

## ضرب و تقسیم عبارات‌های گویا

عبارت‌های گویا را همانند عددهای گویا می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. در مورد

عددهای گویا قوانین زیر را داریم:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$(b, d \neq 0)$$

$$(b, c, d \neq 0)$$

در ضمن در مورد عبارات گویا هم هر جا که امکان داشته باشد، می‌توان عبارت را ساده کرد.

### فعالیت

توضیح دهید که هر یک از ضرب‌ها و یا تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل و حاصل عبارت را ساده کنید.

الف) 
$$\frac{5xy^3}{x^2z^2} \times \frac{16z^2}{10y^2} = \frac{2yz}{3x}$$

ب) 
$$\frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} = \frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{(x+3)(x-5)} = \frac{x^2}{x-5}$$

ج) 
$$\frac{x-6}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} = \frac{x-6}{(x-4)(x-4)} \times \frac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x+4)} = \frac{1}{x+4}$$

د) 
$$\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{y^2}{6}$$

ه) 
$$\frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \div \frac{a^2+3a+2}{a-4} = \frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \times \frac{a-4}{a^2+3a+2} = \frac{(a-5)(a+1)}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(a+1)(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$$

$$= \frac{(a+1)(a-5)}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(a+1)(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$$

## کار در کلاس

فضا کاغذ

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{(a+2)(a-2)x(a+2)}{(a+2)(a-2)(a+2)}$$

الف)  $\frac{a^2 - a - 6}{a+3} \times \frac{a+3}{a^2 - 4} = \frac{a-3}{a-2}$

ب)  $\frac{a^2b + ab^2}{a} \times \frac{3ab}{(a+b)^2} = \frac{ab(a+b) \times 3ab}{a(a+b)(a+b)} = \frac{3ab^2}{(a+b)}$

$$\frac{(x+1)(x+2)}{x+2} \times \frac{x+5}{x+1}$$

ج)  $\frac{x^2 + 3x + 2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} = \frac{x+5}{1}$

د)  $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{y}{6x}$

### جمع و تفریق عبارت‌های گویا

جمع و تفریق عبارت‌های گویا مشابه جمع و تفریق عددهای گویا است: در مورد عددهای گویا داریم:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

(b ≠ 0)

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

(b, d ≠ 0)

به طریق مشابه می‌توان دو عبارت گویا را جمع یا تفریق کرد.

## فعالیت

توضیح دهید که هر یک از محاسبات زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل،

و مانند نمونه یک جمع و تفریق عددی مشابه آن ارائه کنید.

الف)  $\frac{3x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7+2x-3}{x+2} = \frac{5x+4}{x+2}$

ب)  $\frac{3x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7-(2x-3)}{x+2} = \frac{3x+7-2x+3}{x+2} = \frac{x+10}{x+2}$

ج)  $\frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2-20+(a-2)^2}{a^2-4} =$

$$= \frac{a^2-20+a^2-4a+4}{a^2-4} = \frac{2a^2-4a-16}{a^2-4} = \frac{2(a^2-2a-8)}{a^2-4}$$

$$= \frac{2(a-4)(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2(a-4)}{a-2}$$

د)  $\frac{a+1}{a} - \frac{3a+2}{a(a+2)} = \frac{(a+1)(a+2)-(3a+2)}{a(a+2)} = \frac{a^2+2a+2-3a-2}{a(a+2)} = \frac{a^2-a}{a(a+2)}$

$$= \frac{a^2-a}{a(a+2)} = \frac{a}{a+2}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{9 \times 2}{5 \times 2 \times 10} - \frac{18}{10} = \frac{-11}{10}$$

$$\frac{2 \times 1}{3 \times 4 \times 12} = \frac{1-1}{12} = \frac{0}{12}$$

$$\text{الف)} \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y} = \frac{x^2 - y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$$

$$\text{ب)} \frac{2m^2 - 14 - (m+2)(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{2m^2 - 14 - m^2 + 2m + 4}{(m-2)(m+2)} = \frac{m^2 - 2m - 10}{(m-2)(m+2)} = \frac{(m-4)(m+2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{m-4}{m-2}$$

$$\text{ج)} \frac{\sqrt{x+21} + x^2 - 2x}{(m-2)(x+1)(m+3)} = \frac{x^2 + 5x + 21}{(m-2)(x+1)(m+3)} \quad *$$

### کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. اصلاً فضای کافی برای پاسخ‌دهی ندارد.

$$\text{الف)} \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$$

$$\text{ب)} \frac{6}{x} + \frac{4}{-x} = \frac{6}{x} - \frac{4}{x} = \frac{2}{x}$$

$$\text{ج)} \frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{(x+2)(m-2)}{(x+2)(m-2)} = \frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - 1 = \frac{2x^2 - 16 - (x^2 - 4)}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 12}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x+2) - 12}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 10}{(x-2)(x+2)}$$

$$\text{د)} \frac{2}{3y(x-y)} + \frac{x+1}{x(x-y)^2} = \frac{2x(x-y) + 3y(x+1)}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2 - 2xy + 3xy + 3y}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2 + xy + 3y}{3xy(x-y)^2}$$

### ساده کردن عبارت‌های مرکب

هنگام ساده کردن هر عبارت گویای مرکب، همانند کسرهای مرکب می‌توان صورت و مخرج را جداگانه ساده و سپس آنها را برهم تقسیم کرد و یا از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب (و غیر صفر) ضرب کرد.

### فعالیت

توضیح دهید که هر یک از روش‌های ارائه شده برای ساده کردن کسر مرکب با روش دیگر چه تفاوتی دارد؛ هر جا لازم است حل را کامل کنید. ( $x \neq 0$ )

صورت و مخرج در عبارتی مناسب و غیر صفر ضرب شود

ابتدا صورت و مخرج را مخرج مشترک گرفته سپس ساده شود

$$\text{الف)} \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{x^2(1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2})} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$\text{ب)} \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{\frac{x^2 - x - 6}{x^2}}{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2}} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{x^2}{x^2} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$ب) \frac{-x^2 - y^2}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{x^2 + y^2} = \frac{-(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = -1$$

به مخرج مشترک ضرب  
ابتدا مخرج مشترک سری هر دو ام از صورت و مخرج پس تبدیل به ضرب و ساده شدن

الف)  $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{a(a+1) \left( \frac{2}{a} - \frac{3}{a+1} \right)}{a(a+1) \left( \frac{2}{a+1} - \frac{3}{a} \right)} = \frac{2(a+1) - 3a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2a+2-3a}{2a-3a-3} = \frac{2-a}{-a-3} = \frac{a-2}{a+3}$

ب)  $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{2(a+1) - 3a}{a(a+1)} \div \frac{2a - 3(a+1)}{a(a+1)} = \frac{2a+2-3a}{a(a+1)} \times \frac{a(a+1)}{2a-3a-3} = \frac{-a+2}{-a-3}$

$a \neq 0$  و  $a \neq -1$

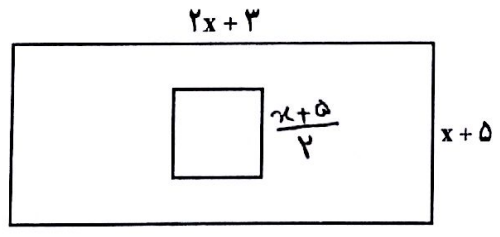
### کار در کلاس

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف)  $\frac{\frac{n}{1} - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{\frac{n(n-m) - n^2}{n-m}}{\frac{n^2 - m^2 + m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{n^2 - mn - n^2}{n-m} \div \frac{n^2}{n^2 - m^2} = \frac{-mn}{n-m} \times \frac{(n-m)(n+m)}{n^2} = \frac{-m(n+m)}{n}$

ب)  $\frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} = \frac{\frac{y(x-y) - x(x+y)}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)}} = \frac{xy - y^2 - x^2 - xy}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

### فعالیت



طول ضلع مربع در داخل مستطیل، نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت مساحت مربع به مساحت مستطیل  $\frac{5}{26}$  باشد، طول و عرض مستطیل را به دست آورید.

حل را کامل کنید و توضیح دهید که چگونه به کمک ساده کردن عبارت گویای به دست آمده و حل معادله، پاسخ به دست می آید.

طول ضلع مربع =  $\frac{x+5}{2}$       مساحت مربع =  $\left(\frac{x+5}{2}\right)^2$

۱۲۲ \* علامت پرانتز باید شامل مخرج هم باشد.

مساحت مربع =  $\frac{(x+5)^2}{4}$  و مساحت مستطیل =  $(2x+3)(x+5)$

$$\frac{(x+5)^2}{4} = \frac{5}{26} (2x+3)(x+5)$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)^2}{4} = \frac{5}{26} (2x+3)(x+5) \Rightarrow \frac{x+5}{4} = \frac{5}{13} (2x+3)$$

و بسط  $13x+45 = 20x+30 \rightarrow 45-30 = 20x-13x$

$$\Rightarrow 7x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{7}$$

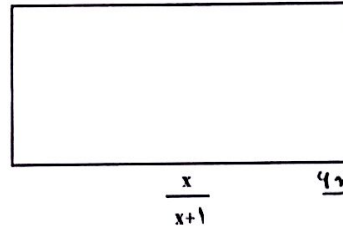
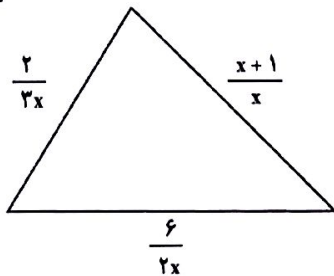
$$\text{طول} = 2x + 3 = 2 \times \frac{30}{7} + 3 = \frac{60}{7} + \frac{21}{7} = \frac{81}{7}$$

$$\text{عرض} = 5 + 5 - 10 = 0$$

$$\frac{2(x^2 + 5x + 3)}{(x+2)(x+1)}$$

### کار در کلاس

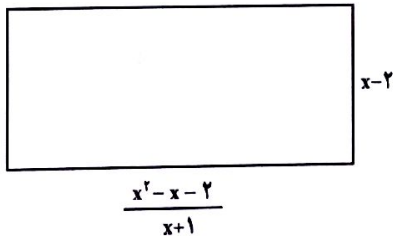
$$\frac{x+1}{x} + \frac{2}{3x} + \frac{4}{x^2} = \frac{3x^2+2x+4}{3x^2}$$



$$\frac{2}{x+2} \times \frac{x}{x+1} = \frac{2x}{(x+2)(x+1)}$$

$$\frac{2x}{(x+2)(x+1)} = \frac{2x^2+10x+4}{(x+2)(x+1)}$$

۲- مساحت مستطیل مقابل را بر حسب x بدست آورید.



$$(x-2) \left( \frac{x^2-x-2}{x+1} \right) = \frac{(x-2)(x+1)(x-2)}{x+1} = (x-2)^2$$

### تمرین

$$\frac{(a-4)(a+8)}{(a+8)} \times \frac{a+2}{(a-4)(a-4)} = \frac{a+2}{a-4}$$

الف)  $\frac{a^2-16}{a+4} \times \frac{a+2}{a^2-8a+16}$

ج)  $\frac{x^2-4x+4}{2x^2y-8xy} \div \frac{x^2+x-6}{6x^2+18}$

د)  $\frac{(x-2)(x-2)}{2xy(x-2)} \times \frac{2xy(x+3)}{(x-2)(x+3)} = \frac{x(x+3)}{xy(x+3)}$

۱- ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

ب)  $\frac{m^2-49}{m+1} \div \frac{7-m}{m^2-1} = \frac{(m-7)(m+7)}{(m+1)} \times \frac{(m-1)(m+1)}{-(m-7)}$

د)  $\frac{1-c^2}{b^2} \times \frac{b^2}{1-2c+c^2} = \frac{(1-c)(1+c)}{b(1-c)(1-c)} = \frac{1+c}{b(1-c)}$

الف)  $\frac{x(x^2-y^2)-y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \frac{x(m-y)(m+y)-y(m-y)^2}{(x^2+y^2)(m-y)(m+y)} = \frac{(x-y)[x(m+y)-y(m-y)]}{(x^2+y^2)(m-y)(m+y)} = \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x^2+y^2)(m+y)}$

$= \frac{1}{m+y}$

ع)  $\frac{(a^2-b^2)(a+b)-(a^2-b^2)}{a^2-b^2} = \frac{a^3+a^2b-b^2a-b^3-a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2b-b^2a}{a^2-b^2} = \frac{ab(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab}{a+b}$

۲- جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

الف)  $\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^2-y^2}$

ب)  $\frac{x+v}{ax-bx} + \frac{y+q}{by-ay} = \frac{x+v}{x(a-b)} - \frac{y+q}{y(a-b)} = \frac{xy+vy-xy-ay}{xy(a-b)}$

ج)  $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$

د)  $\frac{2+x^2-2x}{2+x} - 2-x = \frac{x^2-2x+2-2x-2m-2m-a^2}{2+x} = \frac{-2m}{2+x}$

۳- فقط یکی از عبارات‌های گویای زیر قابل ساده شدن است؛ آن را مشخص و ساده کنید.

$\frac{a^2+5}{a^2}$  و  $\frac{a^2+3}{3}$  و  $\frac{a^2+b^2}{a^2}$  و  $\sqrt{\frac{a^2-5a}{a}} = \frac{a(a-5)}{a} = a-5$

۴- از میان عبارات‌های زیر، هر کدام را که مساوی عبارت  $\frac{x}{y}$  است، معلوم کنید.

الف)  $\frac{x+3}{y+3}$     ب)  $\frac{3-x}{3-y}$     ج)  $\frac{3x}{3y}$  ✓    د)  $\frac{x^2}{y^2}$     ه)  $\frac{a^2x}{a^2y}$  ✓

۵- عبارت  $\frac{-x+3}{x+5}$  با کدام یک از عبارات‌های زیر برابر است؟

الف)  $-\frac{x+3}{x+5}$     ب)  $\sqrt{\frac{x-3}{x+5}}$     ج)  $\frac{x-3}{x+5}$     د)  $-\frac{3-x}{x+5}$

۶- کدام یک از عبارات‌های زیر به درستی ساده شده است؟

الف)  $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = a-5$     ب)  $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = \frac{1}{a-5}$  ✓

۷- اگر  $A=a^2-b^2$  و  $B=a^2+b^2$  و  $C=2ab$ ، حاصل عبارت  $\frac{A^2-B^2}{C^2}$  را به دست آورید.

$\frac{A^2-B^2}{C^2} = \frac{(A-B)(A+B)}{C^2} = \frac{(a^2-b^2-a^2-b^2)(a^2-b^2+a^2+b^2)}{(2ab)^2} = \frac{-2b^2 \times 2a^2}{4a^2b^2} = -1$

عرض =  $x$   
طول =  $2m-1$

$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{2(m+2m-1)}{x(2m-1)} = \frac{2(3m-1)}{x(2m-1)}$$

سؤال 9 ←

۸- کدام یک از تساوی های زیر، درست و کدام یک نادرست است. موارد نادرست را اصلاح

کنید. (همه عبارات های جبری تعریف شده فرض می شود.)

الف)  $\frac{a-b}{b} - \frac{a-b}{a} = \frac{a-b}{ab} \rightarrow \frac{a^2-b^2}{ba}$       ب)  $\frac{x^{12}}{x^{20}} = x^8 \rightarrow x^{-8} = \frac{1}{x^8}$

ج)  $\frac{a}{5} - \frac{v-b}{5} = \frac{a-v-b}{5} \rightarrow \frac{a-v+b}{5}$       د)  $\frac{a-b}{b-a} = 1 \rightarrow \frac{a-b}{-(a-b)} = -1$

ه)  $\frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a+b} \rightarrow \frac{-1}{b-a}$       و)  $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a+b$

ز)  $\frac{ca+cb}{c+cd} = \frac{a+b}{1+d} \rightarrow \frac{a+b}{1+d}$       ح)  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{b}$

الف ۱۰

۹- طول مستطیلی از دو برابر عرض آن یک واحد کمتر است. نسبت محیط به مساحت این

مستطیل را به صورت یک کسر گویا (عبارت گویا) بنویسید. با  $\uparrow$

۱۰- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و نتیجه را ساده کنید.

$$\frac{-a(a-1)}{(a-1)(a+1)} \div \frac{a-a(a+1)}{(a+1)}$$

$$\frac{-a}{a+1} \times \frac{a+1}{a-a^2-a} = \frac{-a}{-a^2} = \frac{a-a^2}{-a^2} \text{ الف) } \frac{a^2-1}{a} \div \frac{a}{a+1} = \frac{1}{a}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y}}{\frac{x^2-9y^2}{(x-y)^2}} = \frac{(x+y)-2m+2y}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(m-y)}{x^2-9y^2} = \frac{-(m-y)}{(x+y)(m+3y)}$$

۱۱- دو عبارت گویا بنویسید که :

$$\text{ج) } \frac{2x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{2x(m-1)+(m+1)-2(x^2-1)}{(m+1)^2(m-1)}$$

$$= \frac{2x^2-2m+x+1-2x^2+2}{(m+1)^2(m-1)} = \frac{-x+3}{(m+1)^2(m-1)}$$

الف) حاصل ضرب آنها  $\frac{a-2}{a+7}$  شود.  $\frac{x-2}{m} \times \frac{m}{a+7}$

ب) حاصل جمع آنها  $\frac{a-2}{a+7}$  شود.  $\frac{a}{a+7} + \frac{-2}{a+7}$

۱۲- طول مستطیل مقابل را بر حسب  $x$  به دست آورید.

$$\lambda = x^2 - 9$$

$$\frac{x^2-x-12}{x-4} = \frac{(x-4)(x+3)}{-(x-4)} = x+3$$

مساحت مستطیل  $x^2-9$  است.

$$125 \text{ طول} = \frac{\text{مساحت}}{\text{عرض}} = \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = x-3 \text{ طول مستطیل}$$