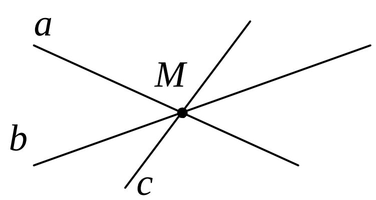
فصل اوّل

درس اوّل : مسائل تکمیلی هندسه

در ادامه به چند مفهوم هندسی در مورد مثلث اشاره و قضیه های مربوط به آنها بیان و اثبات می کنیم.

خطوط همرس در مثلث

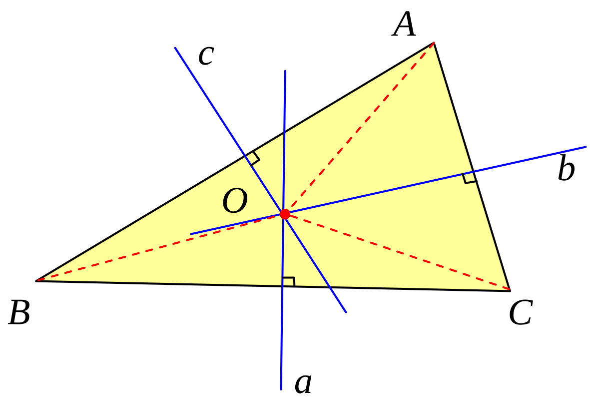
هر گاه سه یا چند خط فقط در یک نقطه همدیگر را قطع کنند، همرس (متقارب) می نامند.



در هر مثلث خطوط مختلفی را می توان رسم کرد که همرس می باشند. در قضیه های زیر برخی از این خطوط همرس در مثلث را اثبات می کنیم.

قضیه‌ی ۱ : عمود منصف های اضلاع هر مثلث همرسند.

اثبات: فرض می کنیم که دو عمود منصف a و b همدیگر را در نقطه‌ی O قطع می کنند. نشان می دهیم که عمود منصف c نیز از نقطه‌ی O می گذرد.



$$\left.\begin{array}{l} O\in a \rightarrow OB=OC \\ O\in b \rightarrow OA=OC \end{array}\right\} \rightarrow OA=OB \rightarrow O\in c$$

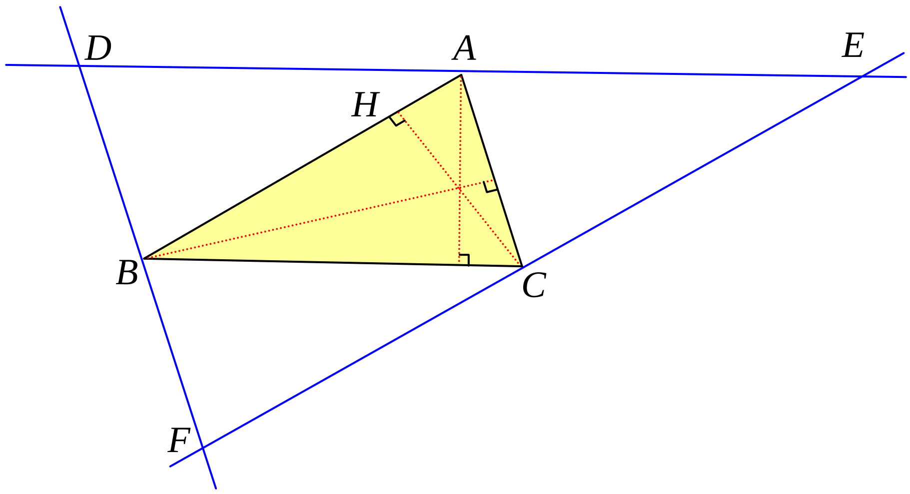
یعنی لذا نقطه‌ی O روی عمود منصف c قرار دارد و لذا عمود منصف های اضلاع هر مثلث همرسند.

***

قضیه‌ی ۲ : ارتفاع های هر مثلث همرسند.

اثبات : از رئوس مثلث ABC خط هایی به موازات سه ضلع مثلث رسم می کنیم ، تا مثلث جدیدی حاصل شود. آنگاه واضح است که چهار ضلعی های $ABFC$ و $ABCE$ متوازی الاضلاع می باشند و لذا:

$$\left.\begin{array}{l} AB = FC \\ AB = CE \end{array}\right\} \to FC = CE$$

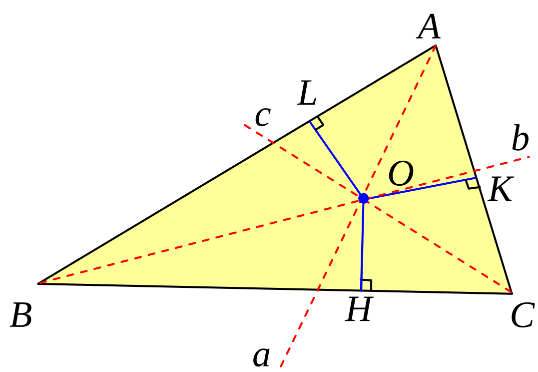


پس CH پاره خط FE را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند. از طرفی چون CH بر AB عمود است، پس بر FE که موازی AB است ، نیز عمود می باشد. لذا CH عمود منصف پاره خط FE می باشد. به همین ترتیب ثابت می شود که ارتفاع های مثلث ABC عمود منصف های اضلاع مثلث DEF هستند. حال چون عمود منصف های هر مثلث همرسند، لذا ارتفاع ها نیز همرسند.

***

قضیه‌ی ۳ : نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.

اثبات : فرض می کنیم که دو نیمساز a و b همدیگر را در نقطه‌ی O قطع می کنند. نشان می دهیم که نیمساز c نیز از نقطه‌ی O می گذرد.



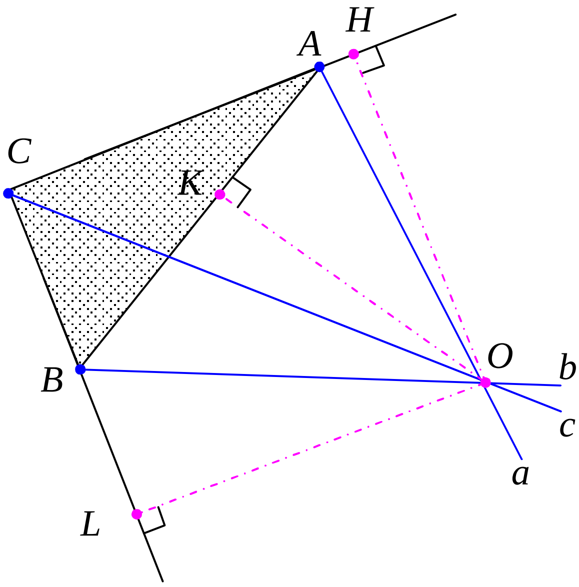
$$\left.\begin{array}{l} O\in a \to OL = OK \\ O\in b \to OL = OH \end{array}\right\} \to OK = OH \to O\in c$$

یعنی لذا نقطه‌ی O روی نیمساز c قرار دارد و لذا یعنی نیمساز های زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.

***

تمرین ۱: ثابت کنید که در هر مثلث نیمساز های هر دو زاویه‌ی خارجی با نیمساز زاویه‌ی داخلی سوّم همرسند.

اثبات: فرض کنیم که دو نیمساز a و b همدیگر را در نقطه‌ی O قطع می کنند. نشان می دهیم که نیمساز c نیز از نقطه‌ی O می گذرد.



$$\begin{array}{l} O\in a \to OH = OK \\ O\in b \to OK = OL \end{array} \to OH = OL \to O\in c$$

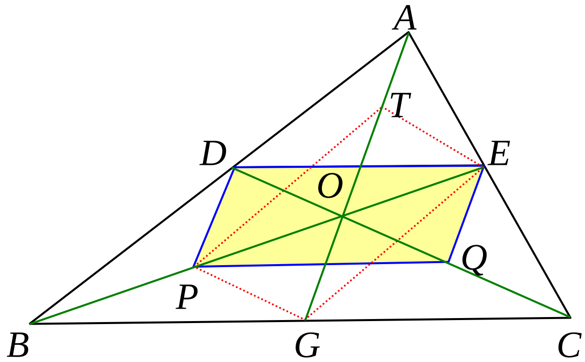
یعنی لذا نقطه‌ی O روی عمود منصف c قرار دارد و لذا نیمساز های مذکور همرسند

***

فقط برای مطالعه :

قضیه‌ی ۴ : میانه های هر مثلث همرسند.

اثبات : دو میانه‌ی BE و CD موازی نیستند، لذا همدیگر را در نقطه ای مانند O قطع می کنند. اگر P نقطه‌ی وسط BO و Q نقطه‌ی وسط CO



فرض شوند. طبق عکس قضیه‌ی تالس[1] می توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ABC}: DE \parallel BC, DE = \frac{۱}{۲}BC \\ \overset{\Delta}{BOC}: PQ \parallel BC, PQ = \frac{۱}{۲}BC \end{array}\right\} \to DE = PQ, DE \parallel PQ$$

یعنی چهار ضلعی $DEQP$ متوازی الاضلاع است و DQ و PE قطر های آن می باشد.

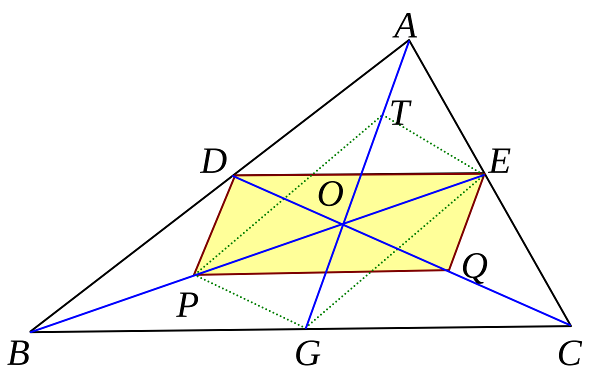
اگر T نقطه‌ی وسط AO فرض شود. به ترتیب فوق ثابت می شود که چهارضلعی $TEGP$ نیز متوازی الاضلاع است و قطر های آن یعنی TG و PE می باشند و همدیگر را در یک نقطه قطع می کنند.لذا سه میانه‌ی هر مثلث همرسند.

توجه : در فصول بعد اثبات دیگری برای این قضیه ارائه می شود.

***

فقط برای مطالعه :

تمرین۲ : ثابت کنید که میانه های هر مثلث همدیگر را به نسبت $\frac{۲}{۳}$ طول میانه از طرف رأس و $\frac{۱}{۳}$ از طرف ضلع مقابل قطع می کنند.



اثبات : می دانیم که قطر های متوازی الاضلاع یکدیگر را نصف می کنند. پس با توجه به شکل زیر می توان گفت که میانه هر مثلث همدیگر را در یک نقطه طوری قطع می کنند که $\frac{۲}{۳}$ از طرف رأس و $\frac{۱}{۳}$ از طرف ضلع مقابل جدا شوند. برای مثال برای میانه‌ی BE می توان نوشت:

$$BO = \frac{۲}{۳}BE, OE = \frac{۱}{۳}BE$$

***

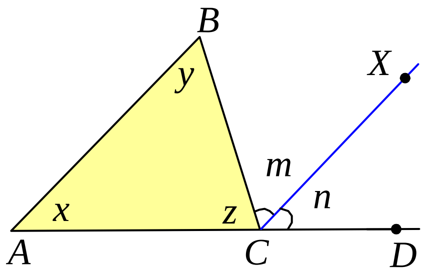
[1] . در پایه‌ی نهم با این قضیه آشنا شده اید.

نامساوی های اضلاع و زاویه ها در مثلث

در این قسمت می خواهیم ثابت کنیم که در هر مثلث ، ضلع بزرگتر روبرو به زاویه‌ی بزرگتر است و برعکس .

امّا ابتدا تمرین زیر را توجه کنید.

تمرین۳ : ثابت کنید که در هر مثلث هر زاویه‌ی خارجی از هر زاویه‌ی داخلی غیر مجاور آن بزرگتر است.



اثبات : از رأس C خط CX را چنان رسم می کنیم که موازی AB باشد. زاویه های m و n جزئی از زاویه ی BCD می باشند، پس:

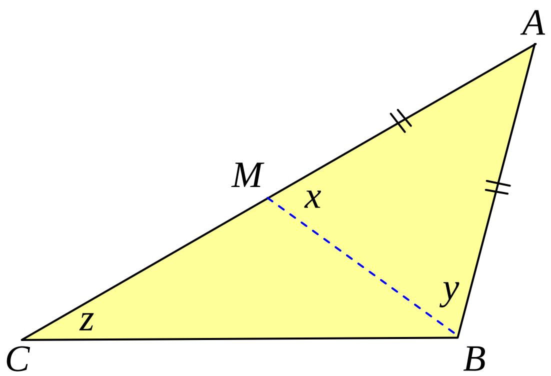
$$\angle BCD > \angle n \text{ و } \angle BCD > \angle m$$

از طرفی طبق قضیه‌ی خطوط موازی داریم:

$$\angle x = \angle n \rightarrow \angle BCD > \angle x$$
$$\angle y = \angle m \rightarrow \angle BCD > \angle y$$

❋❋❋

قضیه (قضیه‌ی زاویه‌ی برتر): اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند،آنگاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگتر، از زاویه ی مقابل به ضلع کوچکتر ، بزرگتر است.



فرض : $AC > AB$

حکم : $\angle B > \angle C$

اثبات : روی ضلع AC (بزرگتری) پاره خط AM را به اندازه‌ی AB (کوچکتری) جدا کرده و نقطه‌ی M را به رأس B وصل می کنیم. چون $AM = AB$. پس مثلث ABM متساوی الساقین است و در نتیجه $\angle x = \angle y$. از طرفی زاویه‌ی x زاویه‌ی خارجی مثلث MBC است. لذا $\angle x > \angle z$. با مقایسه‌ی دو نتیجه‌ی فوق داریم: $\angle y > \angle z$. چون زاویه‌ی y جزئی از زاویه‌ی B است، پس : $\angle B > \angle y$. در نهایت واضح است که $\angle B > \angle z$ یعنی $\angle B > \angle C$

❋❋❋

قضیه (قضیه‌ی ضلع برتر) : اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، آنگاه ضلع مقابل به زاویه‌ی بزرگتر ، از ضلع مقابل به زاویه‌ی کوچکتر ، بزرگتر است.

فرض: $\angle B > \angle C$

حکم: $AC > AB$

اثبات : (اثبات به روش برهان خلف) فرض کنیم که $AC \ngtr AB$ (فرض خلف) در این صورت ، دو حالت زیر پیش می آید.

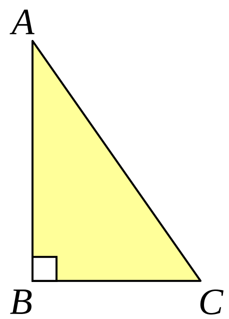
$AC = AB \rightarrow \angle B = \angle C \rightarrow$ خلاف فرض

$AC < AB \rightarrow \angle B < \angle C \rightarrow$ خلاف فرض

بنابر این فرض خلف باطل و حکم ثابت است.

نتیجه : در هر مثلث قائم الزاویه، هر ضلع از وتر کوچکتر است.

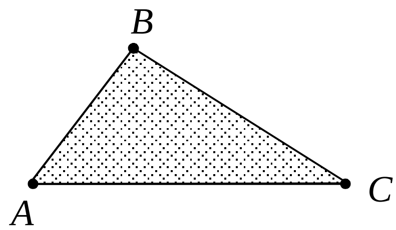
اثبات : چون در هر مثلث قائم الزاویه بزرگترین زاویه، زاویه‌ی قائمه‌ی آن می باشد، لذا ضلع روبرو به آن یعنی وتر از دو ضلع دیگر بزرگتر است.



$AB < AC$

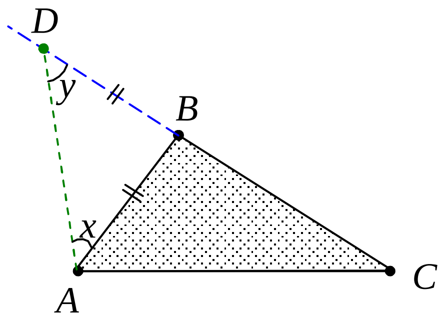
$BC < AC$

قضیه (قضیه‌ی نامساوی مثلثی) : در هر مثلث مجموع طول های هر دو ضلع از طول ضلع سوّم بزرگتر است.



حکم: $\begin{cases} AB + BC > AC \\ AB + AC > BC \\ BC + AC > AB \end{cases}$

اثبات روش اوّل: از رأس B ضلع BC را امتداد می دهیم و به اندازه‌ی AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه‌ی D بدست آید. در این صورت:



$$\overset{\Delta}{ADB}: AB = BD \rightarrow \angle x = \angle y$$

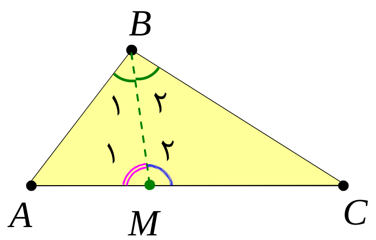
$$\overset{\Delta}{ADC}: DC = BD + BC \xrightarrow{AB=BD} DC = AB + BC$$

از طرفی با توجه به شکل واضح است که: $\angle DAC > \angle x$

در نتیجه $\angle DAC > \angle y$ پس $DC > AC$ ، لذا $AB + BC > AC$

بدیهی است که اثبات دو قسمت دیگر به همین ترتیب صورت می گیرد.

اثبات روش دوّم : ابتدا نیمساز زاویه‌ی B را رسم می کنیم.



زاویه‌ی $M_۲$ یک زاویه‌ی خارجی مثلث ABM می باشد. لذا :

$$\angle M_۲ > \angle B_۱ \xrightarrow{\angle B_۱ = \angle B_۲} \angle M_۲ > \angle B_۲$$

پس در مثلث BMC دو زاویه‌ی نابرابر وجود دارد و $BC > MC$ (۱)

زاویه‌ی $M_۱$ یک زاویه‌ی خارجی مثلث BMC می باشد. لذا :

$$\angle M_۱ > \angle B_۲ \xrightarrow{\angle B_۱ = \angle B_۲} \angle M_۱ > \angle B_۱$$

پس در مثلث ABM دو زاویه‌ی نابرابر وجود دارد و $AB > AM$ (۲)

اکنون نامساوی های (۱) و (۲) را جمع می کنیم. خواهیم داشت:

$$\left.\begin{matrix} BC > MC \\ AB > AM \end{matrix}\right\} \rightarrow AB + BC > AM + MC \xrightarrow{AM+MC=AC} AB + BC > AC$$

بدیهی است که اثبات دو قسمت دیگر به همین ترتیب صورت می گیرد.

***

تمرین برای حل :

۴ : ثابت کنید که در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچکتر است.

۵ : ثابت کنید که مجموع فاصله های هر نقطه داخل مثلث از سه رأس ، از نصف مجموع سه ضلع مثلث بزرگتر است.

***

تهیه کننده : جابر عامری ، دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

سایت : www.mathtower.ir

کانال تلگرام : @mathameri

فصل اوّل

درس دوّم : ترسیم های هندسی

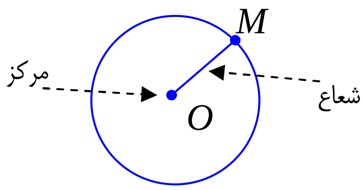
نگاهی به مسائل ترسیمی

گاهی برای حل مسائل مختلف لازم است از ترسیم های هندسی استفاده شود. بدین معنی که در اینگونه مسائل شکل هایی را رسم می کنیم که دارای ویژگی معینی باشند و بعد از ترسیم و با استفاده از ویژگی های شکل به پاسخ مسئله می رسیم. توجه داشته باشیم که ابزارهای مورد استفاده در اینگونه مسائل فقط خط کش و پرگار[1] می باشند. از خط کش برای رسم خط راست و از پرگار برای رسم دایره با شعاع معین استفاده می شود.

***

۱) رسم دایره

تعریف دایره : مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که از یک نقطه‌ی ثابت (به نام مرکز) به یک اندازه(موسوم شعاع) باشند.



تمرین ۱ : نقاطی از صفحه را مشخص کنید که از نقطه‌ی معین O دارای فاصله‌ی یکسانی مانند a (مثلاً ۲ سانتی متر باشند.)

حل : پرگار را به شعاع a (مثلاً ۲ سانتی متر باشند.) باز کرده و از نقطه‌ی O دایره را رسم می کنیم. تمام نقاط روی دایره پاسخ مسئله هستند.

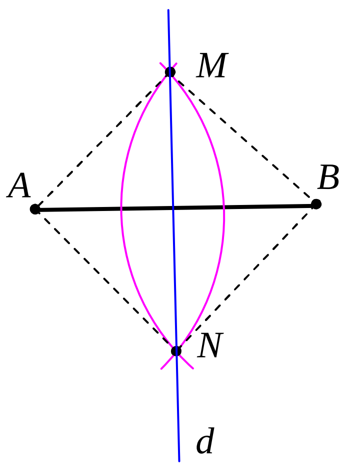
تمرین۲ : پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنید و دو سر آن را A و B بنامید. سپس نقطه ای پیدا کنید که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۳ و از نقطه‌ی B به فاصله‌ی ۴ سانتی متر باشد.

***

[1]. خط کش غیر مدرج فرض می شود، مگر آنکه اندازه ی پاره خط قید شود.

۲) روش رسم عمود منصف یک پاره خط

ابتدا پرگار را به اندازه ای باز می کنیم که شعاع آن از نصف طول پاره خط بیشتر باشد، سپس از دو سر پاره خط AB دو کمان با شعاع های مساوی رسم کرده تا این دو کمان همدیگر را در نقاط M و N قطع کنند. چون دو نقطه ی M و N از دو سر پاره خط AB به یک فاصله اند. پس روی عمود منصف AB قرار دارند. لذا خط گذرا از این دو نقطه یعنی d عمود منصف AB است.

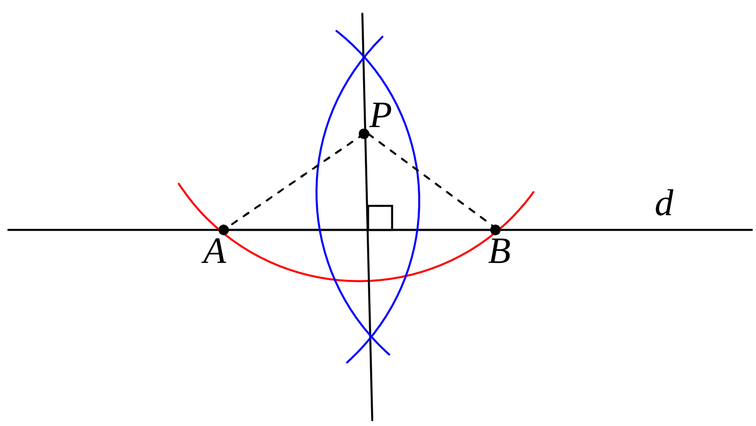


تمرین۳ : ابتدا یک پاره خط به طول ۴ سانتی متر بکشید، سپس به کمک خط کش و پرگار عمود منصف آن را رسم کنید.

***

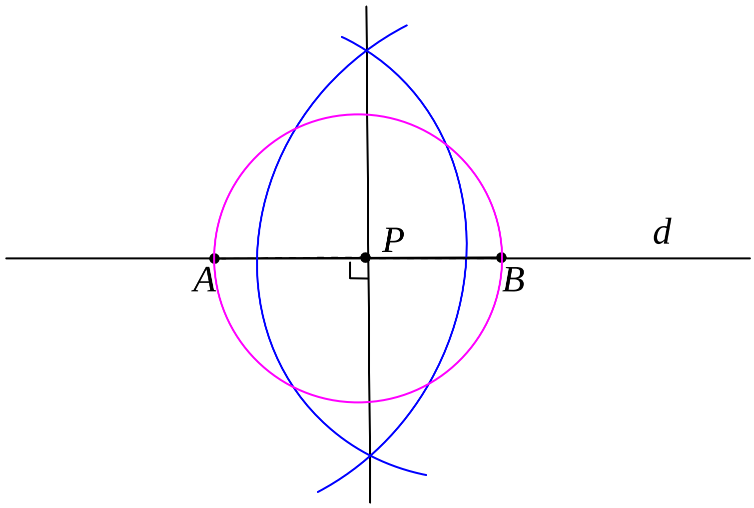
۳) رسم خطی عمود بر یک خط داده شده از یک نقطه‌ی خارج آن

از نقطه‌ی P یک کمان را طوری رسم می کنیم که خط d را در نقاط A و B قطع کند. اکنون عمود منصف پاره خط AB را رسم می کنیم که جواب مسئله است.



۴) رسم خطی عمود بر یک خط داده شده از یک نقطه‌ی روی آن

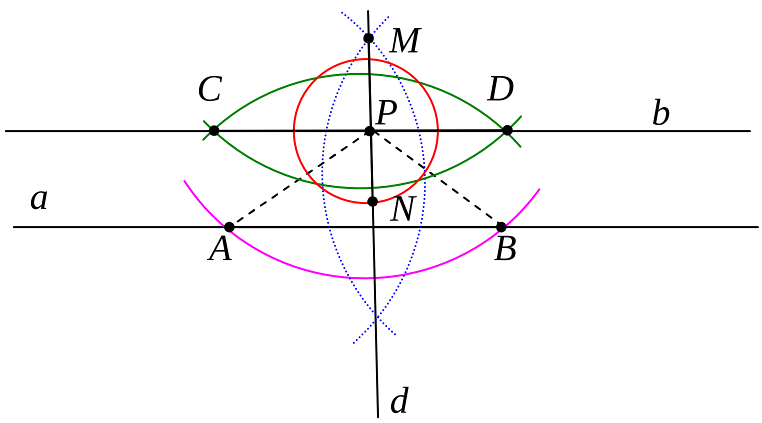
به مرکز نقطه ی P دایره ای رسم کرده تا خط d را در نقاط A و B قطع کند. اکنون عمود منصف پاره خط AB را رسم می کنیم که جواب مسئله است.



***

۵) رسم خط موازی یک خط داده شده از یک نقطه‌ی خارج آن

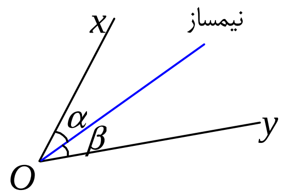
ابتدا از نقطه‌ی P واقع در خارج خط a یک خط مانند d عمود بر a رسم می کنیم. این خط از نقطه‌ی P می گذرد. اکنون از نقطه‌ی P واقع بر d خط b را عمود بر d رسم می کنیم. چون $d \perp a$ و $d \perp b$ پس $a \| b$ و لذا b جواب مسئله است.



***

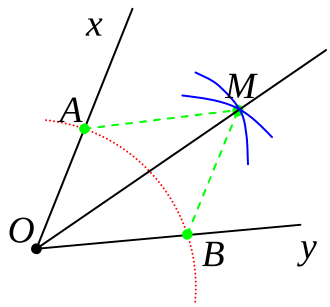
۶) رسم نیمساز یک زاویه

تعریف : نیمساز زاویه خطی است که از رأس زاویه می‌گذرد و آن را به دو زاویه‌ی مساوی تقسیم می‌کند.



$$\angle\alpha = \angle\beta$$

از رأس زاویه ی xOy یک کمان را طوری رسم می کنیم که اضلاع زاویه را در نقاط A و B قطع کند. اکنون از نقاط A و B دو کمان با شعاع مساوی رسم می کنیم که همدیگر را در نقطه ای مانند M قطع کنند. چون دو مثلث OAM و OBM به حالت (ض ض ض) همنهشت هستند. لذا $\angle AOM = \angle BOM$ یعنی OM نیمساز زاویه ی xOy می باشد و جواب مسئله است.

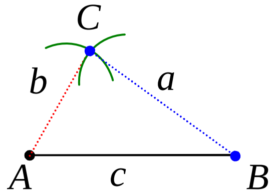


***

۷) رسم مثلث با معلوم بودن اندازه‌ی سه ضلع آن (ض ض ض)

در این حالت وقتی می توان مثلث را رسم کرد که قضیه‌ی وجود مثلث برقرار باشد. یعنی مجموع هر دو عدد از عدد سوّم بزرگتر باشد.

فرض کنیم که $AB = c$ و $BC = a$ و $AC = b$



در این صورت ابتدا به کمک خط کش پاره خطی به اندازه‌ی c رسم کرده و آن را AB می نامیم. حال از دو سر پاره خط AB دو کمان به شعاع های b و a رسم کرده و محل تقاطع این دو کمان را C می نامیم. مثلث ABC جواب مسئله است.

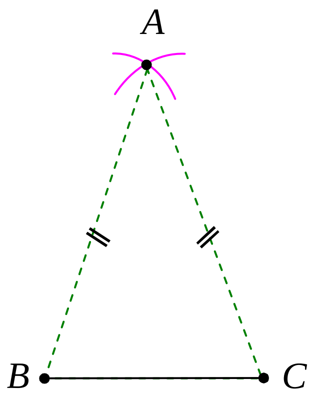
تمرین۵ : تعیین کنید در چه حالتی با معلوم بودن سه عدد مثبت می توان، یک مثلث را رسم کرد؟

***

۸) روش رسم مثلث متساوی‌الساقین به کمک خط کش و پرگار

ابتدا پاره خط دلخواه BC را رسم می‌کنیم. سپس از نقـاط B و C کمـان هایی با شعاع های مساوی رسم می‌کنـیم تـا یکـدیگر را در نقطـه‌ی A قطع کنند. چون $AB = AC$ پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

تذکر : اگر پرگار را به اندازه‌ی پاره خط BC باز کنیم و سپس کمانها را رسم کنیم. مثلث متساوی الاضلاع به دست می‌آید.



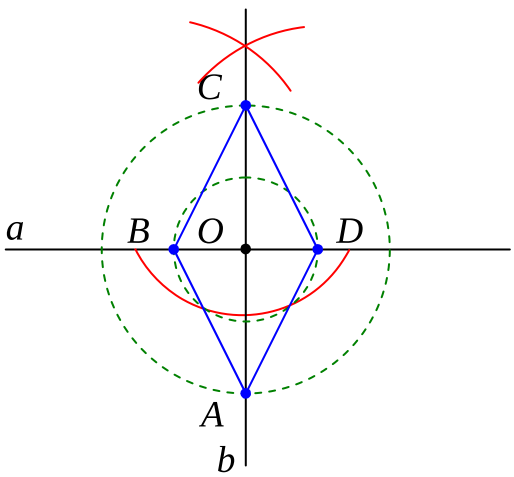
***

۹) روش رسم لوزی با معلوم بودن اندازه‌ی دو قطر آن

اگر اندازه‌ی قطرهای یک لوزی را m و n فرض کنیم. برای رسم لوزی به ترتیب زیر عمل می کنیم.

ابتدا از یک نقطه‌ی دلخواه مانند O روی خط a ، خطی عمود بر آن رسم می کنیم. سپس به مرکز همین نقطه یک دایره به شعاع $\frac{m}{2}$ و یک دایره به شعاع $\frac{n}{2}$ رسم می کنیم. نقاط محل تقاطع این دایره ها و دو خط عمود بر هم یک لوزی است. (چرا؟)

زیرا قطرها منصف همدیگر بوده و بر هم عمودند.

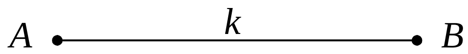


تمرین۶ : یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن ۳ و ۵ سانتی متر باشند.

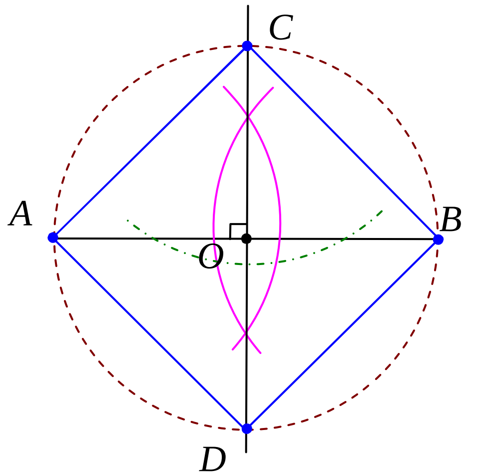
***

۱۰) روش رسم مربع با معلوم بودن اندازه‌ی قطر آن

مربعی رسم کنید که پاره خط مفروض AB به اندازه‌ی معلوم k قطر آن باشد.



حل: در ابتدا دو خط عمود بر هم رسم می کنیم. سپس از نقطه‌ی تقاطع آنها یعنی نقطه‌ی O دایره ای به شعاع $\frac{k}{۲}$ رسم می کنیم. قطر های چهارضلعی $ACBD$ برابر بوده و عمودمنصف یکدیگرند، پس مربع می باشد. لذا جواب مسئله است.



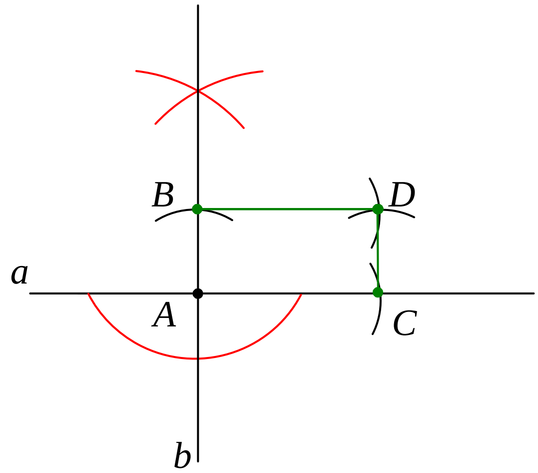
تمرین۷ : مربعی رسم کنید که اندازه‌ی قطر آن ۵ سانتی متر باشد.

***

۱۱) روش رسم مستطیل با معلوم بودن اندازه های دو ضلع آن

حل : فرض کنید که اندازه ی ضلع های مستطیل برابر m و n باشند. برای رسم مستطیل ابتدا از یک نقطه ی دلخواه مانند A روی خط a ، خطی عمود بر آن رسم می کنیم. سپس به مرکز همین نقطه یک کمان به شعاع m و یک کمان به شعاع n رسم و محل تقاطع کمان به شعاع m با خط a را C و محل تقاطع کمان به شعاع n با خط b را B نامگذاری می کنیم. از نقطه B کمانی به شعاع m و از نقطه ی C کمانی به شعاع n رسم می کنیم. محل تقاطع این دو کمان را D بنامیم. چهارضلعی $ABDC$ جواب مسئله است. (چرا؟)

زیرا اضلاع روبروی آن مساوی و زاویه‌ی قائمه دارد. پس چهارضلعی مستطیل است.



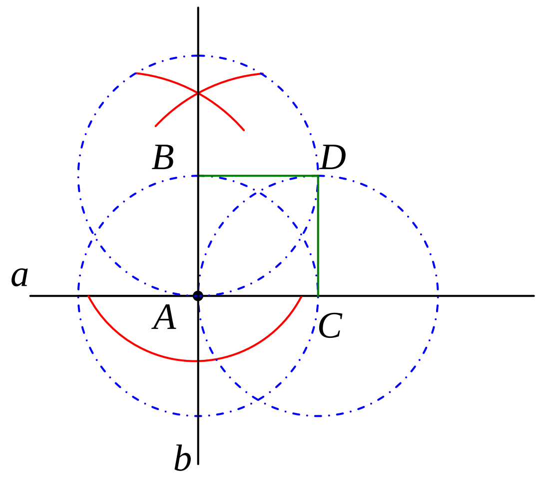
تمرین۸ : مستطیلی رسم کنید که اندازه‌ی دو ضلع آن ۲ و ۳ سانتی متر باشند.

***

۱۲) روش رسم مربع با معلوم بودن اندازه‌ی ضلع آن

حل : فرض کنید که اندازه ی ضلع مربع برابر k باشد. برای رسم مربع ابتدا از یک نقطه ی دلخواه مانند A روی خط a ، خطی عمود بر آن رسم می کنیم. سپس به مرکز همین نقطه یک دایره به شعاع k رسم می کنیم و محل تقاطع این دایره با خطوط a و b را B و C نامگذاری می کنیم. بعد از نقاط B و C دو دایره به شعاع k رسم می کنیم. اگر محل تقاطع دو دایره ی اخیر را D بنامیم. چهارضلعی $ABDC$ جواب مسئله است. (چرا؟)

زیرا تمام اضلاع آن مساوی و زاویه قائمه دارد. پس چهارضلعی مربع است.

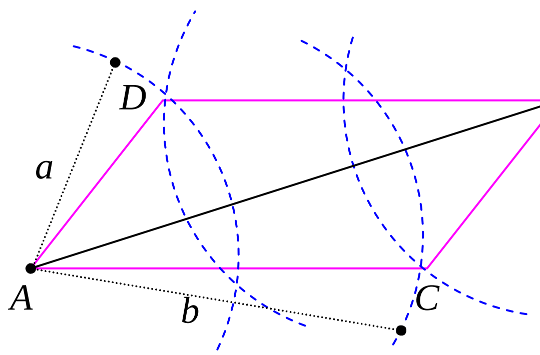


تمرین ۹ : مربعی رسم کنید که اندازه‌ی یک ضلع آن ۴ سانتی متر باشد.

۱۳) روش رسم متوازی الاضلاع با معلوم بودن اندازه‌ی دو ضلع و یک قطر آن

فرض کنیم که اندازه های دو ضلع متوازی الاضلاع a و b باشند. ابتدا پاره خطی برابر معلوم AB را رسم می کنم. سپس از نقطه ی A دو کمان به شعاع های a و b و بعد از آن از نقطه ی B دو کمان با همین دو شعاع رسم می کنیم. در این حالت اگر مجموع a و b از اندازه ی AB بزرگتر باشد، متوازی الاضلاع مورد نظر به دست می آید. (چرا؟)

زیرا در هر چهار ضلعی که اضلاع مقابل دو به دو مساوی باشند، متوازی الاضلاع است.

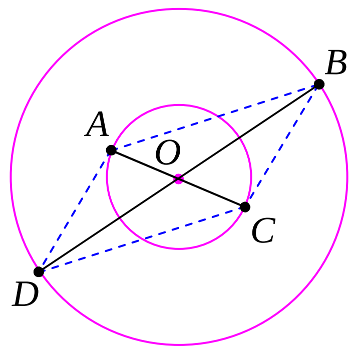


فقط برای مطالعه :

تمرین ۱۰ : متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول ضلع هایش۲ و ۴ و طول قطر آن ۵ سانتی متر باشند.

***

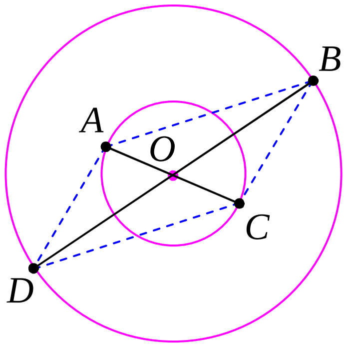
۱۴) رسم متوازی الاضلاع با معلوم بودن اندازه ی دو قطر آن



اگر اندازه ی دو قطر m و n فرض شوند ، ابتدا از یک نقطه‌ی دلخواه روی صفحه ، دو دایره به شعاع های $\frac{m}{۲}$ و $\frac{n}{۲}$ رسم می کنیم. سپس برای هر کدام از این دایره ها یک قطر رسم می کنیم. از وصل کردن نقاط انتهایی قطرها متوازی الاضلاع مورد نظر بدست می آید. (چرا؟) زیرا هر چهارضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، متوازی الاضلاع است.

چون از یک نقطه بیشمار قطر برای هر دایره می توان رسم کرد، لذا بیشمار متوازی الاضلاع با این شرایط می توان رسم نمود.

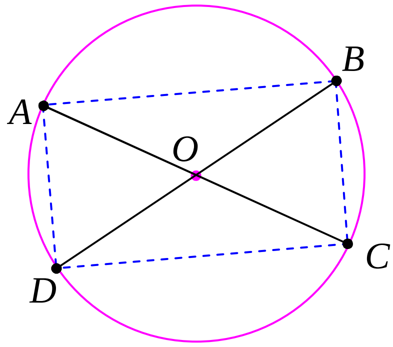
تمرین ۱۱ : متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۷ سانتی متر باشند. چند متوازی الاضلاع به طول قطر ۴ و ۷ می توان رسم کرد؟



حل : از یک نقطه‌ی دلخواه روی صفحه ، دو دایره به شعاع های ۲ و ۳/۵ سانتی متر رسم می کنیم. سپس برای هر کدام از این دایره ها یک قطر رسم می کنیم. از وصل کردن نقاط انتهایی قطرها متوازی الاضلاع مورد نظر بدست می آید.

***

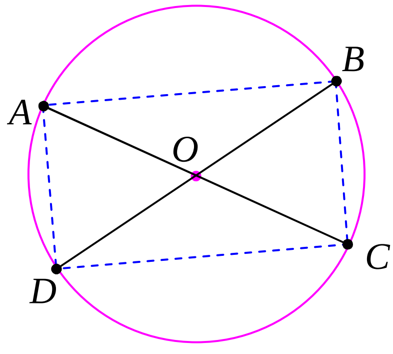
۱۵) رسم مستطیل با معلوم بودن اندازه ی قطر آن



فرض کنیم که اندازه‌ی قطر مستطیل k باشد. ابتدا از یک نقطه‌ی دلخواه روی صفحه ، یک دایره به شعاع $\frac{k}{۲}$ رسم می کنیم. سپس دو قطر از این دایره رسم می کنیم. از وصل کردن نقاط انتهایی این دو قطر مستطیل مورد نظر بدست می آید؟ (چرا؟) زیرا هر چهارضلعی که قطرهای آن مساوی و منصف یکدیگر باشند، مستطیل است.

چون از یک نقطه بیشمار قطر برای هر دایره می توان رسم کرد، لذا بیشمار مستطیل با این شرایط می توان رسم نمود.

تمرین ۱۲ : مستطیلی رسم کنید که طول قطر آن ۶ سانتی متر باشد. مسئله چند جواب دارد؟

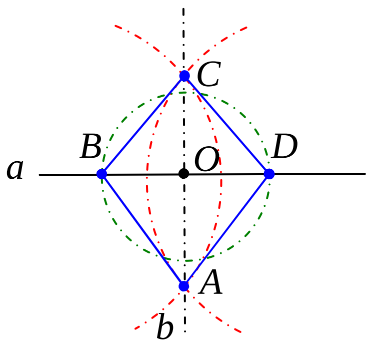


حل : از یک نقطه‌ی دلخواه روی صفحه ، یک دایره به شعاع ۳ سانتی متر رسم می کنیم. سپس دو قطر از این دایره رسم می کنیم. از وصل کردن نقاط انتهایی این دو قطر مستطیل مورد نظر بدست می آید؟

***

۱۶) رسم لوزی با معلوم بودن اندازه‌ی ضلع و اندازه‌ی یک قطر آن

ابتدا یک دایره به شعاعی برابر نصف اندازه‌ی قطر لوزی به مرکز نقطه ی دلخواه مانند O روی خط a رسم می کنیم. بعد از دو سر قطر دایره واقع بر خط a ، دو کمان متقاطع به شعاعی برابر اندازه‌ی ضلع لوزی رسم می کنیم. چهارضلعی حاصل لوزی است. زیرا چهارضلع آن برابرند.

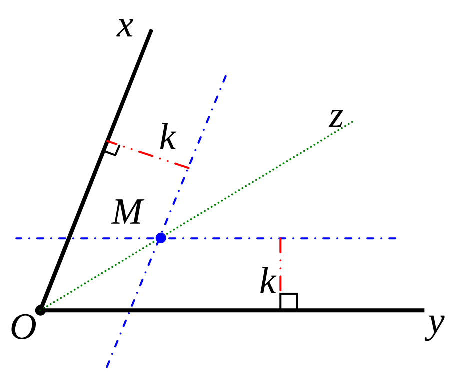


تمرین۱۳ : یک لوزی به طول ضلع ۴ و طول قطر ۵ سانتی رسم کنید.

***

۱۷) رسم نیمساز زاویه به کمک خطوط موازی اضلاع آن زاویه

برای یک زاویه‌ی دلخواه xOy ، ابتدا خط a را طوری رسم می کنیم که فاصله‌ی آن تا ضلع Ox برابر k باشد و سپس خط b را طوری رسم می کنیم که فاصله‌ی آن تا ضلع Oy(ضلع دیگر زاویه) برابر k باشد. واضح است که این دو خط همدیگر را در نقطه ای مانند M قطع می کنند. نقطه‌ی M از هر ضلع زاویه‌ی به فاصله‌ی k می باشد. با توجه به این که هر نقطه که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز زاویه قرار دارد، بنابراین نقطه‌ی M روی نیمساز زاویه قرار دارد. پس نیم خط OM نیمساز زاویه‌ی xOy می باشد.

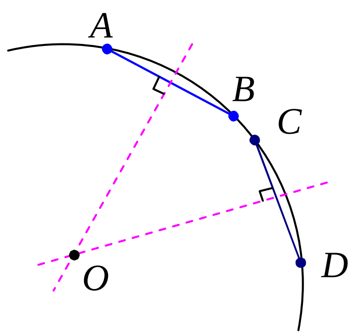


تمرین ۱۴ : یک زاویه‌ی دلخواه را در نظر بگیرید. ابتدا نقطه ای بیابید که فاصله‌ی آن از هر ضلع زاویه‌ی مورد نظر ۲ واحد باشد. سپس نیمساز زاویه را رسم کنید.

***

۱۸) تعیین مرکز دایره با معلوم بودن یک کمان از آن دایره

اگر روی کمان معلوم از یک دایره ، دو نقطه ی متمایز انتخاب کنیم و سپس عمود منصف وتر بدست آمده را رسم نماییم، چون مرکز دایره از دو سر وتر به یک فاصله است، لذا عمود منصف رسم شده از مرکز دایره می گذرد. از این مطلب نتیجه گرفته می شود که برای تعیین نقطه‌ی مرکز دایره کافی است ، عمود منصف های دو وتر متمایز را رسم نماییم. محل تلاقی این دو عمود منصف مرکز دایره است.



تمرین برای حل :

۱۵ : یک پاره خط به طول ۷ سانتی متر رسم کنید و سپس به کمک خط کش(غیر مدرج) و پرگار آن را به چهار پاره خط مساوی تقسیم کنید.

۱۶ : یک زاویه به دلخواه بکشید و سپس به کمک خط کش و پرگار، یک زاویه‌ی دیگر مساوی آن رسم کنید.

۱۷ : مستطیلی رسم کنید که اندازه‌ی دو ضلع آن ۳ و ۴ سانتی متر باشد.

***

تهیه کننده : جابر عامری ، دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

سایت : www.mathtower.ir کانال تلگرام : @mathameri