



مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	سؤالات امتحان همامنگ شه نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد سوال: ۱۴	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۲/۲۴	ساعت شروع: ۸ صبح	نام واحد آموزشی:

بارم	سؤالات	ردیف
۰/۱۵	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ب) اگر $a b$ آن‌گاه $[a, b] =  a $ .	۱
۰/۱۵	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. الف) اگر در گراف $G$ از مرتبه $p$ داشته باشیم $\chi(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر ..... است. ب) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر ..... می‌نامیم.	۲
۱/۱۵	برای هر سه عدد حقیقی $x, y, z$ ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۳
۱/۲۵	باقی مانده تقسیم $(38^{27} + 19)$ را بر ۴ به دست آورید.	۴
۱/۷۵	معادله سیالیه $x + 7y = 185$ را حل کرده و جواب‌های عمومی آن را بنویسید.	۵
۲	گراف $G$ به صورت مقابل رسم شده است. به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. ب) بزرگ‌ترین درجه در گراف $\bar{G}$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ پ) دوری به طول ۵ برای رأس $a$ بنویسید. ت) آیا گراف $G$ همبند است؟	۶
۱/۱۵	عدد احاطه‌گری گراف مقابل را با ارائه راه حل تعیین کنید.	۷
۱/۱۵	گراف $C_1$ را رسم کنید. الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمم از آن را مشخص نمایید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۸
۱/۱۵	الف) یک گراف ۶ رأسی که $\chi$ -مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که $\chi$ -مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۹

ادامه سؤالات در صفحه دوم



باسمه تعالی  
جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
آموزش و پرورش منطقه بسک و شمیرانات

نام و نام خانوادگی:	نام واحد آموزشی:	ساعات شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۲/۲۴	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
				تعداد سواال: ۱۴	تعداد صفحه: ۲

ردیف	موضوع	بارم
۱۰	<p>گوتاه پاسخ دهید.</p> <p>۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که:</p> <p>الف) به صورت یک در میان کنار هم باشند.</p> <p>ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند.</p> <p>پ) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.</p>	۱/۵
۱۱	<p>به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟</p>	۱/۷۵
۱۲	<p>مربع لاتین A را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) با اعمال یک جایگشت روی درایه های مربع لاتین A، مربع لاتین B را تولید کنید.</p> <p>ب) متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.</p>	۲
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	
۱۳	<p>با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.</p>	۱/۷۵
۱۴	<p>حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آنها مانند هم و غیر تکراری است؟</p>	۱
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید. »



سؤالات امتحان هماهنگ شه نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام واحد آموزشی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۲/۲۴	تعداد سؤالات: ۱۴ تعداد صفحه: ۲

ردیف	سؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ✓ ب) اگر $a b$ آن ماه $a b = x$ .	۰/۱۵
۲	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. الف) اگر در گراف $G$ از مرتبه $p$ داشته باشیم $\chi(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر ..... است. $p-1$ ب) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر ..... می نامیم. <b>حقیقی</b>	۰/۱۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی $x, y, z$ ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۱/۱۵
۴	باقی مانده تقسیم $(28^{27} + 19)$ را بر ۴ به دست آورید.	۱/۲۵
۵	معادله سیاله $x + 7y = 185$ را حل کرده و جواب های عمومی آن را بنویسید.	۱/۲۵
۶	گراف $G$ به صورت مقابل رسم شده است. به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. $\leftarrow \{a, d, e\}$ ب) بزرگ ترین درجه در گراف $\bar{G}$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ $\leftarrow f$ $\text{deg}_G f = 5$ پ) دوری به طول ۵ برای رأس $a$ بنویسید. $abcda$ ت) آیا گراف $G$ همبند است؟ <b>خیر</b>	۲
۷	عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل تعیین کنید. $n=8$ $\Delta=2 \rightarrow \chi \geq \lceil \frac{n}{\Delta+1} \rceil \rightarrow \chi \geq \lceil \frac{8}{3} \rceil \rightarrow \chi \geq 2$ (۱) از طرفی $\mathcal{S} = \{e, d\}$ چون هر رأس با این رأس احاطه می شود $\mathcal{S} \leq 2$ (۲) $(1, 2) \rightarrow \chi = 2$	۱/۱۵
۸	گراف $C_1$ را رسم کنید. الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمم از آن را مشخص نمایید. $\leftarrow \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن را مشخص نمایید. $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ یا $\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$	۱/۱۵
۹	الف) یک گراف ۶ رأسی که $\chi$ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که $\chi$ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید. $\mathcal{S} = \{a\}$ $\mathcal{S} = \{a, b\}$	۱/۱۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

حل سوال ۳

$$x^r + y^r + z^r \geq xy + yz + xz \xleftrightarrow{x^r}$$

$$rx^r + ry^r + rz^r \geq rxy + ryz + rxz \iff$$

$$rx^r + ry^r + rz^r - rxy - ryz - rxz \geq 0 \iff$$

$$x^r + x^r + y^r + y^r + z^r + z^r - rxy - ryz - rxz \geq 0 \iff$$

$$(x^r - rxy + y^r) + (x^r - rxz + z^r) + (y^r - ryz + z^r) \geq 0 \iff$$

$$(x-y)^r + (x-z)^r + (y-z)^r \geq 0$$

رابطه آفریدنی و همیشه درست است در هر دو طرف و چون طبقه سوال با زیادت پذیر است، پس حکم درست است

حل سوال ۴

$$-\frac{3\lambda}{r} \frac{r^4}{r} \rightarrow 3\lambda \frac{r^4}{r} \xrightarrow{\text{توان } r} 3\lambda^2 \frac{r^4}{r} \equiv \epsilon \equiv .$$

$$3\lambda^2 \frac{r^4}{r} \equiv . \xrightarrow{\text{توان } r} (3\lambda^2)^{\frac{1}{r}} \frac{r^4}{r} \xrightarrow{+19} \frac{3\lambda^{14} + 19}{r} \frac{r^4}{r} \rightarrow A \frac{r^4}{r} - 2(\epsilon) \frac{r^4}{r} \equiv \epsilon$$

$r=3$

حل سوال ۵

$$7x + 7y = 115 \rightarrow$$

$$(7, 7) = 1 \mid 115 \rightarrow 7y \equiv 115 \rightarrow 7y \equiv 115 - 4(7)$$

سازگار جواب دارد

$$7y \equiv 171 \xrightarrow{\div 7} y \equiv 24 \frac{-2(7)}{7} \rightarrow y \equiv 5$$

$(7, 7) = 1$

$y = 7k + 5$

$$7x + 7(7k + 5) = 115$$

$$7x + 49k + 35 = 115 \rightarrow 7x = -49k - 10 \xrightarrow{\div 7} x = -7k - 20$$



باسمه تعالی  
جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
آموزش و پرورش منطقه یکست و شعیرانات

سوالیات امتحان هماهنگ شه نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	نام واحد آموزشی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۲۴	تعداد سوال: ۱۲ تعداد صفحه: ۲

ردیف	صفحه دوم	بارم
۱۰	<p>کوتاه پاسخ دهید. ۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که:</p> <p>الف) به صورت یک در میان کنار هم باشند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. پ) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.</p> <p>۱/۵</p>	۱/۵
۱۱	<p>به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟</p>	۱/۷۵
۱۲	<p>مربع لاتین A را در نظر بگیرید. الف) با اعمال یک جایگشت روی درایه های مربع لاتین A، مربع لاتین B را تولید کنید. ب) متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.</p> <p>۲</p>	۲
۱۳	<p>با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.</p>	۱/۷۵
۱۴	<p>حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آن ها مانند هم و غیر تکراری است؟</p> <p>۱</p> <p><math>k+1</math></p>	۱
۲۰	<p>جمع نمره «موفق باشید.»</p> <p><math>n = 32 \times 31 = 992</math></p>	۲۰

اصل شمول و عدم شمول

$k+1 = 3$   
 $k = 2$

$3 \overline{) 992}$   
 $\quad 2 \rightarrow 3$

$= kn + 1$   
 $= 2 \times 992 + 1$   
 $= 1985$  نفر

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10$$

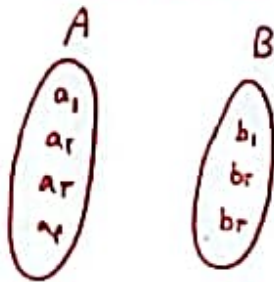
$$x_2 \geq 1 \rightarrow \underbrace{x_2 - 1}_{y_1} \geq 0 \rightarrow x_2 = y_1 + 1$$

$$x_4 \geq 2 \rightarrow x_4 \geq 2 \rightarrow \underbrace{x_4 - 2}_{y_2} \geq 0 \rightarrow x_4 = y_2 + 2$$

ساده جدید  $\Rightarrow x_1 + x_2 + y_1 + 1 + x_3 + x_4 + y_2 + 2 = 10$

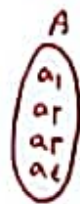
$$x_1 + x_2 + y_1 + x_3 + x_4 + y_2 = 7$$

$$k=4 \rightarrow n=7 \rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4} = \frac{11!}{4! \cdot 7!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{24} = 330$$



$$\rightarrow |S| = \text{تعداد کتبی} = |B|^{|A|} = 3^4 = 81$$

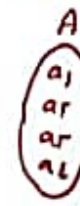
$A_1 =$  تعداد زوج غیر پرشده  $a_1$  را از آنجا



$$\rightarrow |A_1| = 2^4 = 16$$

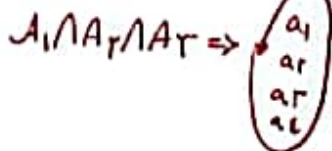
$$\rightarrow |A_2| = 2^4 = 16$$

نیز  $A_1 \cap A_2$  ترکیبی که  $a_1, a_2, a_3, a_4$  همگی در آن



$$\rightarrow |A_1 \cap A_2| = 1^4 = 1$$

$$\rightarrow |A_2 \cap A_1| = 1^4 = 1$$



$$\rightarrow |A_1 \cap A_2 \cap A_1| = 0^4 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد زوج} &= |A_1 \cup A_2 \cup A_1| = |A_1| + |A_2| + |A_1| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_1| - |A_2 \cap A_1| + |A_1 \cap A_2 \cap A_1| \\ &= 3 \times 2^4 - 3 \times 1 \end{aligned}$$

$$\text{تعداد زوج} = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_1| = 3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 81 - (48 - 3) = 81 - 45 = 36$$