm 2 = 3, -1$

1. $(x-1)^2 = 0 \quad x = 1$

3. $(x-1)^2 = -9$ جواب ندارد

ب) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه مضاعف دارد؟ صفر

پ) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی دارد؟ به ازای $k \geq 4$

ت) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی ندارد؟ به ازای $k < -1$



طریقات درج دوم بالاستفاده از روش مربع کامل
 ضرب در ۲ و برعکس ا باشد

$$x^2 - 2x + 9 = 0 \rightarrow x^2 - 2x = -9 \rightarrow (x^2 - 2x + \frac{4}{4}) = (-9 + \frac{4}{4}) \rightarrow (x - \frac{2}{2})^2 = \frac{-4 + 4}{4}$$

\downarrow
 $-\frac{2}{2}$
 $\frac{4}{4}$
 بر طرف ۲ برسان

$$x - \frac{2}{2} = \pm \frac{1}{2} \rightarrow -9 + \frac{4}{4} = \frac{4x - 2d}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{2}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$\frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 $\frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow 2(x^2 + \frac{3}{2}x - 1) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0 \rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = 1$$

\downarrow
 $\frac{9}{4}$
 $\frac{9}{4}$

$$(x + \frac{3}{4})^2 = \frac{17}{4} \rightarrow x + \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2} \rightarrow x = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$
 $\frac{17}{4} = \frac{17}{4}$

عادله های درجه دوم زیر را به روش متغیر کامل کنید.

الف) $x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 5x = -4 \rightarrow (x^2 - 5x + \frac{25}{4}) = \frac{25}{4} - 4 \rightarrow (x - \frac{5}{2})^2 = \frac{9}{4} \rightarrow$
 $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{3}{2} \rightarrow -4 + \frac{25}{4} = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{25 - 16}{4} = \frac{9}{4} \rightarrow x = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$

$\rightarrow 9x^2 + 4x - 2 = 0 \rightarrow 9(x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9}) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{6})^2 - \frac{1}{36} - \frac{2}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{6})^2 = \frac{5}{12} \rightarrow$
 $x + \frac{1}{6} = \pm \sqrt{\frac{5}{12}} \rightarrow x = -\frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{5}{12}}$

ب) $x^2 + 4x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x = -9 \rightarrow (x^2 + 4x + 4) = -9 + 4 \rightarrow (x + 2)^2 = -5 \rightarrow$
 $x + 2 = \pm \sqrt{-5} \rightarrow x = -2 \pm i\sqrt{5}$

ج) $x^2 + 4x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x = -9 \rightarrow (x^2 + 4x + 4) = -9 + 4 \rightarrow (x + 2)^2 = -5 \rightarrow$
 $x + 2 = \pm \sqrt{-5} \rightarrow x = -2 \pm i\sqrt{5}$

حل معادلات درجه دوم بر روش بی (دلتا)

فرم بی معادلات درجه دوم نوع به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد که با توجه به مقادیر a, b, c بتوان

تعداد ریشه ها و همچنین مقدار ریشه های ما را بدست آورد. درود برای این کار ابتدا باید دلتا معادله را بدست آوریم

نقل رصیم

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مثال ۴

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

$$2x^2 - 1 + 4x = 0 \rightarrow x^2 - 4(2)(-1) = 16 + 4 = 20$$

$$1) \Delta > 0 \rightarrow \text{معادله دو ریشه دارد} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$2) \Delta = 0 \rightarrow \text{معادله یک ریشه دارد} \rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

$$3) \Delta < 0 \rightarrow \text{معادله بی ریشه دارد}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

حل سوال 8

معادلات زیر را به روش Δ حل کنید.

$$x^2 + 2x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(2) = 4 - 8 = -4 < 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{2 + \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 + 2i}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{2 - \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 - 2i}{2}$$

$$x^2 + \sqrt{2}x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 2 - 4(1)(-2) = 2 + 8 = 10 > 0 \rightarrow \text{ریشه دارد}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2} = -\sqrt{2}$$

$$x^2 + x + \sqrt{2} = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2} < 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

معادلات زیر را بر روش Δ حل کنید.

الف) $2x^2 + 4x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 16 - 4(2)(-1) = 44$ $\Delta > 0$ دو ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{44}}{4} \quad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4} \quad \frac{-11}{1} = -11$$

ب) $4x^2 + 2x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(4)(-1) = 30$ $\Delta > 0$ دو ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{30}}{8} = \frac{-2 + 1}{4} = \frac{-1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{30}}{8} = \frac{-2 - 1}{4} = \frac{-3}{4}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

۱. معادله‌های درجه دوم زیر را حل کنید.

1) $x^2 - x + 2 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(1)(2) = 1 - 8 = -7 < 0$ ریشه ندارد.

2) $2x^2 + x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ دو ریشه دارد.

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

3) $kx^2 - kx + 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(k)(1) \rightarrow 14 - 4k = 0$ یک ریشه دارد.

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{k}{k} = \frac{1}{1} = 1$

4) $x^2 + 17x - 18 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 289 - 4(1)(-18) = 289 + 72 = 361 > 0$ دو ریشه دارد.

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 + \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 + 19}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 - \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 - 19}{2} = \frac{-36}{2} = -18$

5) $2x - 9x + 150 \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - F(F)(F) = 1 - 4A = -4V$ مقادیر مثبت دارد

6) $9x^2 + \sqrt{3}x - 150 \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 9 - F(1)(-1) = 9 - (-F) = 9 + F = V > 0$ مقادیر مثبت دارد

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{V}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{V}}{2}$$

2. معادله $2x^2 - 3x - 5 = 0$ را بر روی Δ حل کنید با مناسبی روشی $2x^2 - 3x - 5 = 0$ و جواب مرتب آن را بنویسید.

درست است

$x^2 - 2x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - F(1)(-5) = 4 - (-F) = 4 + F = 9 > 0$ دو جواب دارد

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{2 \pm 3}{2} = \frac{5}{2} = \frac{a}{F}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{9}}{2} = \frac{2 - 3}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{a}{F}$$

$$x_{1,2} = \frac{a}{F} x - \frac{a}{F} r - \frac{a}{F}$$

این جنبی مهم تر

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ می توان روابط زیر را بدست آورد.

(1) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد $(a+b+c=0)$ یک ریشه مساوی 1 و ریشه دیگر آن $-\frac{c}{a}$ می باشد

مثال \leftarrow $2x^2 + 5x - 7 = 0 \rightarrow$ مجموع ضرایب $= 0$ $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-7}{2}$

(2) اگر رابطه $a+c=b$ در این صورت یک ریشه معادله (-1) و ریشه دیگر آن $(-\frac{c}{a})$ می باشد

مثال \leftarrow $x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow a+c=b$ $x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$

(3) مجموع دو ریشه این معادله برابر است با $(-\frac{b}{a})$ $(x_1 + x_2 = -\frac{b}{a})$

مثال \leftarrow $2x^2 + 4x - 12 = 0 \rightarrow$ مجموع ریشه ها $= -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{4}{2}$

(4) حاصل ضرب ریشه ها در این معادله برابر است با $(\frac{c}{a})$ $(x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a})$

مثال \leftarrow $2x^2 + 4x - 12 = 0$ حاصل ضرب ریشه ها $\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{-12}{2} = -6$

این نکته

ریشه های معادله در خود معادله صدق می کند یعنی اگر جواب معادله را به داده باشند می توانیم آن جواب را در

خودتان را قرار دهید.

مثال ۴ ← دارای جواب ۴ می باشد ✓

جواب عدد این معادله را بدست آورید.

$$2(x-4)^2 - a(x-4) + 11 = 0 \rightarrow 2x^2 + 4ax + 11 = 0 \rightarrow 4x + 4a = 0$$

$$4a = -4x \rightarrow a = \frac{-4x}{4} = -x$$

حال به a پیدا شد معادله را بسط می دهیم و از روش Δ به دست می آوریم

$$2x^2 + 4ax + 11 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 22a - 4(2)(11) = 22a - 22 \times 4 = 17a$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-14 + \sqrt{17a}}{4} = \frac{-14}{4} = \frac{-7}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-14 - \sqrt{17a}}{4} = \frac{-14}{4} = \frac{-7}{2}$$

مثال ۵ ←

تعداد جواب از معادله های زیر از کجای هر معادله معلوم می باشد و دلای جواب های حقیقی می باشد؟

Subject:

Year: Month: Day: ()

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$1 \quad \text{الف) } x^2 + 9x - 1 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 81 - 4(1)(-1) = 85 \quad \text{میانگین عددهای اول صحیح و زوج}$$

جواب دارد

$$3 \quad \text{ب) } x^2 - x + 9 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(9) = -35 \quad \text{مجموع بزرگتر از صفر نیست پس هیچ جواب ندارد}$$

عبارات لویا

نحوه حل عبارات لویا

تمامی عبارات را به یک سمت تساوی می آوریم

معجز مشترک می گیریم

و پس فقط صورت اعدادی مشترک قرار می دهیم

تذکره: اگر در معادله دو سمت درجه یک معجز هم باشد آن را به صورت دوقبول بنویس

مثال

ریشه معادلات زیر را بیابید (معادلات زیر را حل کنید)

معادله را به صورت زیر بنویس

$$\frac{1}{n-2} - \frac{2(n-1)}{n-2} = 2 \rightarrow \frac{1}{n-2} - \frac{2(n-1)}{n-2} - 2 = 0 \rightarrow \frac{1 - 2(n-1) - 2(n-2)}{n-2} = 0$$

$$1 - 2n + 2 - 2n + 4 = 0 \rightarrow 7 - 4n = 0 \rightarrow \sqrt{4n} = \sqrt{7} \rightarrow \sqrt{n} = \frac{\sqrt{7}}{2} \rightarrow n = \frac{7}{4} = n - 2 \rightarrow n = \frac{7}{4} + 2 = \frac{15}{4}$$

$$\frac{n-2}{n-2} + \frac{n-1}{n+2} = \frac{n^2-4n+5}{n^2-n-2} = \frac{n-2}{n-2} + \frac{n-1}{n+2} - \frac{n^2-4n+5}{n^2-n-2} = 0 \rightarrow \frac{(n-2)(n+2) + (n-1)(n-2) - (n^2-4n+5)}{(n-2)(n+2)}$$

$$(n-2)(n+2) + (n-1)(n-2) - (n^2-4n+5) = 0 \rightarrow n^2 + 2n - 4 + n^2 - 4n + 2 - n^2 + 4n - 5 = 0 \rightarrow n^2 - 2n - 7 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} n-2 &= 0 \rightarrow n=2 \\ n+2 &= 0 \rightarrow n=-2 \end{aligned} \right\} \text{ریشه های معادله}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

$$1 + \frac{\Lambda}{n^r} = \frac{F}{n} \rightarrow 1 + \frac{\Lambda}{n^r} - \frac{F}{n} = 0 \rightarrow \frac{(n^r) + \Lambda - F n}{n^r} = 0 \rightarrow n^r - F n + \Lambda = 0 \rightarrow \Delta$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 14 - 4(1)(\Lambda) = 14 - 4\Lambda = -14 < 0 \rightarrow \text{no solution}$$

$$\frac{n-r}{n-r} = \frac{n+1}{n+r} \rightarrow \frac{n-r}{n-r} - \frac{n+1}{n+r} = 0 \rightarrow \frac{(n-r)(n+r) - (n+1)(n-r)}{(n-r)(n+r)} = 0 \rightarrow n-r = 0$$

$$n-r = 0 \Rightarrow n = r \Rightarrow n = \frac{1}{r}$$

$$\frac{rK}{1+m} + 1 = \frac{rK}{1-m} \rightarrow \frac{rK}{1+m} + 1 - \frac{rK}{1-m} = 0 \rightarrow \frac{rK(1-m) + (1+m)(1-m) - rK(1+m)}{(1+m)(1-m)}$$

$$\xrightarrow{\text{Simplify}} m^r - Fm + 1 = 0 \rightarrow (m+d)(m-r) = 0 \begin{cases} m+d = -d \\ m-r = r \end{cases}$$

$$\frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} = 1 - \frac{y-1}{r-y} \rightarrow \frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} - 1 + \frac{y-1}{r-y} = 0 \rightarrow \frac{(y+r)(y^r-9) - (y^r-9) - 1(y+r)(r-y)}{(y+r)(y-r)}$$

$$\frac{(y+r)(y^r-9) + (y-1)(y+r)}{(y+r)(y-r)} = 0 \rightarrow -y^r - ry + 9 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(r)(1) =$$

$$9 + 4\Lambda = 4\sqrt{\Lambda} > 0 \rightarrow \text{no solution}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r + \sqrt{4\Lambda}}{-r}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r - \sqrt{4\Lambda}}{-r}$$

ما در این جزوه حل کردیم

$$\frac{r \cdot n - d}{n + r} = 1 \rightarrow \frac{r \cdot n - d}{n + r} - 1 = 0 \rightarrow \frac{r \cdot n - d - (n + r)}{n + r} \stackrel{=0}{\Rightarrow} r \cdot n - d - n - r = 0$$

$$r \cdot n - d = 0 \quad n = \frac{d}{r} \quad n > +r$$

$$\frac{r \cdot n - r}{n} + \frac{r \cdot n + d}{n + r} = d \rightarrow \frac{r \cdot n - r}{n} + \frac{r \cdot n + d}{n + r} - d = 0 \rightarrow \frac{(r \cdot n - r)(n + r) + (r \cdot n + d)(n) - d(n)(n + r)}{n(n + r)}$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} = n + r \Rightarrow \frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} - (n + r) = 0 \rightarrow \frac{r + n - (n + r)(n + r)}{n + r} \stackrel{=0}{\Rightarrow} r + n + n^2 + r^2 = 0$$

$$r + n - n^2 - d \cdot n - r = 0 \Rightarrow -n^2 - r \cdot n - r = 0 \Rightarrow (n + r)^2 = 0 \quad n + r = 0 \Rightarrow n = -r$$

$$\frac{r^2 - 2rn + r}{n^2 - 2n} - \frac{1 + n}{n} = \frac{n - 1}{n - r} = \frac{r^2 - 2rn + r}{n^2 - 2n} - \frac{1 + n}{n} - \frac{n - 1}{n - r} = 0 \Rightarrow \frac{r^2 - 2rn + r - (n - 1)(n - r)}{n(n - r)}$$

$$\frac{(n - 1)(n)}{n(n - r)} \stackrel{=0}{\Rightarrow} \frac{r^2 - 2rn + r - n^2 + nr + n + r}{n(n - r)} = 0 \Rightarrow -n^2 + r = 0 \Rightarrow n = r \Rightarrow n = +r$$

$$\frac{r}{n - 1} - \frac{r}{n + r} = \frac{r}{n - 1} \Rightarrow \frac{r}{n - 1} - \frac{r}{n + r} - \frac{r}{n - 1} = 0 \Rightarrow \frac{r(n + r)(n - r) - r(n - 1)(n - r) - r(n - 1)(n + r)}{(n - 1)(n + r)(n - r)}$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{r}{n} - 1 - \frac{r}{n} + \frac{r}{n} - \frac{r}{n} - 1 + r = 0 \Rightarrow -r^2 + n - 1 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$1 - r^2 - 1 = -1r = -119 \quad \text{در اینجا}$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{2-x} = \frac{2x-4}{x+2} \Rightarrow \frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{2-x} \cdot \frac{2x-4}{2x-4} \Rightarrow \frac{11 + (-x-2)(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$\frac{-x-2}{2-x}$
 $\frac{2x-4}{2x-4}$
 2-4 = 2-4
 2-4 = 2-4

$$\frac{(2x-4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow 11 - x - 2x - 4 - 2x + 4 - 4 = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x - 1 \Delta \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x - 4 - (-2)(-1) \Rightarrow x - 12 = -1 \left(\text{ریشه اول} \right)$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

مجموع معلوم نوع در نوح طبیعی متوالی برابر است. آن دو عدد را پیدا کنید.

$$\frac{1}{r^n} + \frac{1}{r^{n+1}} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow \frac{1}{r^n} + \frac{1}{r^{n+1}} - \frac{\Delta}{r} = 0 \Rightarrow \frac{1(r^{n+1}) + r^n - \Delta(r)(r^n)}{r^{n+1}}$$

$$4n^2 + 4n - \Delta n^2 - \Delta n = 0 \Rightarrow -\Delta n^2 + 4n + 4n - \Delta n = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 4^2 - 4(-\Delta)(4) \Rightarrow$$

$$144 > 0 \Rightarrow n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{2(-\Delta)} = \frac{-4}{-\Delta}$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2(-\Delta)} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{2(-\Delta)} = r$$

14. $C_n t = -r$ جواب $\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A}$ می باشد k, A را پیدا کنید.

$$\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r(-r)}{r-r(-r)} = \frac{r(-r)^r + k}{((-r)^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r}{1-r} = \frac{r^r+k}{1-4A}$$

$$\frac{r}{1-r} = \frac{r^r+k}{1-4A} \Rightarrow \frac{r}{1-r} \times \frac{1-4A}{r} \Rightarrow r+k = r \Rightarrow k=0$$

تابع

رابطه خطی هر معادله به صورت $y = ax + b$ است

در رابطه خطی با هر توان x از درجه یک باشد مثل رابطه های زیر خطی هستند

$y = 2x + 3$ $y = -x + \frac{4}{3}$ $y = \frac{x}{2} + 4$ $y = x$

ولی معادله های به صورت زیر که دارای توانی بزرگ تر از یک می باشد رابطه خطی نمی گویند مثلاً:

$y = x^2$ $y = -2x^2 + 3x - 9$ $y = x^2 + 4x^2 - 5x + 2$

در رابطه $y = ax + b$ اعداد حقیقی هستند و a و b متغیر مستقل است و y متغیر وابسته

گویند

مثال

با توجه به رابطه داده شده جدول زیر را کامل کنید

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1	-7	-3	3	7	11	15

$y = -2x^2 + 3$

$3 = -2x^2 + 3 \Rightarrow x = 0$

Wafiq

1						
2	x	1	2	$\frac{1}{2}$	0	-1
3	y	2	5	$\frac{5}{2}$	1	2
4						

$y = nx^r$

مساحت دایره از رابطه $S = \pi r^2$ و محیط آن از رابطه $P = 2\pi r$ بدست می آید

با توجه به شش‌های داده شده در جدول زیر مساحت و محیط دایره را بدست آورید.

14	r	1	1.5	2	3	4
15	$S = \pi r^2$	π	2.25π	4π	9π	16π
17	$P = 2\pi r$	2π	3π	4π	6π	8π
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						

زوج مرتب

اگر در رابطه ای x و y را در کنار هم به صورت (x, y) بنویسیم به آن زوج مرتب گویند

در زوج مرتب به x مولفه اول یا مختص اول و به y مولفه دوم یا مختص دوم گویند

برای اینکه دو زوج مرتب با هم برابر باشند باید مولفه های اول با هم و مولفه های دوم نیز با هم برابر باشند

$$(a, b) = (c, d) \rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

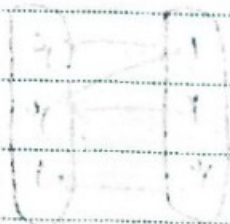
یعنی:

$$(x+2, y-3) = (4, 5) \rightarrow \begin{cases} x+2 = 4 \\ y-3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$$

جدول زیر را کامل کنید

x	-1	0	$\frac{2}{3}$	1	1	$\sqrt{2}$	2
y	-2	1	2	1	4	$2\sqrt{2}+1$	7
(x, y)	$(-1, -2)$	$(0, 1)$	$(\frac{2}{3}, 2)$	$(1, 1)$	$(1, 4)$	$(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}+1)$	$(2, 7)$

$y = 2x + 1$



تابع

تعریف اول تابع: دارای مولفه اول مساوی نباشند (منفی ها با هم برابر نباشند) (زوج مرتب)

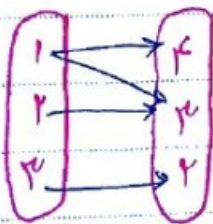
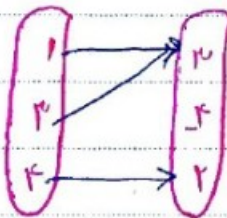
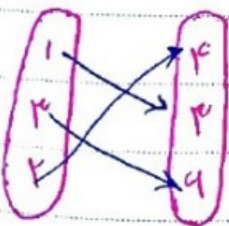
مثال

کدام یک از رابطه های زیر یک تابع است؟

$$\{(1,2), (3,4), (2,3), (1,-1)\} \checkmark$$

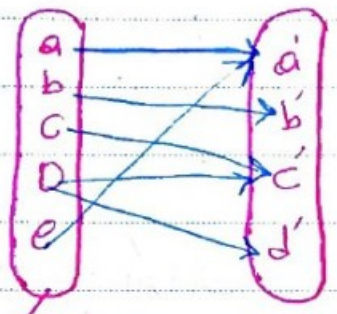
$$\{(2,3), (4,4), (3,6), (2,3)\} \times$$

تعریف دوم تابع: (غیردار بودن) از آن خودار اول بین سمت چپ متفاوت بیان خارج شود.



سوال ←

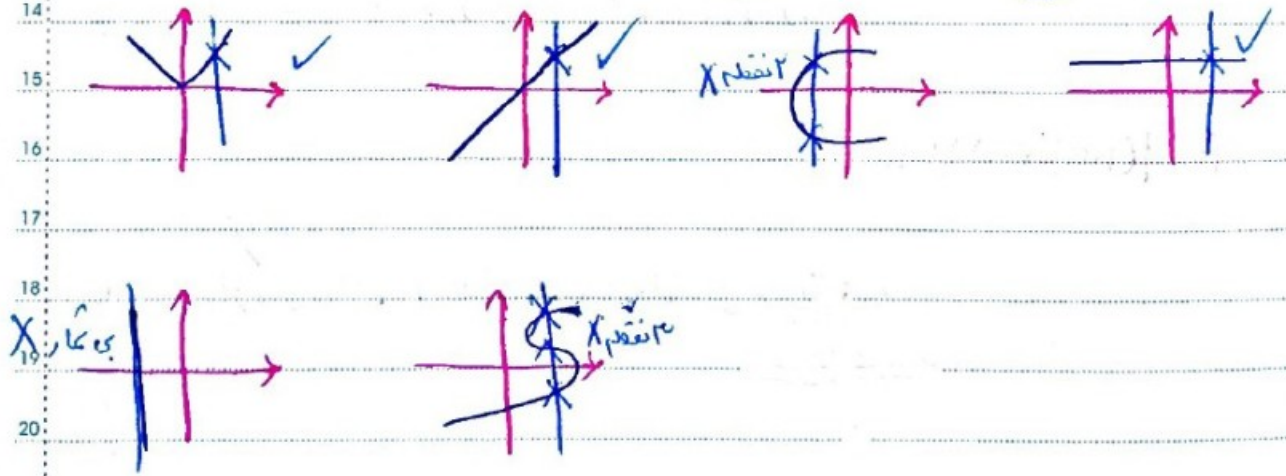
متودار بیضای یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عنوان این رابطه تابع خواهد شد؟



با حذف کدام بیضای از D حذف می شود و متودار تبدیل به متودار تابع می گردد.

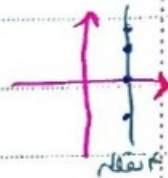
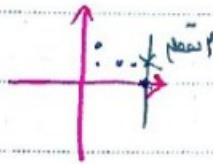
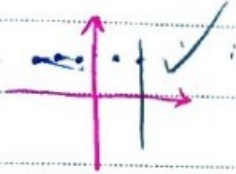
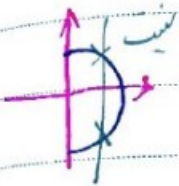
تعریف سوئچ تابع: اگر هر خط موازی محور Y چهار رسم کنیم و این خط متودار تابع را جدا کنیم

کسی نقطه قطع کند متودار مورد نظر تابع می باشد.



مثال =

لدام یک از نمودار زیر نموداری تابع هستند؟



تعریف چهارم تابع: اگر در یک نقطه خاص x ها یا هم برابر باشد در آن نقطه باید یک داشته باشد

برابر باشد

مثال =

میانجم رابطه A یک تابع باشد مقدار m را بدست آورید.

$$A = \{(1, m), (2, 9), (3, 2), (4, 3)\} \quad m = ?$$

با توجه به این که دارای x برابر است باید دارای y برابر نیز باشد

مثال =

اگر رابطه F تابع باشد در این صورت حاصل آن x را بدست آورید

$$F = \{(x, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

1 $(1, 2) = (1, x+y) \rightarrow x+y=3$

3 $(2, 2) = (2, x-y) \rightarrow x-y=2$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 2x+4 &= 2x-2 \\ x+y=3 &\rightarrow 2+y=3 \rightarrow y=1 \end{aligned}$$

5 $x^2+y^2=3^2+1^2=10$

7 *میانجی تابع F بر روی دامنه بسته و بازه باز است.*

8 $F = \{(1, 2), (2, 2a+b), (1, 2), (1, 2a+3), (2, 2b)\}$

10 $(1, 2) = (1, 2a+3) \rightarrow 2a+3=2 \rightarrow 2a=2-3 \rightarrow a = \frac{-1}{2}$

12 $(2, 2a+b) = (2, 2b) \rightarrow 2a+b=2b \rightarrow 2(1)+b=2b \rightarrow 2b-b=2 \rightarrow$

14 $b=2$

دامنه و بردش

دامنه به مقادیری که می تواند داشته باشد دامنه گویند. D

برده به مقادیری که می تواند داشته باشد برد می گویند. R

تذکره: اگر در جای عبارت $A \rightarrow B$ دیده شد منظور از A همان دامنه و منظور از B همان برد می باشد

مثال

دامنه و برد را برای حرکت از تابع های زیر بدست آورید

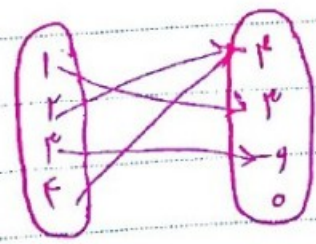
$A \rightarrow B$

«زوج مرتب» $f = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)\}$

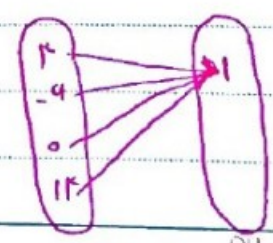
$D = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{1, 4, 9, 16\}$

«سودا بیانی (فون)»



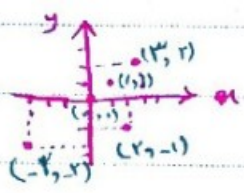
$D = \{1, 2, 3, 4\}$



$R = \{1, 4, 9, 16\}$

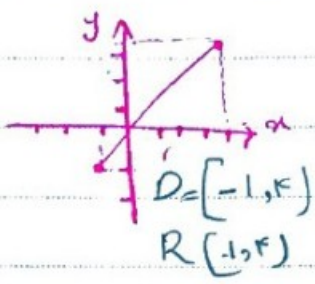
$D = \{1, 4, 9, 16\}$

1: دستگاه معادلات



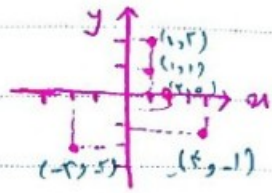
$$D = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$



$$D = [-1, 4]$$

$$R = [-1, 4]$$



$$D = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$



نکته: تابع را با $f(x)$ نشان می دهند

$$f(x) = x - 1$$

← مثال

در بعضی از سوالات تابع را نیز به صورت $f: A \rightarrow R$ نشان می دهند که بدین

$$f(x) = x - 1$$

آن این است که دامنه تابع A و برد تابع R برابر R می باشد

مثال: با توجه به ضابطه هر تابع مجبوریم مقادیر x و هر تابع را مشخص کنید

الف) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$A = \left\{ -2, 0, \sqrt{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{2}, -1, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, -3 \right\}$$

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = \frac{-2+1}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = \frac{0+1}{0-1} = -1$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = \frac{1+1}{1-1} = \frac{2}{0} \times \text{غیر تعریف}$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} = \left(\frac{3}{-1}\right) = -3$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

2: $f: A \rightarrow B$

$A = \{0, -1, 1, 2, 3\}$

3: $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$

$B = \{0, -1, 2, 1, \sqrt{2} - 1\}$

5: $f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 0$

6: $f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1$

7: $f(1) = \sqrt{1+1} - 1 = \sqrt{2} - 1$

8: $f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$

9: $f(3) = \sqrt{3+1} - 1 = \sqrt{4} - 1 = 2 - 1 = 1$

تابع خطی تابعی است که نمودار آن به صورت یک خط راست می باشد

شماره ۱۱

دما صبح تابع خطی به صورت $y = mx + b$ می باشد که در آن m شیب و b نقطه تقاطع با محور عمودی است.

مثال: با توجه به تابع خطی داده شده نمودارهای زیر را بدست آورید.

$$f(x) = 3x + 4$$



تذکره: جهت رسیدن در توابع خطی توان a را می باشد

$$f(0) = 3(0) + 4 = 4$$

$$f(-2) = 3(-2) + 4 = -2$$

$$f(4) = 3(4) + 4 = 16$$

$$f(a) = 22 \rightarrow b = 3(a) + 4 = 22 \rightarrow 3a = 22 - 4 \rightarrow 3a = 18 \rightarrow a = \frac{18}{3} = 6$$

$$f(b) = 2 \rightarrow a = 3(b) + 4 = 2 \rightarrow 3b = 2 - 4 \rightarrow 3b = -2 \rightarrow b = \frac{-2}{3}$$

$$f(x) = 4 \rightarrow x = 3(x) + 4 = 4 \rightarrow 3x = 4 - 4 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نقطه نوشتن تابع درجه اول (تابع خطی)

زغای هر دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) را در معادله $y - y_1 = m(x - x_1)$ با استفاده از رابطه مقابل

بدست آوریم $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (ضریب زاویه)

مثال:

در یک تابع خطی $f(0) = 2$ و $f(1) = 3$ باشد. معادله $f(x)$ را بدست آورید.

$f(0) = 2 \rightarrow (0, 2)$ (1)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{1 - 0} = 1$

$f(1) = 3 \rightarrow (1, 3)$ (2)

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \rightarrow$

$y - 2 = 1x \rightarrow y = x + 2$

اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد معادله تابع f را بدست آورید.

$f(-1) = 2 \rightarrow (-1, 2)$ (2)

$(0, 0)$ (1) از مبدأ

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = -2(x - 0) \rightarrow y = -2x$

معادله m و n را چنان بیابید تا در تابع به ضرایب m و n داشته باشیم $f(x) = f$, $f(1) = 1$

(1, 2) ① $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f - 1}{1 - 1} = \frac{f}{0} = f$

(1, 1) ② $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = f(x - 1) \rightarrow y = fx - f + 1 \rightarrow y = fx - f + 1$

در تابع خطی f داریم $f(2) = 8$, $f(1) = 5$, $f(0) = ?$, $f(-2) = ?$ را بیابید

ابتدا معادله‌ی تابع را بدست می‌آوریم و سپس $f(0)$ و $f(-2)$ را بیابیم

(1, 2) ① $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 5}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$

(1, 2) ② $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 8 = 3(x - 2) \rightarrow y = 3x - 6 + 8 \rightarrow y = 3x + 2$

$y = 3(-2) + 2 \rightarrow y = -6 + 2 \rightarrow y = -4$

$y = 3(0) + 2 \rightarrow y = 0 + 2 \rightarrow y = 2$

نقطه‌ی تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(0) = 0$ می‌باشد این صورت اختلاف $f(0)$ و $f(1)$ را بیابید

(0, 0) ①

(1, 1) ② $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{1 - 0} = \frac{1}{1} = 1$
 $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = 1(x - 0) \rightarrow y = 1x = x$

$f(1/1) = y = \frac{1}{1} (\frac{1}{1}) = \frac{1}{1} = 1$ $\frac{1}{1} - (1 - \frac{1}{1}) = \frac{1}{1}$

$f(-1/1) = y = \frac{1}{1} (-\frac{1}{1}) = -\frac{1}{1} = -1$

رسم نمودار خطی ۸

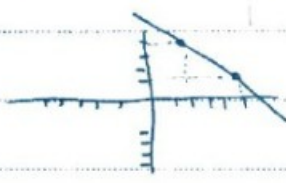
مثال ۸: ضابطه تابع خطی از سه نقطه (۲، ۳)، (۴، ۱) و (۱، ۲) مشخص کنید و نمودار آن را

رسم نمایید.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + 2 + 3 \rightarrow y = -x + 5$$

x	۲	۴
y	۳	۱



نمودار تابع خطی $y = 2x + 3$ را رسم نمایید

x	۰	۱
y	۳	۵



Subject:

Year:

Month:

Day: ()

نمودار توابع زیر را رسم کنید

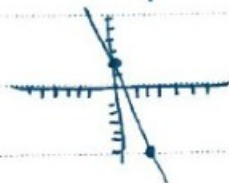
$$y = 2x + 4$$

x	0	1
y	4	6



$$y = -1.5x + 2$$


x	0	1
y	2	0.5



Subject:


Year: Month: Day: ()


1 تابع درجه دوم (پارابول) تابع به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می باشد که $a \neq 0$ می باشد تابع یک سهمی

2
3 (معادله یک سهمی) می باشد که فنوار آن به صورت  می باشد

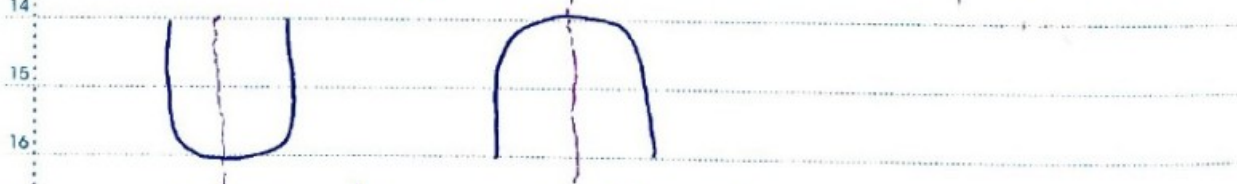
4
5  اگر $a > 0$

6
7  اگر $a < 0$

8
9 به طور مثال فنوار تابع $y = 3x^2 + 5x - 14$ تقریباً به صورت  می باشد زیرا $a > 0$ است

10
11 و فنوار تابع $y = -x^2 + 8$ به صورت  می باشد زیرا $a < 0$ است

12
13 هر سهمی دارای یک محور تقارن می باشد که معادله آن به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ است.



14
15
16
17 $x = \frac{-b}{2a}$ محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$ محور تقارن

18
19 مثال معادله محور تقارن سهمی $y = -4x^2 + 8x - 1$ را بدست آورید

20
21 $y = -4x^2 + 8x - 1 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2(-4)} = 1$

22
23 $y = 8x^2 + 2x + 2 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(8)} = \frac{-1}{8}$

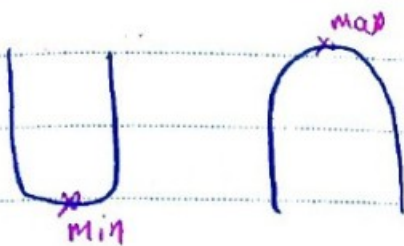
Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()



هر همی دارای یک نقطه min و max می باشد. به نقطه min و max رأس همی نیز می گویند. و با n نشان می دهند.

و مختصات آن برابر است با $S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right)$

$\begin{matrix} x \\ \downarrow \\ \frac{-b}{2a} \\ \downarrow \\ y \\ \downarrow \\ \frac{\Delta}{4a} \end{matrix}$

مثال: فضا را بر اساس همی های زیر مشخص کنید

$$y = 2x^2 - 7x + 1 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow S\left(\frac{7}{4}, \frac{-1}{4}\right) \text{ (1, 2)}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 14 - 4(1)(1) = 10$$

$$y = x^2 - 9 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 0 - 4(1)(9) = -36 \rightarrow S\left(\frac{0}{2(1)}, \frac{-36}{4(1)}\right) = S(0, -9)$$

با توجه به این که ضریب a منفی می باشد یعنی دهانه سهمی به سمت پایین است یعنی این نقطه رأس

نقطه \max می باشد

بنابراین معادله سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ باشد معادله محور تقارن و مختصات رأس

سهمی به صورت زیر است

$$a = k \text{ و معادله محور تقارن}$$

$$(h, k) : \text{مختصات رأس}$$

مثال:

$$y = 3(x-5)^2 + 1$$

$$a = 3 \text{ و معادله محور تقارن}$$

$$(5, 1) : \text{مختصات رأس}$$

معادله محور تقارن و مختصات سهمی زیر را بدست آورید

$$y = 2(x+2)^2 + 9$$

$$\text{معادله محور تقارن } x+2=0 \rightarrow x=-2$$

$$\text{رأس } S = (-2, 9)$$

رسم نمودار سهمی ۸

برای رسم نمودار سهمی به ۳ نقطه نیاز داریم ابتدا طول محور تقاطع را می یابیم
 و پس یک نقطه قبل از آن و یک نقطه بعد از آن را در جدول زیر قرار می دهیم.
 ی این ۳ نقطه را بدست می آوریم با داشتن مختصات این ۳ نقطه می توان نمودار سهمی را رسم نمود.

مثال ۱

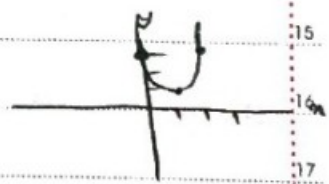
ابتدا مختصات رسم و مختصات محور تقاطع سهمی به معادله $y = 2(x-1)^2 + 1$ را مشخص کرده

نمودار آن را رسم نموده.

۱) معادله محور تقاطع

(۱, ۱) و (۱, ۱) را رسم

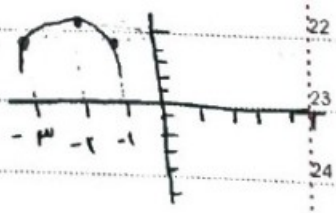
x	0	1	2
y	3	1	3



ابتدا مختصات رأس و محور تقاطع سهمی $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5$ را بدست آورده و پس نمودار آن را

۲) و جدول محور تقاطع
 (-2, 5), S, رأس

x	-3	-2	-1
y	4	5	4



Subject:

Year: Month: Day: ()

$$y = \frac{a}{r}x^2 + \frac{b}{r}x + \frac{c}{r}$$

معادلات: $\frac{b}{2a}, \frac{-b}{r(1)}, \frac{-b}{r}, -r$

محصولات: $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}), (\frac{-b}{r(1)}, \frac{-1r}{r(1)}) \rightarrow S(\frac{-b}{r}, \frac{-1r}{r}) \rightarrow S(-r, -r)$

$\Delta = b^2 - 4ac = r^2 - 4(1)(1) = r^2 - 4 = 1r$

x	-r	-r	-1
y	-r	-r	-r



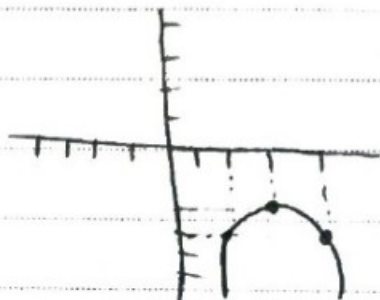
13
 $y = x^2 + 2x - 10$

15 معادلات: $\frac{b}{2a}, \frac{-4}{r(1)}, \frac{-4}{-r}, 1$

17 محصولات: $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}) \rightarrow S(\frac{-4}{r(1)}, \frac{-r}{r(1)}) \rightarrow S(2, 1)$

19 $\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(-10) = 44$

x	2	2	1
y	-1	-1	-1



№ 33

تذکره درستی از مسائل معادله درجه دوم را به ما نشانی دهید و ما باید خودمان آن معادله را بیست آوریم

مثال

مسئله مستطیلی ۲۴ متر است اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با a و مساحت آن را با S نشان دهیم

اگر آنطور تابع مساحت را بر حسب a رسم نماییم و سپس مشخص کردیم که برای چه مقدار a از S مساحت این

مستطیل max می شود

$$P(n, y) = 24 \rightarrow n \cdot y = \frac{24}{n} = 12 \rightarrow y = 12 - n$$

$$S = n \cdot y = n(12 - n) = 12n - n^2$$

رابطه n و y

$$S = 12n - n^2$$

$$n = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-1)} = \frac{12}{2}$$

n	$\frac{11}{2}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{13}{2}$
y	$\frac{13}{2}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{11}{2}$

Subject:
Year:

Month:

Day: ()

مثال 6 در تابع $mx + ny = k$ به شرط اینکه حاصل ضرب m و n برابر $mn(a, y)$ مقدار شود مقدار m از رابطه $m = \frac{k}{n}$ به دست می آید.

$$m = \frac{k}{n}$$

$$n = \frac{k}{m}$$

مقدار m و n

مثال 7

در تابع $2x + 4y = 20$ مقدار x و y را بدست آورده m و n را در $mx + ny = k$ قرار دهیم.

$$x = \frac{20}{2} = 10$$

$$y = \frac{20}{4} = 5$$

تغییر

تغییرها نوعی باشد یعنی

آن تغییرهایی که قابل شمارش و اندازه گیری هستند (مثلاً قد و وزن)

تغییرهایی که قابل شمارش نیستند (مثلاً فراموشی، فصل های سال، نوع لامپ های موجود در شهر)

فانم اسی (نسبت) فقط اعداد صحیح را می توانند داشته باشند مثلاً مقدار تصافیت و قد انسان های بلندی

نسبتی (پیوسته) هر عددی را می توانند داشته باشند مثلاً (قد و وزن افراد)

ترتیبی ترتیب خاصی بین داده ها وجود دارد مثلاً مراحل تحصیل یا ماه های سال

هیچ ترتیب خاصی بین داده ها وجود ندارد مثلاً گروه خون و نوع لامپ های موجود در کشور

1 / 1 / 1

میانگین 8 میانگین در یک سری متناهی در اختیار ما قرار می دهد.

برای میانگین متناهی داده ها را به هم جمع کرده و سپس بر تعداد تقسیم می نمایم

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

مثال

میانگین ران های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ کیلومتر چقدر است؟

$$\frac{10 + 20 + 30 + 40}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

میانگین اعداد ۵، ۶، ۷ و ۸ و ۹ چقدر است؟

$$\frac{5 + 6 + 7 + 8 + 9}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

اگر میانگین داده های ۱۰ و ۲۰ و ۳۰ برابر ۱۵ باشد مقدار ۹ چقدر است؟

$$\frac{10 + 20 + 30}{3} = 15 \rightarrow 10 + 20 + 30 = 45$$

زور افتاده

اول عددی که باقیمانده فاصله‌ی زیادی دارد عدد اولی یا در ابتدای اعدادی باشد یا در انتهای آن‌ها

۳، ۴، ۹، ۱۰، ۱۳، ۹۸

۱۲، ۱۳، ۱۳۹، ۱۴۰

اول‌ها

اگر داده‌های خود را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، در وسط تقریباً عددی که میانگین آن‌ها را

۲، ۴، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳

۲، ۳، ۴، ۸، ۱۱، ۱۳، ۱۴

در تعداد اعداد فرد باشد

$$\frac{1+9}{2} = 5$$

$$\frac{1+9}{2} = 5$$

میانگین آن‌ها عدد وسطی داده‌ها می‌باشد.

مثال: میانگین داده‌های ۱، ۱۰، ۱۴، ۸۶، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

میانگین داده‌های ۱، ۱۰، ۱۴، ۸۶، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

$$\frac{1+14}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

اعراف بنابر ابداع آورد.

2. $2, 4, 6, 8, N =$

3. \checkmark
 4. $\frac{2, 4, 6, 8, \sqrt{}}$
 $\frac{2d}{d} = d$

5. $(2-d)^2 + (4-d)^2 + (6-d)^2 + (8-d)^2 + (N-d)^2 = \frac{32}{d} = 4, 1$

7. اعراف $\Rightarrow G = \sqrt{4, 1}$

9. $4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$

10. \checkmark
 11. $\frac{4+9+16+25+36+49+64+81}{10} = \frac{324}{10} = 32, 4$

12. $(1-3)^2 + (1-3)^2 + (1-3)^2 + (1-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (1-3)^2 + (1-3)^2$
 $\frac{54}{10} = 5, 4$

15. اعراف $\Rightarrow G = \sqrt{5, 4}$

تلمه معقودى تا

نام دهم اعتراف به عيار اعتراف از بين اين باسد بنى داده هاى تا جقدر با بين اين تا طه دارنه

با بيان هر چه اعتراف عبا بستر باسد بنى پراى داده ها (تبت به بين اين) بستر مى باسد

$$99,9 \text{ در صد داده ها در بازه } (36 + 36 - 91)$$

$$99 \text{ در صد داده ها در بازه } (26 + 26 - 91)$$

$$98 \text{ در صد داده در بازه } (6 + 6 - 91)$$

توجه! اگر بخواهيم بنحسب لدا كرتنه داراي پراى بسترى است اعتراف به عبا هر دسسه را دوست آورده

و كان دسسه لى به اعتراف به بين اين بستر باسد داده هاى ان پراى نده قوما باسد

مثال *

دوسسه داده ي زير صيت والى را در هوا بار بار به صوت هدا نانه بر حسب هزار زيال نشان مى دهند:

الف) در كل دسسه پراى بستر است

هزار بار	8	13	9	12	10	11	12	9	10	11	10
هزار بار	10	13	8	6	9	11	10	10	11	9	10

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

از
انحراف عمود هر دو را با هم مقایسه کنید. در این مورد کدام یک بیشتر انحراف دارد؟

ب) دایره شعرات هر دو از داده ها را مقایسه کنید.

روش ترسیم - به ترتیب در دایره شعرات

دایره شعرات الف $\rightarrow 12 - 15$

دایره شعرات ب $\rightarrow 12 - 15$

ج) توجیح می دهید از کدام یک باز فریب بیشتری می آید؟ این بار از این دو دایره انحراف عمود مقایسه کنید.

Subject:

Month:

Day: ()

Year:

نمرات درس ریاضی دانش آموزی در طول سال برابر است با ۱۷ و ۱۶ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹

الف) میانگین و مد این نمرات را برای دانش آموز حساب کنید.

۱۹، ۱۹، ۱۸، ۱۸، ۱۷، ۱۷ و ۱۷

میانگین = $\frac{۱۷+۱۷+۱۸+۱۸+۱۹+۱۹+۱۹}{۷} = \frac{۹۸}{۷} = ۱۴,۳۳$

ب) کدام یک از مشخصه های قوس بیاطرف و من این دانش آموز در درس ریاضی با بعد مشخص

ج) اگر معلم درس ریاضی این دانش آموز برای حیران نمره ۷. امکان امتحان مجدد را به او بدهد برای این مشخصه های

در این دروس بیشتر از ۱۸ است و در این امتحان چه نمره ای باید نسبت دهد

$\frac{۱۷}{۱} \leq ۹۰, ۶۱, ۱۰۸ \rightarrow ۹۰, ۱۰۸, ۹۱$ (۱۷)

Subject: _____

Year: _____

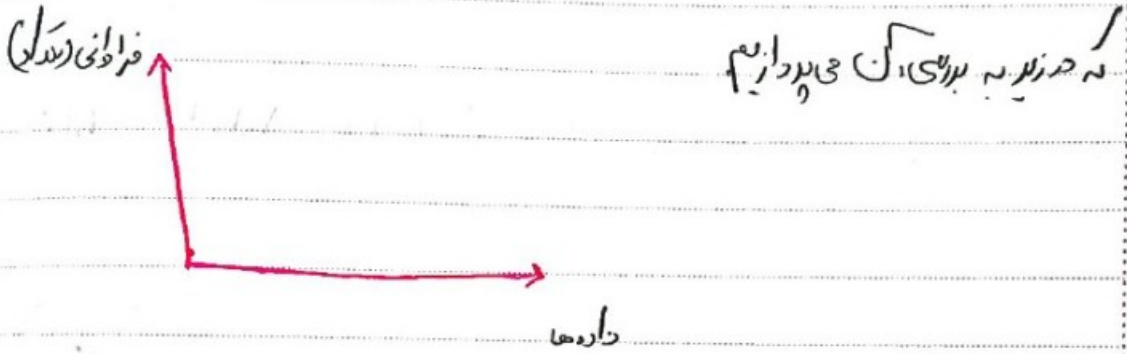
Month: _____

Day: _____

()

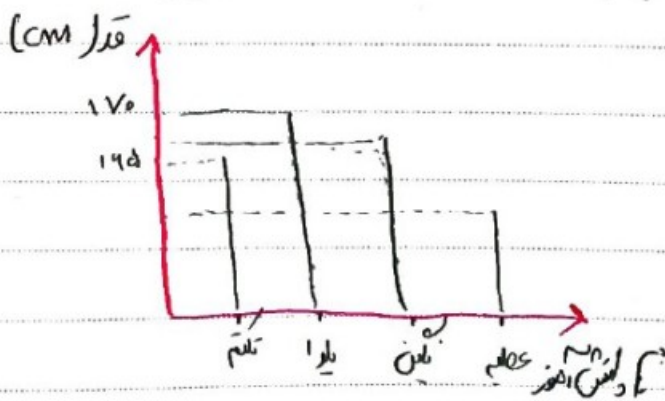
نمودار میله ای

با این روش های که می توان کارها را تفهیم داد و یا حتی با یکدیگر مقایسه کرد نمودار میله ای است



مثال

نمودار میله ای مربوط به قد دانش آموزان کلاس خود را بنویسید

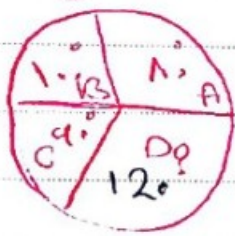


نمودار دایره ای؟

بسیار از نمودارهایی که می‌توانیم آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد نمودار دایره ای می‌باشد.

نمودار دایره ای به دو صورت می‌تواند رسم شود:

یکی بر حسب درصد و دیگری بر حسب زاویه.



نحوه بدست آوردن درصد هر قسمت؟

$$A \text{ درصد} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 100$$

$$\text{زاویه} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 360$$



علاوه بر این می‌توانیم از فرمول $\frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 100$ استفاده کنیم و به این ترتیب می‌توانیم درصد هر قسمت را بدست آوریم.

$$\frac{14}{14} \times 360 = 360$$

$$\frac{5}{14} \times 360 = 127,5$$

$$\frac{4}{14} \times 360 = 102,85$$

$$\frac{3}{14} \times 360 = 77,14$$

این‌ها هم می‌تواند به همین روش بدست آید.

نمودار نقطه ای

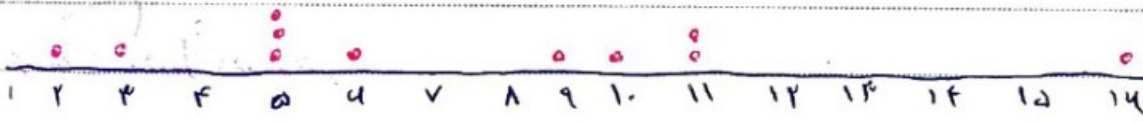
انرژی از اعداد را به صورت نقطه بالای محور علامت بزغیم (مثال دهیم) ب

نمودار حاصل نمودار نقطه ای لوبیز

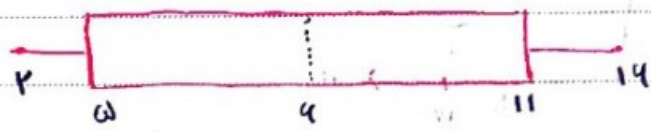
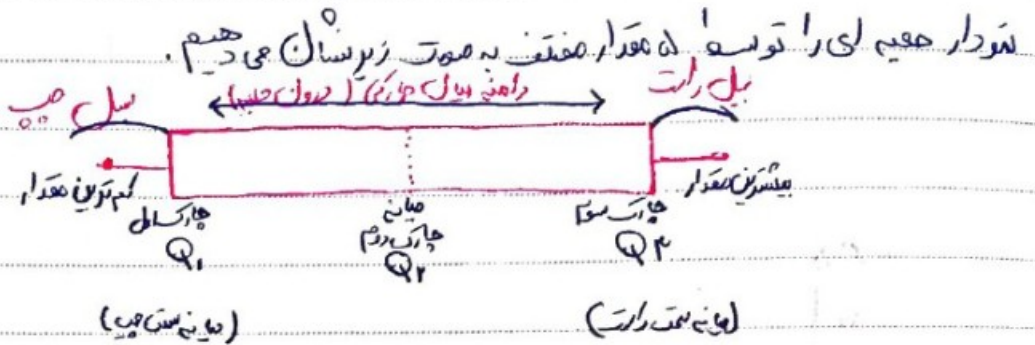
مثال

نمودار نقطه ای داده های زیر را رسم کنید

۱۹، ۱۱، ۱۱، ۹، ۵، ۵، ۵، ۵، ۵، ۳



تعداد جمع‌های ۵



۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲

۵ = میان Q_1

۱۱ = میان Q_3

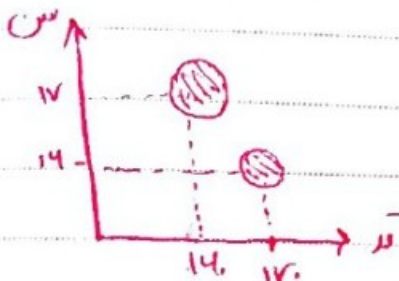
تعداد جمع‌های داده‌های زیر را رسم کنید

- ۱۸ و ۱۳ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۱ و ۹ و ۵ و ۴ و ۲

نمودار جیبی به

نمودار جیبی نموداری است که برای تعریف همزمان تغییر عددی به نامی رود در آن تابع جیبی نقطه

از دایره‌های توپر استفاده می‌نمایند.



هر نقطه یا دایره در نمودار جیبی در واقع یک تساوی مرتب به صورت $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{1})$ را مشخص می‌نمایند

نقطه در آن داریم

$\sqrt{1}$ موقعیت نقطه روی محور افقی

$\sqrt{2}$ موقعیت نقطه روی محور عمودی

$\sqrt{4}$ اندازه نقطه (مسافت دایره)

(ساعت دایره‌ها متناسب با جزر مقادیر متغیر سوا است)

تذکره: در نمودارهای جیبی متغیر سوا نباید دارای مقدار صفری یا منفی باشد.

سوال ۵

مقدار متغیر z در نمودار همبندی متناسب با k از موارد زیر است؟

- الف) شعاع دایره ها (ب) قطر دایره ها (ج) عمق دایره ها (د) مساحت دایره ها

پاسخ: الف) شعاع دایره ها
چون مقدار متغیر z متناسب با k از موارد زیر است پس شعاع دایره ها

نمودارهای همبندی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار همبندی

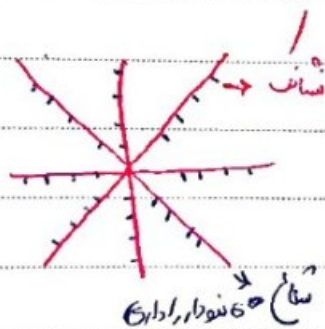
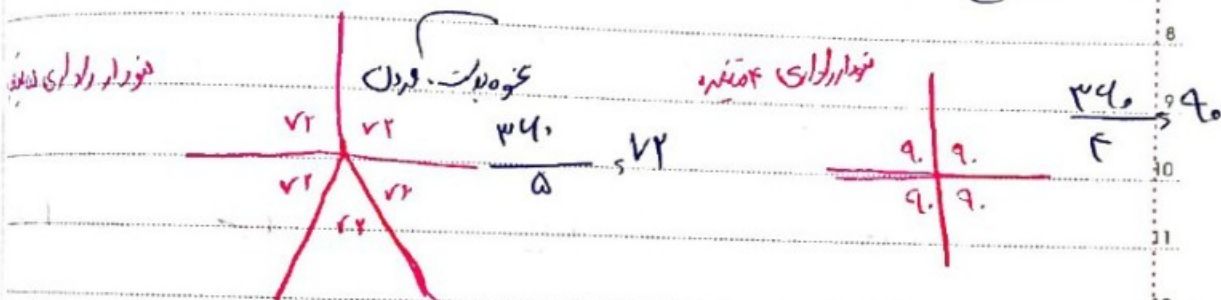
- الف) عمق متغیر (ب) دو متغیر (ج) سه متغیر (د) مساحت دایره ها

نمودار راداری؟

نمودار راداری روشی برای نمایش داده‌های چند متغیره در غالب نمودارهای دایره‌ای است. در آن به تغییرات

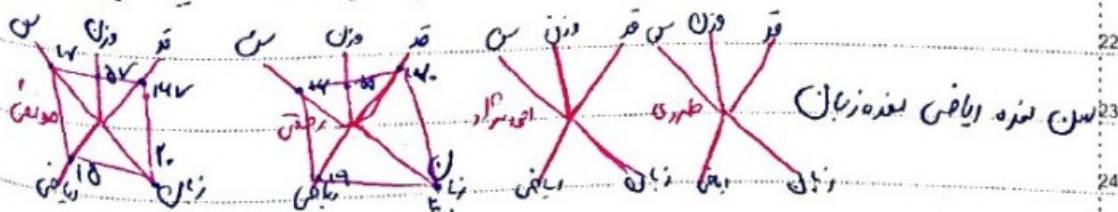
بافتیتر بر روی محورهای نشان داده می‌شود. تعظیم نمودارها در آن حاکی از لغت (محل قرارگیری و ارتفاع نمودارها)

نسبت به طول هر هیچ اطلاعات خاصی را بیان نمی‌کنند



مثال؟

نمودار راداری مربوط به 4 تا از دانش آموزان در این خصوص نمایش داده شده است. در آن متغیرها را بر این هستند: قد، وزن، سر، و توانایی.



Subject:

Year: Month: Day: ()

۱ نمودار راداری برای نفاث داده‌های طبقه‌بندی شده هم زمان به ماری ورد ۲۸ بهیستر

۲
۳ زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری چه چیزی را نشان می‌دهد؟ محور مختصات را نشان بدهی زون‌ها کوچک

۴
۵ مقدار تغییرات بیشترین و کمترین مقدار

۶
۷ کاربرد نمودار راداری در ورزش چیست؟ قدرت و ضعف بازیکن

۸
۹ نمودار راداری چه چیزی به ما می‌گوید؟ کدام مسأله‌ها را نسبت به دیگری نشان می‌دهد داده‌ها در میان هم مقایسه

۱۰
۱۱ کدام تغییر برای مسأله نسبت به تغییرات دیگر بیشتر یا کمتر می‌باشد مقدار کدام تغییر نسبت به تغییرات دیگر

۱۲
۱۳ بیشتر یا کمتر است

۱۴
۱۵ اگر زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری ۴۰ درجه باشد چند تغییر در نمودار وجود دارد؟ $\frac{360}{40} = 9$ $\frac{360}{20} = 18$