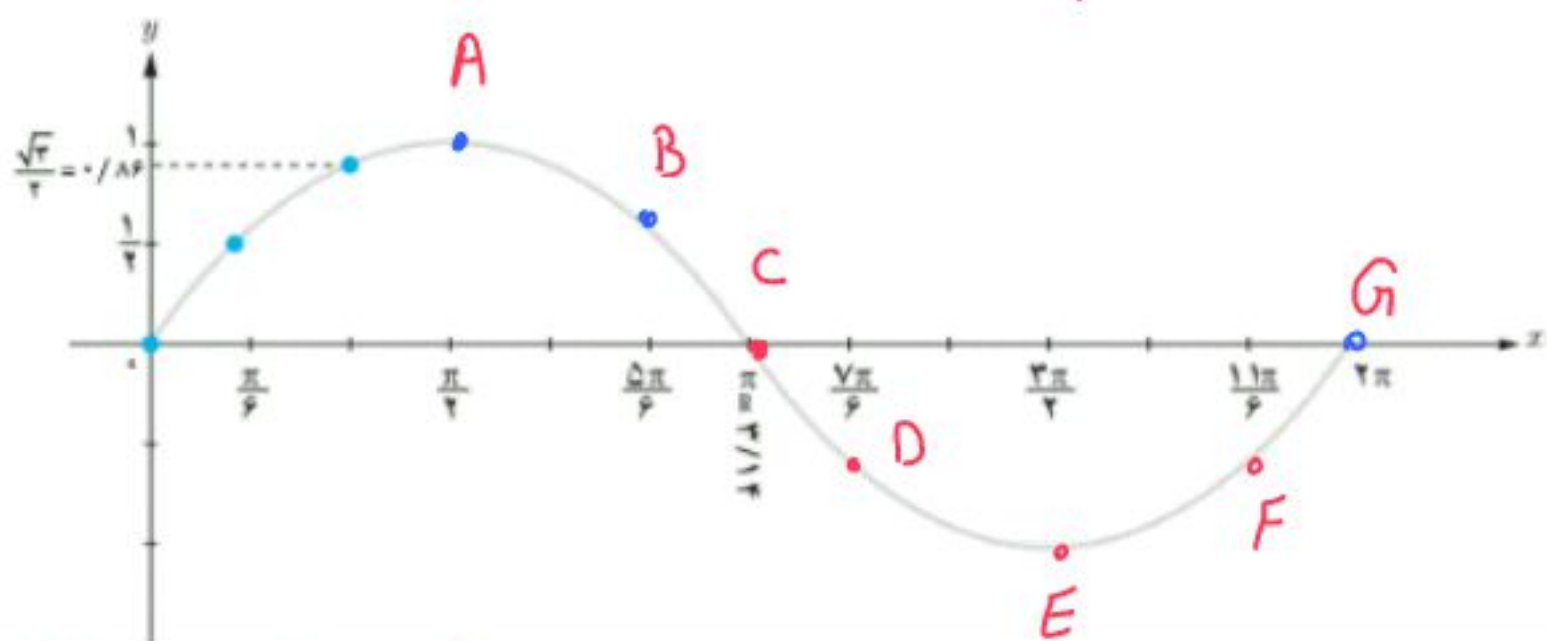


۱ در جدول زیر نسبت سینوس به ازای برخی مقادیر در بازه  $[0, 2\pi]$  مشخص شده است. این جدول را تکمیل کنید.

$x$ (رادپان)	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$y = \sin x$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$	۱	$\frac{1}{2}$	۰	$-\frac{1}{2}$	-۱	$-\frac{1}{2}$	۰

۲ جدول بالا به صورت زوج مرتب در زیر داده شده است. با توجه به جدول فوق مجموعه زوج مرتب‌ها را تکمیل و سپس نقاط به دست آمده را در دستگاه مختصات زیر پیدا کنید. آیا نقاط متناظر با زوج‌های مرتب روی منحنی داده شده قرار می‌گیرند؟ آیا این منحنی تابع است؟ (با رسم خطوط موازی محور  $y$ ها بررسی کنید).

$$f = \left\{ (0,0), \left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right), (\pi, 0), \left(\frac{7\pi}{6}, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), \left(\frac{11\pi}{6}, -\frac{1}{2}\right), (2\pi, 0) \right\}$$

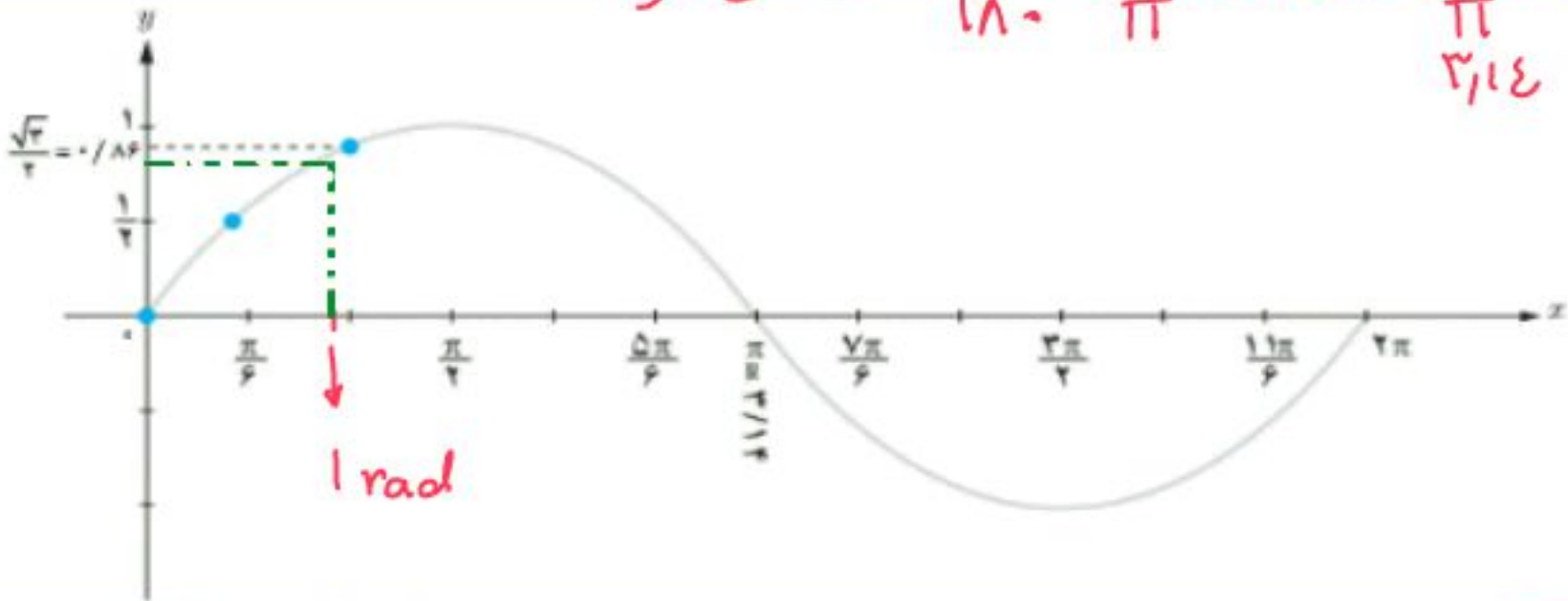


منحنی تابع است، چون هر خط موازی محور عرض  
رسم کنیم حداکثر در یک نقطه آنرا قطع میکند

نمودار داده شده در سؤال قبل منحنی تابع  $y = \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  می باشد. با توجه به نمودار، مقدار  $\sin 1$  کجای محور  $y$  ها قرار می گیرد؟

$$\sin 1 = \sin(1 \text{ rad})$$

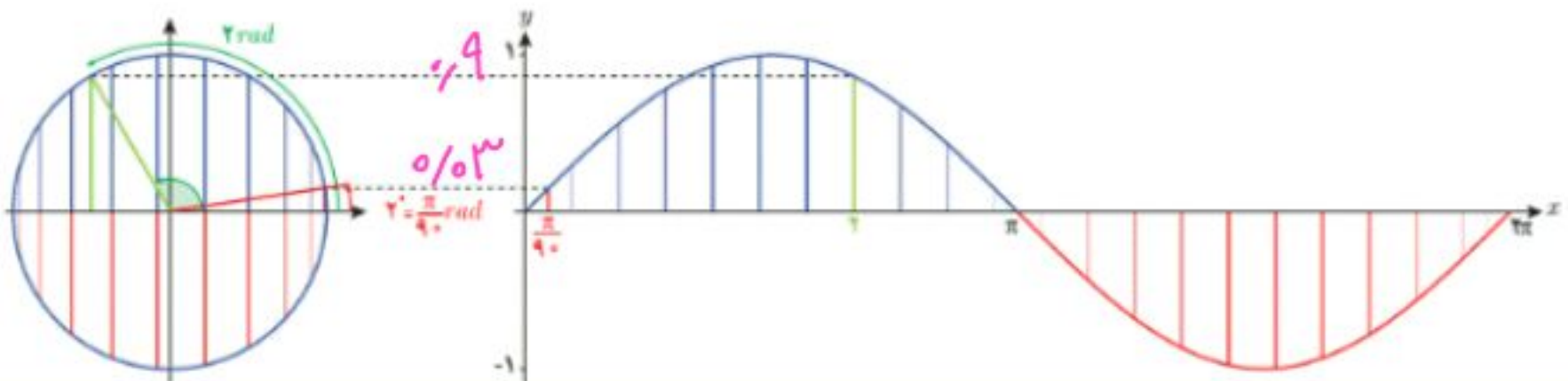
$$D = \frac{1}{180} \rightarrow D = \frac{180}{\pi} \approx 57.3^\circ$$



بالای محور طول در سمت مثبت بین صفر و یک و نزدیک یک  $\sin 1$

$$\sin 1 \approx 0.84$$

در تابع  $y = \sin x$ ، همیشه  $x$  را بر حسب رادیان در نظر می گیرند مگر آنکه صریحاً گفته شود  $x$  بر حسب درجه است یا از نماد  $^\circ$  استفاده شود. با توجه به ارتباط دایره مثلثاتی و نمودار تابع سینوس که در زیر داده شده، تفاوت  $\sin 2$  و  $\sin 2^\circ$  را بیان کنید.



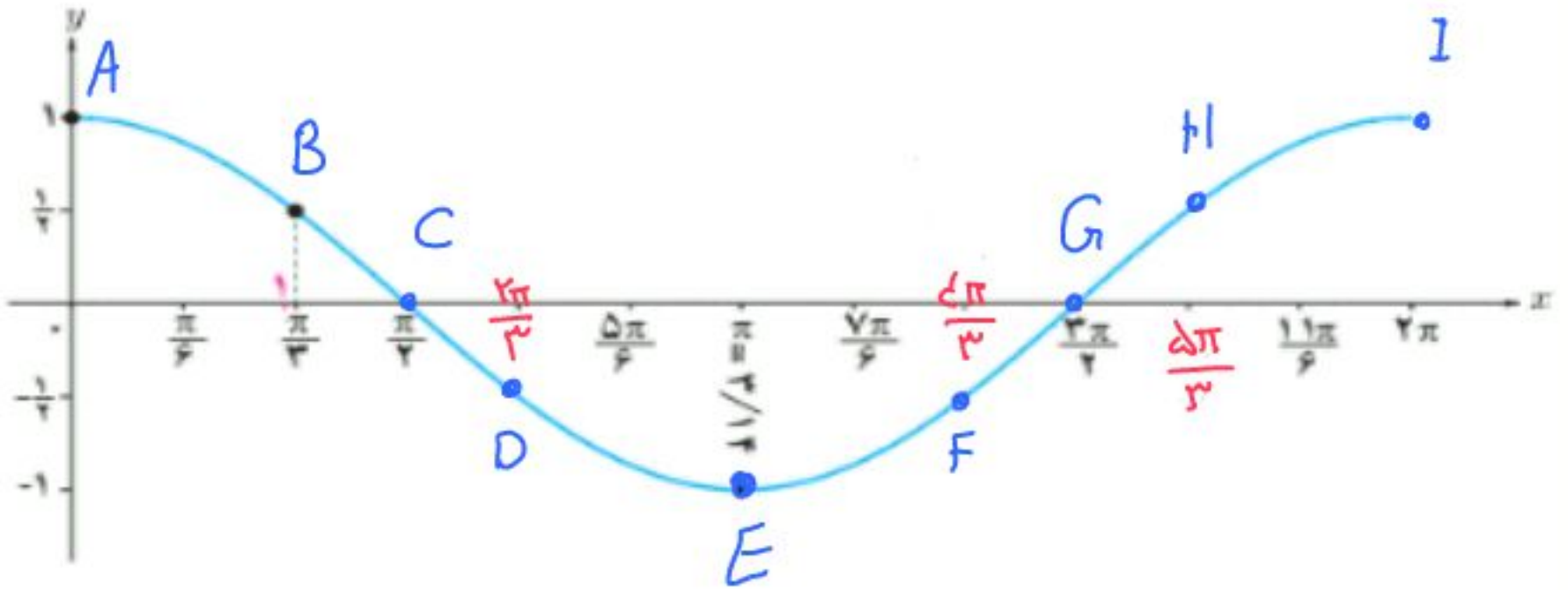
$$\sin(2 \text{ rad}) \approx 0.9$$

$$\sin 2^\circ \approx \sin\left(\frac{\pi}{90} \text{ rad}\right) \approx 0.03$$

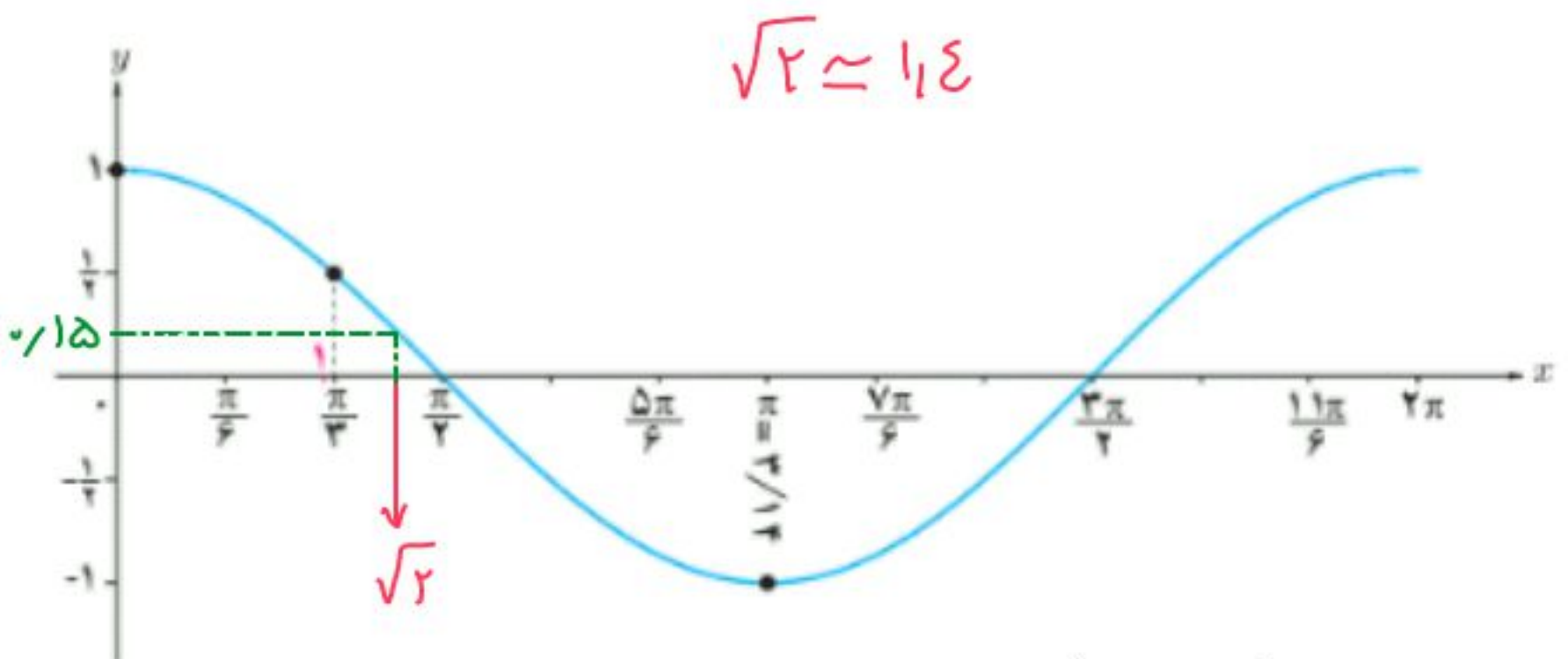


۱ همانند فعالیت قبل، تابع  $y = \cos x$  در زیر رسم شده است. مجموعه زوج‌های مرتب داده شده از این تابع را تکمیل کنید و نقاط به دست آمده را مانند نمونه بر روی نمودار نمایش دهید.

$$f = \left\{ \overset{A}{(0, 1)}, \overset{B}{\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2}\right)}, \overset{C}{\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)}, \overset{D}{\left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)}, \overset{E}{(\pi, -1)}, \overset{F}{\left(\frac{4\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)}, \overset{G}{\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)}, \overset{H}{\left(\frac{5\pi}{3}, \frac{1}{2}\right)}, \overset{I}{(2\pi, 1)} \right\}$$



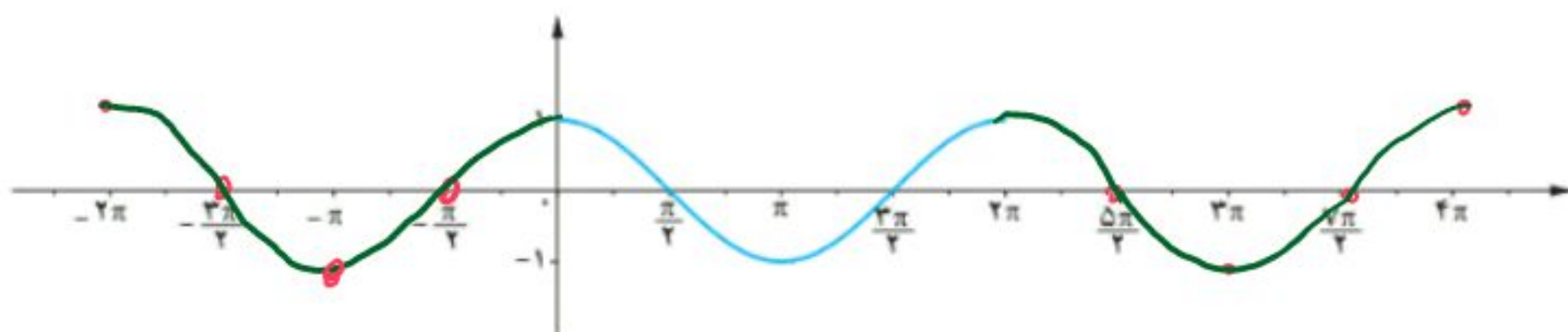
۲ در نمودار بالا ابتدا نقطه نظیر  $\sqrt{2}$  رادیان را بر روی محور  $x$ ‌ها بیابید و سپس مکان  $\cos \sqrt{2}$  را بر روی محور  $y$ ‌ها به طور تقریبی پیدا کنید. درستی پاسخ خود را با ماشین حساب بررسی کنید.



$$\sqrt{2} \approx 1.4$$

$$\cos(\sqrt{2} \text{ rad}) = \cos(1.4 \text{ rad}) \approx 0.1559$$

۲ از درس‌های قبل می‌دانیم که  $\cos(x+2k\pi) = \cos x$  و نیز  $\cos(-x) = \cos x$ . با استفاده از این روابط مقدار تابع  $y = \cos x$  را در دیگر نقاط داده شده بر روی محور  $x$ ‌ها به دست آورید و نمودار تابع را از دو طرف ادامه دهید. آیا نمودار این تابع در بازه‌های  $[2\pi, 4\pi]$  و  $[0, 2\pi]$  و  $[-2\pi, 0]$  با هم متفاوت هستند؟ **خیر - همین نمودار تکرار می‌شود**



۴ با توجه به نمودار تابع  $y = \cos x$  در بازه  $[-2\pi, 4\pi]$  به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) آیا می‌توان بر روی محور  $x$ ‌ها عددی مانند  $x$  یافت که برای آن  $\cos x = \frac{1}{\pi}$  باشد؟ **بله - وجود دارد**  
 ب) آیا می‌توان بر روی محور  $x$ ‌ها عددی مانند  $x$  یافت که برای آن  $\cos x = 2$  باشد؟ **خیر**  
 پ) بیشترین و کمترین مقدار تابع  $y = \cos x$  در این بازه چقدر است؟

$\text{Max} = +1$        $\text{Min} = -1$

کارد کلاس

صفحه ۱۰۸

**نادرست - رادمان**

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف)  $\sin x$  یعنی سینوس زاویه‌ای از دایره مثلثاتی که اندازه آن  $x$  درجه باشد.

ب)  $\cos 3 = \cos 3'$

ب)  $\sin \sqrt{5}$  یک عدد حقیقی است.

ث) عددی می‌توان یافت که سینوس آن برابر  $-2$  باشد.

ت) اگر  $0 < x < \frac{\pi}{4}$  آنگاه  $-1 < \cos x < 0$  است.

ج)  $x = \pi$  صفر تابع  $f(x) = \cos x$  است.

پ) نادرست

ب) درست

ث) نادرست

ت) نادرست

ج) نادرست

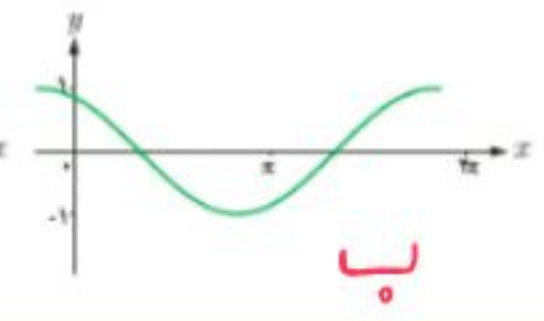
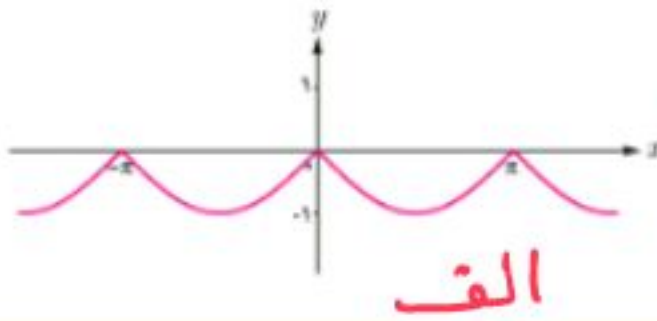


۱ توابع مثلثاتی زیر را با نمودارهای داده شده نظیر کنید.

الف)  $y = -|\sin x|$

ب)  $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$

ب)  $y = \cos(x + \frac{\pi}{6})$

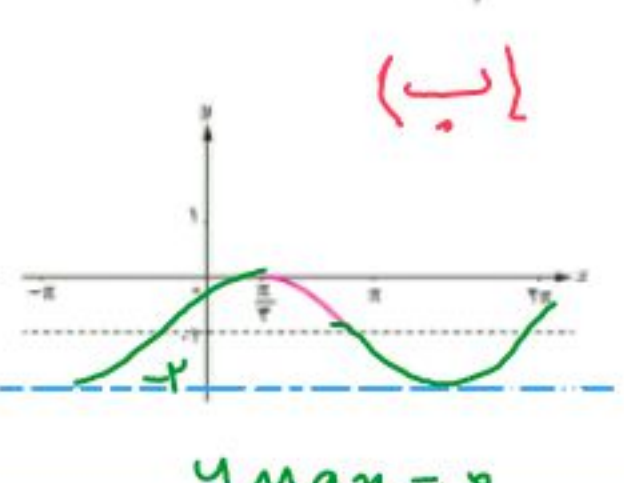
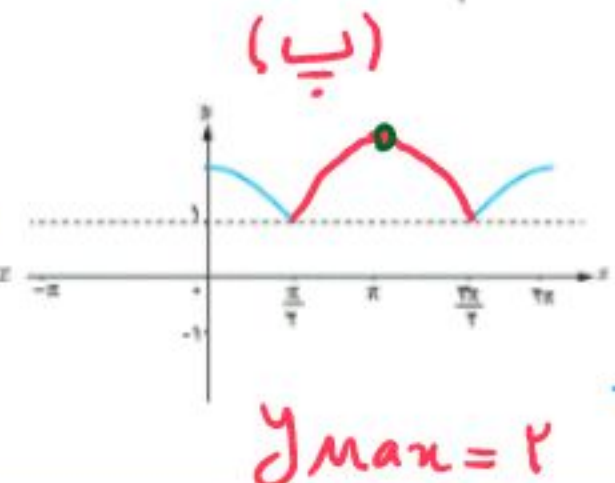
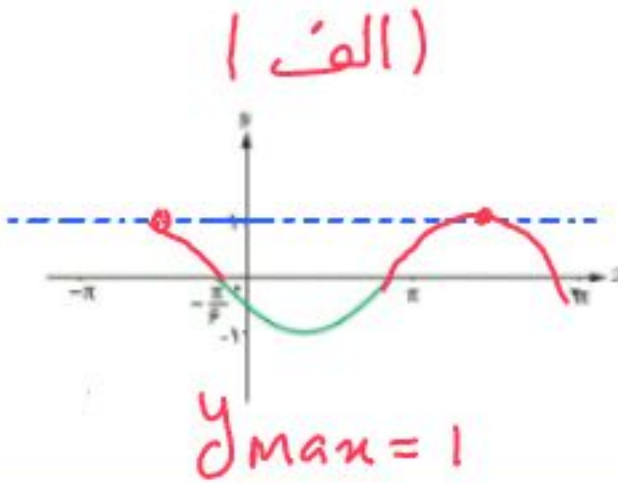


۲ در هر یک از نمودارهای زیر بخشی از یک تابع مثلثاتی رسم شده است. با توجه به بخش رسم شده، توابع مثلثاتی داده شده در زیر را به نمودارها نظیر کنید و سپس نمودار را کامل سازید.

الف)  $y = 1 + |\cos x|$

ب)  $y = \cos(x - \frac{\pi}{3}) - 1$

ب)  $y = -\sin(x + \frac{\pi}{6})$

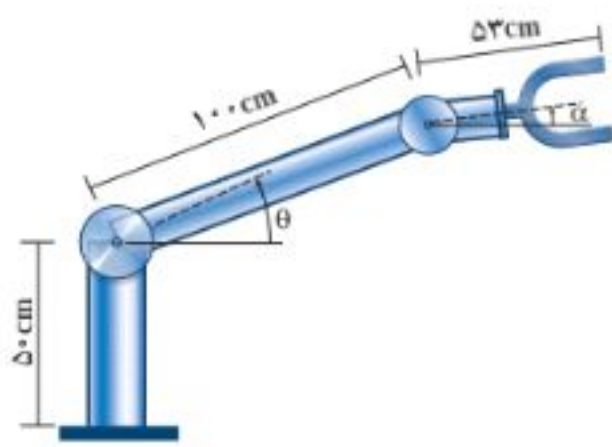


جواب سوال ۲

۳ با توجه به نمودارهای بالا در سوال ۲، بیشترین و کمترین مقدار توابع مثلثاتی داده شده در آن سوال در چه نقاطی رخ می دهد؟

۴ با توجه به نمودارهای سوال ۲، کدام یک از توابع مثلثاتی داده شده در آن سوال در بازه  $(0, \pi)$  یک به یک است؟

همگی کدام در بازه  $(0, \pi)$  یک به یک نیستند. در بازه‌های محدودتر یا کوچکتر تابع یک به یک پیدا می شود. مثلاً تابع  $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$  در  $(\frac{\pi}{3}, \pi)$



- ۲ با توجه به نمودارهای بالا در سؤال ۲، بیشترین و کمترین مقدار توابع مثلثاتی داده شده در آن سؤال در چه نقاطی رخ می دهد؟
- ۴ با توجه به نمودارهای سؤال ۲، کدام یک از توابع مثلثاتی داده شده در آن سؤال در بازه  $(0, \pi)$  یک به یک است؟
- ۵ در طراحی روبات های صنعتی برای انعطاف بیشتر در حرکت روبات ها، معمولاً دو مفصل مکانیکی برای بازوی آن به صورت روبه رو در نظر می گیرند.

الف) ارتفاع نوک گیره این روبات را، از سطح زمین، بر اساس توابعی از  $\theta$  و  $\alpha$  مدل سازی کنید.  $(-\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4})$

ب) فرض کنید این روبات برای گرفتن یک شیء در ارتفاع  $23/5$  cm مفصل دوم خود را در حالت  $\alpha = -3^\circ$  قرار داده است. تعیین کنید زاویه  $\theta$  در این وضعیت چند درجه است؟

الف)

$$\sin \alpha = \frac{h_3}{23} \rightarrow h_3 = 23 \sin \alpha$$

$$\sin \theta = \frac{h_2}{100} \rightarrow h_2 = 100 \sin \theta$$

$$h = h_1 + h_2 + h_3$$

$$h = 50 + 100 \sin \theta + 23 \sin \alpha$$

ب)  $23/5 = 50 + 100 \sin \theta + 23 \sin(-3^\circ)$

$$100 \sin \theta = 23/5 - 50 + \frac{23}{2}$$

$$100 \sin \theta = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \rightarrow \theta = 0^\circ$$

فرم مهر