

تکانه

متین قنبرزاده-رتبه ۴۰۸ منطقه یک
دانشجوی مهندسی مکانیک دانشگاه تهران

۱) جسمی به جرم ۵۰ گرم از ارتفاع ۶۰ متری رها می شود و در لحظه ای سرعت آن به ۱۴ متر بر ثانیه می رسد و یک ثانیه پس از آن سرعت جسم به ۲۳ متر بر ثانیه می رسد تغییر تکانه جسم در این یک ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ **تجربی-داخل-۹۳**

۲۳/۱۰ (۴)

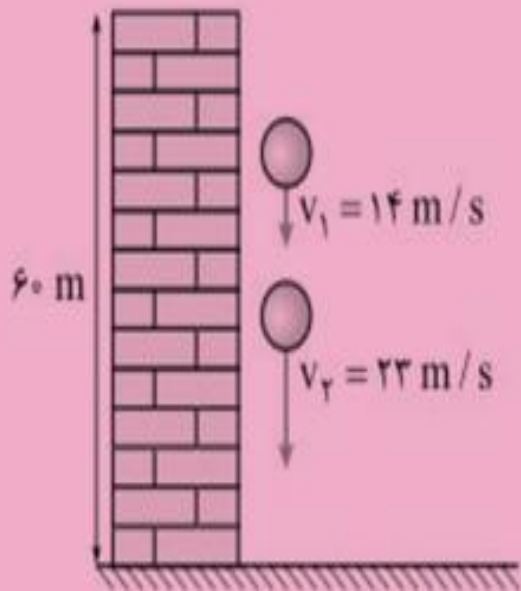
۲۳/۲۰ (۳)

۹/۱۰ (۲)

۹/۲۰ (۱)

www-kanoon.ir

پاسخ) گزینه ۱



ما اصلاً کاری به این که جسم از کجا رها شده است، نداریم. جهت حرکت گلوله تغییر نکرده است؛

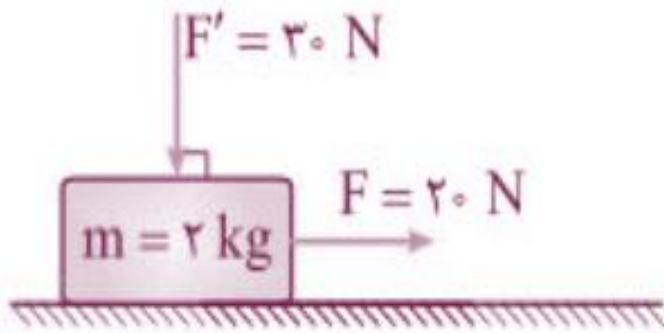
پس سرعت در هر دو لحظه مثبت است و داریم:

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg} \Rightarrow \Delta p = p_2 - p_1$$

$$= mv_2 - mv_1 = 0.05 \times 23 - 0.05 \times 14 = 1.15 - 0.7$$

$$|\Delta p| = 0.45 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} = \frac{9}{20} \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

۲) در شکل زیر به جسمی که در سطح افقی در حال سکون بوده نیرو هایی مطابق شکل اعمال می شوند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح افقی $0/5$ و $0/3$ باشد تغییر تکانه جسم در مدت دو ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟
ریاضی-خارج-۹۸



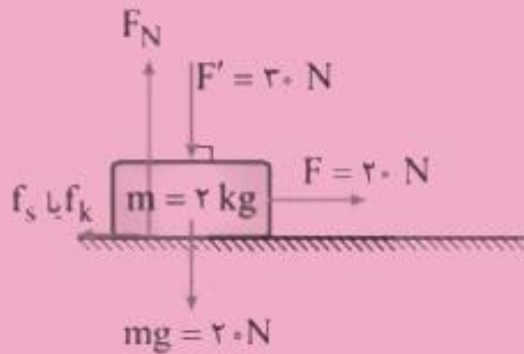
۹(۲)

۱(صفر)

۲۸(۴)

۱۰(۳)

پاسخ) گزینه ۱



اول باید ببینیم جسم حرکت می کند یا نه! پس می رویم سراغ محاسبه F_N و بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی. با توجه به شکل روبه رو داریم:

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N - F' - mg = 0 \Rightarrow F_N = F' + mg = 30 + 20 = 50 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0.5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

همین طور که می بینید، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی از نیروی محرک ($F = 20 \text{ N}$) بیشتر است. پس جسم ساکن می ماند و تکانه هم تغییری نمی کند:

$$\begin{cases} F = 20 \text{ N} \\ f_{s,\text{max}} = 25 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F < f_{s,\text{max}} \Rightarrow \text{جسم ساکن می ماند.}$$

۳) یک توپ تنیس به جرم ۲۰۰ گرم از ارتفاع ۳۲۰ سانتی متری زمین رها می شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۱۲۵ سانتی متری زمین بر می گردد. اگر زمان تماس توپ با زمین ۱۳ میلی ثانیه باشد. بزرگی نیروی متوسط آن در ضمن تماس چند نیوتون و جهت آن به کدام سو است؟

ریاضی-داخل-۹۷

(۱).۱۰۰.بالا

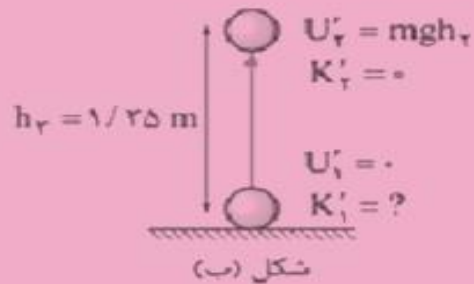
(۲).۱۰۰.پایین

(۳).۲۰۰.پایین

(۴).۲۰۰.بالا

www-kanoon.ir

پاسخ) گزینه ۴



گام اول: توپ با سرعت \vec{v}_1 به زمین برخورد می کند پس از 13 ms تماس و با سرعت \vec{v}_2 از زمین جدا می شود. به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت های \vec{v}_1 و \vec{v}_2 را حساب می کنیم.
شکل (الف) وضعیت توپ را از لحظه رهاشدن تا برخورد به زمین نشان می دهد. برای این حرکت داریم:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{E}_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 \\ \Rightarrow m \times 10 \times 3/2 &= \frac{1}{2} \times m \times v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 64 \Rightarrow v_1 = 8 \text{ m/s} \xrightarrow{\vec{v}_1 \text{ روبه پایین است.}} \vec{v}_1 = (-8 \text{ m/s}) \vec{j} \end{aligned}$$

در شکل (ب) وضعیت توپ را هنگام بالا رفتن مشخص کرده ایم. بنابراین طبق اصل پایستگی می توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \vec{E}'_1 &= \vec{E}'_2 \Rightarrow U'_1 + K'_1 = U'_2 + K'_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_2 + 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times v_2^2 &= m \times 10 \times 1/25 \Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s} \xrightarrow{\vec{v}_2 \text{ روبه بالا است.}} \vec{v}_2 = +5 \vec{j} \end{aligned}$$

گام دوم: حالا به کمک رابطه $\vec{F} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ نیروی متوسط وارد بر توپ در ضمن تماس را حساب می کنیم.

$$\vec{F} = \frac{0/2 \times [5\vec{j}] - (-8\vec{j})}{13 \times 10^{-3}} = \frac{200 \times 13\vec{j}}{13} = (200 \text{ N}) \vec{j}$$

پس نیروی وارد بر توپ 200 N و روبه بالا است.

۴) بزرگی تکانه جسمی به جرم دو کیلوگرم برابر ۶ کیلوگرم متر بر ثانیه است. انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟

ریاضی-داخل-۹۶

۱۲(۴)

۹(۳)

۶(۲)

۳(۱)

www-kanoon-ir

پاسخ) گزینه ۳

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(6)^2}{2 \times 2} = \frac{36}{4} = 9 \text{ J}$$

به راحتی و با استفاده از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ می‌توانیم انرژی جنبشی را به دست آوریم:

۵) اگر جرم جسم B $\frac{5}{8}$ جرم جسم A و تکانه جسم A $\frac{4}{3}$ تکانه جسم B باشد. نسبت انرژی جنبشی جسم A به انرژی جنبشی جسم B کدام است؟

ریاضی-داخلی-۹۹

$$\frac{6}{5}(4)$$

$$\frac{6}{5}(3)$$

$$\frac{9}{10}(2)$$

$$\frac{10}{9}(1)$$

www-kanoon-ir

پاسخ) گزینه ۱

کافی است که رابطه انرژی جنبشی بر حسب تکانه را بنویسید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{p_A^2}{2m_A}}{\frac{p_B^2}{2m_B}} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \frac{5}{8} = \frac{10}{9}$$