

۱. نماد علمی عدد  $300300$  کدام است؟

- ۱  $300,3 \times 10^3$     
  ۲  $30,03 \times 10^4$     
  ۳  $3,003 \times 10^5$     
  ۴  $0,3003 \times 10^6$

۲. حاصل عبارت  $\frac{3^5 \times (4^6 + 4^6 + 4^6)}{4^6}$  برابر است با:

- ۱  $3^5$     
  ۲  $3^6$     
  ۳  $2^6$     
  ۴  $2^7$

۳. در بین گزینه‌های زیر، کوچک‌ترین عددی که به صورت نماد علمی نوشته شده، کدام است؟

- ۱  $3,7 \times 10^{-2}$     
  ۲  $53,5 \times 10^{-2}$     
  ۳  $1,5 \times 10^{-2}$     
  ۴  $0,05 \times 10^{-2}$

۴. نماد علمی عبارت  $2,5 \times 10^{12} \times 10^{-7} \times 5,6$  کدام گزینه است؟

- ۱  $1,4 \times 10^5$     
  ۲  $1,4 \times 10^4$     
  ۳  $1,4 \times 10^{-5}$     
  ۴  $1,4 \times 10^6$

۵. حاصل  $x^{32}$  برابر است با:

- ۱  $x^6$     
  ۲  $x^9$     
  ۳  $x^8$     
  ۴  $(x^3)^2$

۶. حاصل عبارت  $\frac{55^4 \times 11^{-4} \times 3^4}{5^5 \times 9}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{55}{9}$     
  ۲  $\frac{3}{5}$     
  ۳  $\frac{9}{5}$     
  ۴  $\frac{11}{5}$

۷. حاصل عبارت  $\frac{3 \times 5 \times 10^{-5}}{10^3 \times 10^6}$  برابر کدام گزینه است؟

- ۱  $1,5 \times 10^{-13}$     
  ۲  $15 \times 10^{-4}$     
  ۳  $1,5 \times 10^{-14}$     
  ۴  $15 \times 10^{-5}$

۸. نماد علمی  $14,546 \times 10^{-8}$  کدام است؟

- ۱  $0,14546 \times 10^6$     
  ۲  $1,4546 \times 10^{-7}$     
  ۳  $14546 \times 10^{-6}$     
  ۴  $1,4546 \times 10^{-9}$

۹. اگر  $a = x^{\frac{1}{x-1}}$  و  $b = x^{\frac{1}{x-1}}$  (با  $x > 0, x \neq 1$ ) باشد، چه رابطه‌ای بین  $a$  و  $b$  برقرار است؟

- ۱  $a^x = b$     
  ۲  $a^b = b^x$     
  ۳  $b^a = a^x$     
  ۴  $a^b = b^a$

۱۰. نمایش علمی عدد  $\frac{3,6 \times 10^{-4} \times 0,000028}{0,00063 \times 10^{-3}}$  کدام است؟

- ۱  $1,6 \times 10^{-3}$     
  ۲  $0,16 \times 10^{-2}$     
  ۳  $1,6 \times 10^{-2}$     
  ۴  $4,8 \times 10^{-2}$

۱۱. حاصل  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times (5^{23})^2$  برابر کدام گزینه است؟

- ۱  $5^{24}$     
  ۲  $5^{24}$     
  ۳  $5^{30}$     
  ۴  $5^{28}$

۱۲. حاصل عبارت روبه‌رو به صورت نماد علمی کدام گزینه است؟

$$450000 + 0,074 \times 10^7$$

- ۱  $1,19 \times 10^4$     
  ۲  $11,9 \times 10^5$     
  ۳  $1,19 \times 10^5$     
  ۴  $1,19 \times 10^6$



۱۳. حاصل عبارت  $(4^5 \times 2) + (4^5 \times 2)$  به صورت یک عدد توان دار کدام است؟

۴<sup>۷</sup> (۴)

۴<sup>۱۱</sup> (۳)

۴<sup>۶</sup> (۲)

۲<sup>۵</sup> (۱)

۱۴. در کدام گزینه مخرج کسر  $\frac{5}{\sqrt[3]{25}}$  گویا شده است؟

$\sqrt[3]{5}$  (۴)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۳)

۵ (۲)

$\sqrt{5}$  (۱)

۱۵. اگر  $0 < a < 1$  باشد؛ کدام گزینه  $a^{11}, a^{17}, a^{19}$  را به درستی مقایسه کرده است؟

(۴) بستگی به مقدار دقیق  $a$  دارد.

(۳)  $a^{17} < a^{11} < a^{19}$

(۲)  $a^{19} < a^{17} < a^{11}$

(۱)  $a^{11} < a^{17} < a^{19}$

۱۶. حاصل عبارت مقابل به صورت عدد توان دار برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{15^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3}{(0,6)^7 \times 5^6 \times 3^6}$$

$\left(\frac{1}{3}\right)^8$  (۴)

۳<sup>۸</sup> (۳)

$\left(\frac{1}{3}\right)^4$  (۲)

۳<sup>۴</sup> (۱)

۱۷. اگر  $x < 0$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2}$  کدام است؟

$-x + 1$  (۴)

$-x - 1$  (۳)

$x - 1$  (۲)

$x + 1$  (۱)

۱۸.  $\frac{4^3}{2^2}$  برابر است با:

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۹. حاصل عبارت  $\frac{15^{-4} \div 5^{-4}}{3^5}$  به صورت توان دار برابر است با:

۳<sup>-۹</sup> (۴)

۳<sup>-۱</sup> (۳)

۱<sup>-۹</sup> (۲)

۳<sup>۱</sup> (۱)

۲۰. حاصل  $\frac{\sqrt{12} \times \sqrt{15}}{\sqrt{20}}$  کدام است؟

۳ (۴)

۹ (۳)

$2\sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{5}$  (۱)

۲۱. حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$(2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21})(5^{21} + 5^{21})$$

$10 \cdot 10$  (۴)

$10^{21}$  (۳)

$10^{22}$  (۲)

$10^{147}$  (۱)

۲۲. حاصل عبارت رو به رو به صورت یک عدد توان دار برابر است با:

$$\frac{8^5 \div 2^4}{2^4 \div 8^3}$$

۲<sup>۸</sup> (۴)

۲<sup>۱۶</sup> (۳)

۲<sup>۶</sup> (۲)

۲<sup>۲۴</sup> (۱)

۲۳. اگر  $a = b = c > 0$  باشد، حاصل  $\frac{b^2(\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc})}{\sqrt{a^2 b^2 c^2}}$  برابر است با:

۶ (۴)

$\frac{1}{6}$  (۳)

۳ (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۲۴. مربع عبارت  $\sqrt{48} - 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + 5\sqrt{12}$  برابر کدام گزینه است؟

۱۰۸ (۴)

$9\sqrt{3}$  (۳)

۲۷ (۲)

۲۴۳ (۱)

۲۵. حاصل عبارت  $0.2 \times 10^{-4} + 0.2 \times 10^{-3} + 0.2 \times 10^{-2} = ?$  به صورت نماد علمی کدام است؟

$2,22 \times 10^{-5}$  (۴)

$22,2 \times 10^{-3}$  (۳)

$2,22 \times 10^{-3}$  (۲)

$0.2 \times 10^{-9}$  (۱)

۲۶. ثلث عدد  $(-3)^{-17}$  برابر است با:

$(-3)^{-16}$  (۴)

$-3^{-18}$  (۳)

$(-3)^{16}$  (۲)

$(-3)^{-18}$  (۱)

۲۷. حاصل عبارت  $\left[-\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} \times \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2}$  برابر است با:

-۱ (۴)

$\left(\frac{25}{4}\right)^2$  (۳)

$\frac{-4^2}{25^2}$  (۲)

$\left(\frac{4}{25}\right)^2$  (۱)

۲۸. نماد علمی عدد  $A$  برابر است با:  $A = 0.25 \times 10^{-3} \times 0.008 \times 100^5$

$0.2 \times 10^3$  (۴)

$2 \times 10^2$  (۳)

$2 \times 10^4$  (۲)

$2 \times 10^{-2}$  (۱)

۲۹. حاصل عبارت  $\frac{12^3 \times 8}{64 \times 27}$  به صورت یک عدد توان دار کدام گزینه است؟

$\left(\frac{1}{6}\right)^3$  (۴)

$\left(\frac{1}{2}\right)^3$  (۳)

$2^3$  (۲)

$6^3$  (۱)

۳۰. حاصل عبارت  $7 - 7 \left[1 + \frac{1}{4} \times (-2)^4\right]$  برابر است با:

۲۸ (۴)

-۱۳۳ (۳)

صفر (۲)

-۲۸ (۱)

۳۱. مقدار عددی عبارت  $\frac{10 - 8 \times 5 - 2(6^2 - 5^2)}{5 - 4(3 - 5)}$  کدام است؟ (روبوکاپ - هفتمین دوره ۱۳۹۱)

۸۸ (۴)

-۸۸ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

۳۲. ریشه‌ی سوم  $\frac{-8}{125}$  برابر است با: (سیستان و بلوچستان - خرداد ۹۵)

$-\frac{3}{4}$  (۴)

$-\frac{3}{5}$  (۳)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$-\frac{2}{5}$  (۱)

۳۳. حاصل عبارت  $(27)^{-1} \times 3^4 \times \frac{1}{9}$  برابر است با:

۱ (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

۳ (۲)

۹ (۱)

۳۴. جذر کدام عدد از خودش بزرگتر است؟

۵۹ (۴)

۱,۰۵ (۳)

۰,۰۱۹ (۲)

-۹ (۱)

۳۵. تفاضل مجذور و مکعب عدد  $0.4$  برابر است با:

$0.096$  (۴)

$0.96$  (۳)

$0.04$  (۲)

$0.4$  (۱)

۳۶. اگر حاصل  $2.7 \times 10^2 \times 8.1 \times 10^{-5}$  را به صورت نماد علمی بنویسیم توان عدد  $10$  کدام است؟

-۵ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)



۳۷. حاصل کسر  $\frac{12,5 \times 10^{-14}}{25 \times 10^{-19}}$  با کدام گزینه برابر است؟

- ۱)  $5 \times 10^{-3}$       ۲)  $5 \times 10^4$       ۳)  $5 \times 10^6$       ۴)  $5 \times 10^3$

۳۸. نماد علمی  $37 \times 10^{-6} - 81 \times 10^{-4}$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $4,4 \times 10^{-6}$       ۲)  $4,4 \times 10^{-3}$       ۳)  $4,4 \times 10^{-5}$       ۴)  $4,4 \times 10^{-4}$

۳۹. اگر  $n$  عددی طبیعی باشد،  $(2^{n+2003} + 2^{n+2003})$  برابر است با:

- ۱)  $2^{n+2004}$       ۲)  $2^{n+4006}$       ۳)  $2^{2n+4006}$       ۴)  $2^{2n+2003}$

۴۰. حاصل  $5^3 - 5$  کدام است؟

- ۱) ۱۲۰      ۲)  $5^2$       ۳)  $5^3$       ۴) ۱۰

۴۱. حاصل  $\frac{10^4}{5^4}$  برابر است با:

- ۱) ۲      ۲) ۶۲۵      ۳) ۴      ۴) ۱۶

۴۲. یکی از گزینه‌های زیر پاسخی معادل با هیچ یک از ارقام ۱۹۹۳ ندارد. آن کدام است؟

- ۱)  $1 \times \sqrt{9} \times 9 \div 3$       ۲)  $1 \times 9 - (9 - 3)$       ۳)  $1 \times 9 \div (\sqrt{9} \times 3)$       ۴)  $1 + \sqrt{9} - \sqrt{9} \times 3$

۴۳. حاصل عبارت  $(-3^2 + 3^{-2}) \div 3^2$  کدام گزینه است؟ (اردبیل - خرداد ۹۵)

- ۱)  $\frac{-80}{81}$       ۲)  $\frac{80}{81}$       ۳)  $\frac{27}{80}$       ۴)  $\frac{80}{27}$

۴۴. اگر مساحت یک طرف گلبول قرمز  $36,75 \times 10^{-12}$  باشد، قطر متوسط گلبول قرمز کدام است؟ ( $\pi \approx 3$ ) (توجه شود که هر طرف گلبول قرمز یک دایره است.)

- ۱)  $3,5 \times 10^{-6}$       ۲)  $36 \times 10^{-7}$       ۳)  $7 \times 10^{-7}$       ۴)  $14 \times 10^{-6}$

۴۵. حاصل عبارت  $\sqrt{7} + \sqrt{343} - 3\sqrt{28}$  برابر است با:

- ۱)  $2\sqrt{7}$       ۲)  $-2\sqrt{7}$       ۳)  $\sqrt{7}$       ۴)  $-\sqrt{7}$

۴۶. حاصل عبارت  $\frac{1,23 \times 10^{-10}}{0,000006 \times 10^{-4}}$  به صورت نماد علمی کدام است؟

- ۱)  $2,05 \times 10^{-8}$       ۲)  $2,05 \times 10^{-16}$       ۳)  $2,05 \times 10^{-10}$       ۴)  $2,05 \times 10^{-2}$

۴۷. کدام عدد زیر اصم (گنگ) نیست؟ (روبوکاپ - نهمین دوره)

- ۱)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}$       ۲)  $\sqrt{\sqrt{81}}$       ۳)  $\sqrt{\sqrt{9}}$       ۴)  $\sqrt{36 + 25}$

۴۸. اگر ۶۲۵۰۰ عدد کاغذ را روی هم قرار دهیم چند سانتی‌متر کاغذ خواهیم داشت؟ (ضخامت هر کاغذ را  $0,016$  سانتی‌متر در نظر بگیرید)

- ۱) ۱۰۰      ۲) ۱۰      ۳) ۱      ۴)  $0,16$

۴۹. حاصل عبارت زیر به صورت نماد علمی کدام است؟

$$(0,003 \times 10^{-5})(26,2 \times 10^3)$$

- ۱)  $7,86 \times 10^{-2}$       ۲)  $7,86 \times 10^{-3}$       ۳)  $7,86 \times 10^{-4}$       ۴)  $7,86 \times 10^{-5}$



۵۰. اگر  $0 < x < 1$  باشد، کدام رابطه درست است؟

$x^3 < x^2 < \sqrt{x}$  (۴)       $-\sqrt[3]{x} < -x^3 < -x^2$  (۳)       $\sqrt{x} < x^2 < x^3$  (۲)       $-x^3 < \sqrt[3]{x} < \sqrt{x}$  (۱)

۵۱. کدام یک کوچکتر است؟

$7,04 \times 10^{-3}$  (۴)       $1,5 \times 10^{-2}$  (۳)       $3,7 \times 10^{-2}$  (۲)       $5,9 \times 10^{-1}$  (۱)

۵۲. اگر فاصله کیوان از زمین تقریباً  $6 \times 10^8$  کیلومتر باشد و سرعت آن  $3 \times 10^8$  متر بر ثانیه باشد. طی کردن این مسافت با سرعت نور چند ثانیه طول می کشد؟

$2000$  (۴)       $200$  (۳)       $20$  (۲)       $2$  (۱)

۵۳. اگر فاصله زمین تا خورشید را با سرعت نور طی کنیم چند دقیقه طول می کشد؟ (سرعت نور برابر  $3 \times 10^8$  و فاصله زمین تا خورشید  $15 \times 10^{10}$  است)

$5000$  (۴)       $83$  (۳)       $8,3$  (۲)       $500$  (۱)

۵۴. اگر قطر زمین حدود  $1,3 \times 10^7$  متر باشد، مساحت دایره‌ای به قطر زمین چقدر است؟

$(0,425 \times 10^{13})\pi$  (۱)       $(1,69 \times 10^{14})\pi$  (۲)       $(0,4225 \times 10^{14})\pi$  (۳)       $(0,68 \times 10^7)\pi$  (۴)

۵۵. نماد علمی عبارت زیر کدام است؟

$(0,01)^{-5} \times 100004 \times 0,000002 \times \frac{1}{(0,00001)^5}$   
 $2,00008 \times 10^{21}$  (۴)       $2,000008 \times 10^9$  (۳)       $2,000008 \times 10^9$  (۲)       $2,000008 \times 10^{30}$  (۱)

۵۶. نماد علمی عبارت زیر کدام است؟

$0,000003 \times 0,0000093 \times (0,0001)^{-2}$   
 $2,79 \times 10^{-3}$  (۴)       $279 \times 10^{-2}$  (۳)       $2,79 \times 10^{-16}$  (۲)       $2,79 \times 10^{-4}$  (۱)

۵۷. عبارت زیر به صورت نماد علمی کدام گزینه است؟

$\frac{27 \times 10^{-5} \times 540 \times 7500 \times 10^2}{80 \times 10^{-2} \times 5^3 \times 10^{-2} \times 9^2}$   
 $1350$  (۴)       $1,35 \times 10^3$  (۳)       $1,35 \times 10^2$  (۲)       $1,350 \times 10^2$  (۱)

۵۸. حاصل  $\frac{0,169 \times 0,0002}{0,013 \times 10^{-6}}$  به صورت نماد علمی کدام است؟

$2,6 \times 10^3$  (۴)       $2,6 \times 10^{-3}$  (۳)       $4 \times 10^{-3}$  (۲)       $4 \times 10^3$  (۱)

۵۹. نماد علمی  $3 \times 10^{-9} \times (\frac{6}{5})^{-2} \times (2^{-2} - 3^{-2})^{-1}$  کدام است؟

$5 \times 10^{-8}$  (۴)       $2,5 \times 10^{-7}$  (۳)       $1,5 \times 10^{-10}$  (۲)       $1,5 \times 10^{-8}$  (۱)

۶۰. کدام عدد از بقیه کوچکتر است؟

$0,53 \times 10^{-3}$  (۴)       $35 \times 10^{-5}$  (۳)       $5,3 \times 10^{-3}$  (۲)       $3,5 \times 10^{-2}$  (۱)

۶۱. بزرگترین عدد صحیحی که در داخل  $\square$  می توان قرار داد، چه عددی است؟

$0,0003 \times 2700 > 8 \times 10^{\square}$   
 $1$  (۴)      صفر (۳)       $-1$  (۲)       $-2$  (۱)

۶۲. حاصل  $125 \times 10^8 \times 84.8$  به صورت نماد علمی کدام است؟

- ۱  $10.6 \times 10^{11}$     
  ۲  $1.06 \times 10^{11}$     
  ۳  $1.06 \times 10^{12}$     
  ۴  $1.06 \times 10^{13}$

۶۳. نماد علمی عدد  $\frac{25.1 \times 10^4 \times 0.000012}{0.00002 \times 10^{-6}}$  برابر است با:

- ۱  $150.6 \times 10^{11}$     
  ۲  $3.506 \times 10^{-11}$     
  ۳  $15.06 \times 10^{22}$     
  ۴  $1.506 \times 10^{11}$

۶۴. حاصل عبارت  $\frac{(0.5)^0 - 10}{\left[\left(\frac{3}{4^2}\right)^{-1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3\right] + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}$  کدام است؟

- ۱ ۱    
  ۲ -۱    
  ۳  $\frac{3}{5}$     
  ۴  $-\frac{3}{5}$

۶۵. نماد علمی  $75 \times 10^{-8} + 0.63 \times 10^{-6}$  کدام گزینه است؟

- ۱  $1.38 \times 10^{-7}$     
  ۲  $1.38 \times 10^{-6}$     
  ۳  $7.6 \times 10^{-7}$     
  ۴  $7.6 \times 10^{-6}$

۶۶. کدام عبارت درست است؟

- ۱  $\left(\frac{3}{4}\right)^4 > (0.75)^3$     
  ۲  $6^{-2} = -\frac{2}{6}$     
  ۳  $33.7 \times 10^{-2} > 0.0029 \times 10^2$     
  ۴  $\sqrt{(-1)^2} = -1$

۶۷. جرم یک الکترون تقریباً برابر  $9.1 \times 10^{-28}$  گرم و یک اتم هیدروژن تقریباً  $1.7 \times 10^{-24}$  گرم می‌باشد. جرم یک اتم هیدروژن چند برابر جرم الکترون است؟

- ۱  $0.187 \times 10^4$     
  ۲  $1.87 \times 10^4$     
  ۳  $5.352 \times 10^{-4}$     
  ۴  $5.352 \times 10^4$

۶۸. نصف عدد  $(-2)^{-15}$  برابر است با:

- ۱  $-2^{-16}$     
  ۲  $(-2)^{-16}$     
  ۳  $(-2)^{16}$     
  ۴  $(-2)^{-14}$

۶۹. حاصل عبارت  $A = (5.14 \times 10^{11} - 14 \times 10^9) \div 5 \times 10^8$  برابر است با:

- ۱ ۱۰۰۰    
  ۲ ۱۰۰    
  ۳  $10^4$     
  ۴  $10^6$

۷۰. اگر  $3^x = 2$  و  $b = 0$  باشد مقدار عبارت  $27^{2x-1} \times 27^{7b}$  برابر است با:

- ۱  $\frac{64}{27}$     
  ۲  $\frac{8}{27}$     
  ۳  $\frac{8}{9}$     
  ۴  $\frac{2}{27}$

۷۱. حاصل  $\left[ (5^{-1} + 3^{-1})^{-1} \div (3^{-2} - 4^{-1}) \right]^{-1}$  برابر است با:

- ۱  $-\frac{27}{2}$     
  ۲  $\frac{27}{2}$     
  ۳  $-\frac{2}{27}$     
  ۴  $\frac{2}{27}$

۷۲. جذر عدد  $8^2 \times 5^6 \times 9^3$  برابر است با:

- ۱  $30^3$     
  ۲  $40^2$     
  ۳  $20^3$     
  ۴  $10^3$

۷۳. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{(a-b)^2}}{\sqrt[3]{(b-a)^3}}$  کدام است؟ ( $a > b > 0$ )

- ۱ ۱    
  ۲ -۱    
  ۳ ۲    
  ۴ -۲



۷۴. عبارت زیر به صورت ساده کدام است؟

$$\sqrt[10]{5^{20} \times 2^{30}}$$

۱۰۰۰ (۱)

۲۰۰ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۷۵. ساده شده عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[13]{3^{26} \times 2^{39}}$$

۱۰۰۰ (۱)

۷۲ (۲)

۳۶ (۳)

۵۴ (۴)

۷۶. کدام گزینه کمترین مقدار است؟

$\left[-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-2}$  (۱)

$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$  (۲)

$-5^{-2}$  (۳)

$(-5^{-2})^{-1}$  (۴)

۷۷. حاصل  $5\sqrt{98} - 3\sqrt{50}$  کدام است؟

$15\sqrt{2}$  (۱)

$30\sqrt{2}$  (۲)

$\sqrt{800}$  (۳)

$30$  (۴)

۷۸. حاصل عبارت  $\sqrt{\sqrt{2}} \times \sqrt{\sqrt{8}}$  کدام است؟

$4$  (۱)

$2\sqrt{2}$  (۳)

$2$  (۲)

$2\sqrt{\sqrt{2}}$  (۴)

۷۹. اگر  $8^{1+x} = (2^{x+4})^2$  باشد،  $x$  کدام است؟

$4$  (۱)

$-4$  (۲)

$5$  (۳)

$-5$  (۴)

۸۰. اگر  $3^{2x+1} = 32$  باشد مقدار  $x$  برابر با گزینه زیر است؟

$\frac{3}{4}$  (۱)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{7}{3}$  (۳)

$4$  (۴)

۸۱. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \sqrt{8 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}}$$

$\frac{\sqrt{594}}{9}$  (۱)

$\frac{\sqrt{625}}{9}$  (۳)

$\frac{\sqrt{600}}{3}$  (۲)

$\frac{\sqrt{685}}{9}$  (۴)

۸۲. با قطر مربعی به ضلع  $20\text{ cm}$  مربع دیگری درست کرده‌ایم. محیط این مربع جدید کدام است؟

$80$  (۱)

$40$  (۲)

$80\sqrt{2}$  (۳)

$40\sqrt{2}$  (۴)

۸۳. حاصل عبارت  $(2 + \sqrt{6})(6\sqrt{4} - \sqrt{6})$  کدام است؟

$30 - 14\sqrt{6}$  (۱)

$30 + \sqrt{600}$  (۲)

$18 - 14\sqrt{6}$  (۳)

$18 + \sqrt{600}$  (۴)

۸۴. حاصل عبارت زیر بدون قدر مطلق کدام است؟

$$\sqrt[4]{(2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^4} - \sqrt{(5\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2}$$

$2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$  (۱)

$-10\sqrt{2}$  (۳)

$4\sqrt{2}$  (۲)

صفر (۴)

۸۵. چه تعداد از تساوی‌های زیر به ازای هر مقدار حقیقی همواره درست است؟

- (الف)  $\sqrt{x^4} = x^2$  (۱) مورد ۱  
 (ب)  $\sqrt{(-x^2)^2} = -x^2$  (۲) مورد ۳  
 (پ)  $\sqrt{x} + 4 = 0$  (۳) مورد ۲  
 (ت)  $-\sqrt{x} = 7$  (۴) مورد ۴

۸۶. ساده شده عبارت زیر کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3} - \sqrt{8}$   
 (۲)  $\sqrt{4} - \sqrt{3}$   
 (۳)  $\sqrt{3} - 8\sqrt{2}$   
 (۴)  $8\sqrt{2} - \sqrt{3}$

۸۷. اگر  $4^x \times 6^y = 48^{12}$  باشد مقدار  $x + y$  برابر است با:

- (۱) ۲۴  
 (۲) ۳۰  
 (۳) ۴۸  
 (۴) ۳۶

۸۸. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{60}}$  کدام است؟

- (۱) ۵  
 (۲) ۱۰  
 (۳)  $\frac{1}{10}$   
 (۴)  $\frac{1}{5}$

۸۹. ساده شده عبارت زیر کدام است؟

- (۱)  $\sqrt[3]{3}$   
 (۲)  $10\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}$   
 (۳)  $4\sqrt{2}$   
 (۴)  $\sqrt[3]{3} + 2\sqrt{2}$

۹۰. جذر عدد  $5^6 \times 8^2 \times 9^3$  کدام است؟

- (۱)  $30^4$   
 (۲)  $40^2$   
 (۳)  $30^3$   
 (۴)  $15^4$

۹۱. حاصل عبارت زیر کدام است؟

- (۱)  $6 + 6\sqrt{2}$   
 (۲)  $2\sqrt{18}$   
 (۳) ۰  
 (۴) ۶

۹۲. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $\sqrt{0.25} = 0.50$   
 (۲)  $\sqrt{\frac{8 \times 0.0001}{3^2 - 1}} = 0.01$   
 (۳)  $\sqrt{0.049} = 0.07$   
 (۴)  $\sqrt{(-10)^6} = 1000$

۹۳. حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \dots \times \frac{48}{49}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{16}{49}$   
 (۲)  $\frac{48}{17}$   
 (۳)  $\sqrt{\frac{1}{3}}$   
 (۴)  $\frac{4}{7}$

۹۴. چند جفت عدد طبیعی مثل  $(m, n)$  می‌توان پیدا کرد به طوری که  $m^n = 16$ ؟

- (۱) ۰  
 (۲) ۱  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۹۵. حاصل  $\sqrt{4 + \sqrt{4 + 3(1 + 6)}}$  کدام است؟

- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۵  
 (۴) ۶

۹۶. چند عدد صحیح بین  $\sqrt{4,36}$  و  $\sqrt{234,09}$  قرار دارد؟

- (۱) ۱۳  
 (۲) ۱۴  
 (۳) ۱۱  
 (۴) ۱۲

۹۷. مقدار عبارت  $\sqrt{(1 - \frac{1}{5})(1 - \frac{1}{6})(1 - \frac{1}{7}) \dots (1 - \frac{1}{400})}$  را حساب کنید.

$\frac{1}{10}$  (۴)

$\frac{1}{20}$  (۳)

$\frac{1}{40}$  (۲)

$\frac{1}{50}$  (۱)

۹۸. در کدام گزینه مخرج کسر  $\frac{5}{\sqrt[3]{25}}$  گویا شده است؟

$\sqrt[3]{5}$  (۴)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۳)

۵ (۲)

$\sqrt{5}$  (۱)

۹۹. عبارت  $\sqrt[3]{(2 - \sqrt{5})^3}$  برابر با کدام گزینه است؟

$-2 - \sqrt{5}$  (۴)

$2 - \sqrt{5}$  (۳)

$\sqrt{5} - 2$  (۲)

$|2 - \sqrt{5}|$  (۱)

۱۰۰. حاصل جمع  $4^{15}$  و  $8^{10}$  کدام است؟

$2^{31}$  (۴)

$2^{20}$  (۳)

$2^{15}$  (۲)

$2^{10}$  (۱)

۱۰۱. اگر  $5^x = 3$  باشد  $5^{4x+1}$  کدام است؟ (روبوکاپ هفتمین دوره ۱۳۹۱)

۱۸۷۵ (۴)

۶۲۵ (۳)

۴۰۵ (۲)

۸۱ (۱)

۱۰۲. حاصل  $\frac{3^{a+2} - 3^{a+1} - 3^a}{2^a + 2^a + 2^a + 2^a + 2^a}$  کدام است؟ (روبوکاپ نهمین دوره ۱۳۹۳)

$(\frac{3}{2})^{a-1}$  (۴)

$\frac{3^{a-1}}{2^{a+1}}$  (۳)

$\frac{3^{a+1}}{2^{a-1}}$  (۲)

$(\frac{3}{2})^a$  (۱)

۱۰۳. چند عدد صحیح بین  $4^2$  و  $4^3$  قرار می‌گیرد؟

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۴۸ (۲)

۴۷ (۱)

۱۰۴. حاصل عبارت  $5 - 5(-1 + 3(4 - 5))^{2013} \times 2 - 2 + 8 \div 4 \times 3$  برابر است با:

-۴ (۴)

۵۶ (۳)

۶۱ (۲)

۶ (۱)

۱۰۵. اگر  $3^k = 5$  باشد، مقدار عددی  $9^{k+1}$  کدام است؟

۲۲۵ (۴)

۴۵ (۳)

۲۶ (۲)

۲۵ (۱)

۱۰۶. ربع عدد  $2 \times 30^6$  کدام است؟

$10 \times 15^6$  (۴)

$32 \times 15^6$  (۳)

$15^6$  (۲)

$15^6$  (۱)

۱۰۷. ثلث عدد  $9^{4a-2}$  برابر است با:

$3^{8a-3}$  (۴)

$3^{4a-5}$  (۳)

$3^{2a-2}$  (۲)

$3^{8a-5}$  (۱)

۱۰۸. حاصل عبارت  $\frac{7^y + 7^y \times 7}{7^y}$  کدام است؟

$7^3$  (۴)

۸ (۳)

۱۴ (۲)

$7^8$  (۱)

۱۰۹. حاصل عبارت  $40 \times 5^6 + 17 \times 5^7$  کدام است؟

$5^8$  (۴)

$5^9$  (۳)

$57 \times 5^7$  (۲)

$57 \times 5^{11}$  (۱)

۱۱۰. اگر  $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$  مقدار  $n$  کدام است؟

- ۱) ۱۰۰۵      ۲) ۱۰۰۶      ۳) ۲۰۱۰      ۴) ۲۰۱۱

۱۱۱. اگر  $A = (-5^{-2})^{-3}$  و  $B = (-2^3)^2$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $AB > 0$       ۲)  $B < 0$       ۳)  $A < B$       ۴)  $A > 0$

۱۱۲. تساوی  $27^x = (16 \times 9)^x$  به ازای چه تعداد  $x$  صحیح است؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) بیش از ۳ مقدار

۱۱۳. اگر  $2^x = 10$  باشد، حاصل  $B = \frac{4^x + 2^x - 2^{3x+2}}{8^x}$  کدام است؟

- ۱) ۴,۷۹      ۲) -۴,۸۹      ۳) ۳,۷۹      ۴) -۳,۸۹

۱۱۴. حاصل  $\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{125}}$  برابر است با:

- ۱)  $\frac{\sqrt{15}}{6}$       ۲)  $\frac{\sqrt{5}+1}{6}$       ۳)  $\frac{\sqrt{5}+5}{6}$       ۴)  $\frac{\sqrt{5}}{6}$

۱۱۵.  $2^{3x} \times 2^{-2y} = 2$  و  $3^{5y} \div 3^{4x} = 3$  مقدار  $2x - y$  کدام است؟

- ۱) -۲      ۲) ۱      ۳) ۱۰      ۴) -۱۰

۱۱۶. اگر  $a = 4^{1-x}$  و  $b = 2^{x+1}$  و  $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $a + b + x$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۴      ۴) ۶

۱۱۷. در دستگاه مقابل مقدار  $abc$  چقدر است؟

$$\begin{cases} a^r bc = -75 \\ ab^r c = 15 \\ abc^r = -45 \end{cases}$$

- ۱) -۹      ۲) ۱۲      ۳) ۱۵      ۴) -۲۵

۱۱۸. مربع عدد  $\sqrt{\sqrt{50} + 7} - \sqrt{\sqrt{50} - 7}$  برابر است با:

- ۱)  $10\sqrt{2} + 2$       ۲)  $10\sqrt{2} - 2$       ۳)  $2 - 10\sqrt{2}$       ۴)  $\sqrt{10}\sqrt{2} - 2$

۱۱۹. ساده‌ترین صورت عبارت  $2\sqrt{200} - 3\sqrt{27} + \sqrt{50} + 2\sqrt{75}$  برابر است با:

- ۱)  $25\sqrt{2} + 19\sqrt{3}$       ۲)  $25\sqrt{2} + \sqrt{3}$       ۳)  $25\sqrt{2} - \sqrt{3}$       ۴)  $25\sqrt{2} - 19\sqrt{3}$

۱۲۰. چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

(ب)  $\frac{6}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = 2\sqrt{6}$   
 (د)  $-\sqrt[2]{-125} = 5$

(الف)  $(-2^4)^{-3} = (-2)^{-12}$

(ج)  $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54}$

- ۱) یک مورد      ۲) دو مورد      ۳) سه مورد      ۴) چهار مورد



۱۲۱. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{-20}}{\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{60}}$  کدام است؟

- ۱) -۱۰      ۲) ۱۰      ۳)  $\frac{1}{10}$       ۴)  $-\frac{1}{10}$

۱۲۲. حاصل عبارت  $\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ۴)  $3\sqrt{2}$

۱۲۳. اگر  $x^2 - \sqrt{3} = 2$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- ۱)  $4\sqrt{3}$       ۲)  $2 \times 2\sqrt{3}$       ۳)  $4 \times 2\sqrt{3}$       ۴)  $4 \times (\sqrt{2})^3$

۱۲۴. اگر حاصل عبارت  $\sqrt{2} + 2 - \sqrt{8} + \sqrt[3]{2^6}$  برابر ۶ باشد، مقدار  $a - b$ ، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- ۱) -۱      ۲) ۱۱      ۳) -۲      ۴) ۲

۱۲۵. جرم یک الکترون تقریباً  $9.1 \times 10^{-28}$  گرم و جرم یک اتم هیدروژن تقریباً  $1.7 \times 10^{-24}$  گرم است. جرم یک اتم هیدروژن چند برابر جرم یک الکترون است؟

- ۱)  $1.87 \times 10^3$       ۲)  $1.87 \times 10^2$       ۳)  $5.352 \times 10^{-4}$       ۴)  $5.352 \times 10^4$

۱۲۶. اگر  $-1 < a < 0$  باشد بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $\{a, a^2, a^3, \dots, a^{100}\}$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $a$       ۲)  $a^{100}$       ۳)  $a^2$       ۴)  $a^{99}$

۱۲۷. حاصل  $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} - \sqrt{99}}$  برابر است با:

- ۱) -۹      ۲) ۱      ۳) ۱۱      ۴)  $\sqrt{99}$

۱۲۸. اگر  $\sqrt{20} + \sqrt{45} = \sqrt{x}$  در این صورت  $x$  چه عددی است؟

- ۱) ۹۰      ۲) ۱۰۰      ۳) ۱۲۵      ۴) ۲۰۰

۱۲۹. کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- ۱) حاصل تقسیم ریشه‌های دوم هر عدد مثبت برابر ۱- است.      ۲) نماد علمی عدد ۱۳۹۶۰۰۰، برابر با  $1.396 \times 10^5$  می‌باشد.

- ۳) هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد.      ۴)  $(\frac{-1}{2})^{-3} = -8$

۱۳۰. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{-200} \times -\sqrt[3]{5}}{3\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{75}}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۲)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۳)  $\sqrt{3}$       ۴)  $-\sqrt{3}$

۱۳۱. بین اعداد  $27^{15}$ ،  $3^{25}$ ،  $32^8$ ،  $2^{35}$ ، بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

- ۱)  $27^{15}$       ۲)  $3^{25}$       ۳)  $32^8$       ۴)  $2^{35}$

۱۳۲. اگر  $x < 0 < y$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{\sqrt{x^2y} - \sqrt{x^2y^3}}{x\sqrt{y}} = ?$$

۱)  $x - 1$

۲)  $1 - y$

۳)  $\frac{x+y}{x-1}$

۴)  $y - 1$

۱۳۳. کدام یک از تساوی‌های زیر صحیح است؟

۱)  $(-y^2)^5 = y^{10}$

۲)  $(-y^5)^2 = -y^{10}$

۳)  $(-y^5)^{-2} = y^{-10}$

۴)  $(-y^2)^{-5} = y^{-10}$

۱۳۴. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\left(\frac{2^{-4} \div 3^4}{9^2 \div 4^{-2}}\right)^{-1} = ?$$

۱)  $100$

۲)  $0.01$

۳)  $0.1$

۴)  $10$

۱۳۵. اگر  $4^x = 5$  و  $4^y = 125$  باشد، مقدار  $\frac{x+y}{y-x}$  کدام است؟

۱)  $4$

۲)  $2$

۳)  $-2$

۴)  $-1$

۱۳۶. ساده شده عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{5} \div \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{25}} = ?$$

۱)  $\frac{\sqrt[3]{20}}{2}$

۲)  $\frac{\sqrt[3]{5}}{4}$

۳)  $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

۴)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

۱۳۷. جواب معادله  $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2-5x}$  کدام است؟

۱)  $\frac{5}{3}$

۲)  $-\frac{5}{3}$

۳)  $-\frac{1}{3}$

۴)  $\frac{1}{3}$

۱۳۸. اگر حجم یک مکعب  $125a^3$  باشد، قطر قاعده مکعب برابر کدام است؟

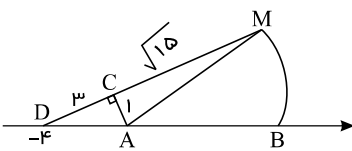
۱)  $2\sqrt{5a}$

۲)  $5\sqrt{2a^2}$

۳)  $2\sqrt{5a}$

۴)  $5\sqrt{2a}$

۱۳۹. در شکل زیر به مرکز  $A$  و شعاع  $AM$  کمانی زده‌ایم تا محور را در نقطه  $B$  قطع کند. نقطه  $B$  چه عددی را نشان می‌دهد؟



۱)  $8 + \sqrt{10}$

۲)  $-4 + \sqrt{10}$

۳)  $\sqrt{10} + \sqrt{15}$

۴)  $\sqrt{10}$

۱۴۰. اگر  $\sqrt{18a^3b^8}$  عدد حقیقی باشد راه‌حل دو دانش‌آموز را در نظر بگیرید:

روش مهدی:  $\sqrt{18a^3b^8} = 3ab^4\sqrt{2a}$

روش علی:  $\sqrt{18a^3b^8} = 3|a|b^4\sqrt{2a}$

۱) هر دو روش درست است.

۲) فقط روش علی درست است.

۳) فقط روش مهدی درست است.

۴) هیچ کدام از دو روش درست نیست.

۱۴۱. ساده شده عبارت روبه‌رو در کدام گزینه آمده است؟

$$(13\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16}) + (2\sqrt{8} - \sqrt{32}) = ?$$

۱)  $\sqrt[3]{18}$

۲)  $3\sqrt[3]{2}$

۳)  $\sqrt[3]{6}$

۴)  $6\sqrt[3]{4}$





۱۴۲. حاصل عبارت را با نماد علمی بنویسید.  $\frac{0,125^3 \times 0,4^6}{8^2 \times 10^{-3}}$

- ۱  $1,25 \times 10^{-4}$       ۲  $0,125 \times 10^3$       ۳  $0,25 \times 10^{-2}$       ۴  $2,5 \times 10^{-3}$

۱۴۳. حاصل عبارت مقابل کدام است:

$$\frac{(\sqrt{8} - \sqrt{2})(\sqrt{32} + \sqrt{18})}{(\sqrt{18} + \sqrt{2})(\sqrt{32} - \sqrt{8})} =$$

۱  $\frac{7}{8}$       ۲  $\frac{8}{7}$       ۳  $\frac{9}{8}$       ۴  $\frac{8}{9}$

۱۴۴. حاصل عبارت  $\frac{10^{100} + 10^{99} + 10^{98} + \dots + 10^6 + 10^5}{1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{94} + 10^{95}}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱  $1000000$       ۲  $10^6$       ۳  $10^7$       ۴  $100000000$

۱۴۵. حاصل ساده شده عبارت  $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{40} + \sqrt{90} + \sqrt{160}}{\sqrt{50} + \sqrt{98} + \sqrt{128}}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ۲  $\sqrt{5}$       ۳  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       ۴  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

۱۴۶. اگر  $2^9 = \frac{7^a \times 14^9}{7^4 \div 7^6}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱  $7$       ۲  $-11$       ۳  $-7$       ۴  $9$

۱۴۷. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{3} + 3}{1 - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3} - 3}{1 + \sqrt{3}}$  کدام است؟

- ۱  $-6$       ۲  $-4\sqrt{3}$       ۳  $6 + 4\sqrt{3}$       ۴  $-6 - 4\sqrt{3}$

۱۴۸. در بین اعداد  $30^{100}$ ،  $6^{200}$ ،  $5^{301}$  و  $2^{400}$ ؛ بزرگترین عدد کدام است؟

- ۱  $30^{100}$       ۲  $5^{301}$       ۳  $2^{400}$       ۴  $6^{200}$

۱۴۹. حاصل عبارت  $A$  کدام است؟

$$A = (2^{-17} + 2^{15} \times 4^{-10} \div 16^3 + 2^0) \div \frac{1}{2^{-16} - 1}$$

۱  $\frac{1 - 2^{32}}{2^{32}}$       ۲  $\frac{1}{2^{32}}$       ۳  $\frac{2^{-16} + 1}{2^{-16} - 1}$       ۴  $\frac{2^{-18} - 1}{2^{-16} - 1}$

۱۵۰. کدام عبارت صحیح است؟

- ۱ عدد  $1,16$ ، عددی گنگ است.      ۲ نماد علمی عدد  $\frac{14,5 \times 10^{-6}}{29 \times 10^{-19}}$  برابر با  $5 \times 10^{12}$  است.      ۳ محل برخورد عمودمنصف‌های هر مثلث، همیشه درون مثلث قرار دارد.      ۴ دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابرند، هرگاه هر عضو  $A$ ، عضوی از  $B$  باشد.

۱۵۱. حاصل عبارت  $A$  کدام است؟

$$A = \frac{(\sqrt[5]{2} - 1)(\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{2})(\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{3}) \dots (\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{300})}{5\sqrt[5]{2}}$$

۱ صفر      ۲  $\sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{300}$       ۳  $\frac{\sqrt[5]{4}}{10}$       ۴  $\frac{300}{5\sqrt[5]{2}}$



۱۵۲. حاصل  $\frac{1}{1 - \frac{1}{1-3^{-1}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1-3^{-1}}}$  برابر است با:

- ۱)  $\frac{8}{5}$       ۲)  $-\frac{8}{5}$       ۳) صفر      ۴)  $\frac{12}{5}$

۱۵۳. حاصل عبارت  $\sqrt{63} + 2\sqrt{343} - \sqrt{28}$  برابر است با:

- ۱)  $15\sqrt{7}$       ۲)  $9\sqrt{7}$       ۳)  $19\sqrt{7}$       ۴)  $5\sqrt{7}$

۱۵۴. کدام گزینه در مورد  $x = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5}}{7}$  و  $z = \frac{\sqrt{35}}{5}$  صحیح است؟

- ۱)  $z < y < x$       ۲)  $z < x < y$       ۳)  $y < x < z$       ۴)  $y < z < x$

۱۵۵. حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$3^{-2^3} \times 3^{-3^2} \times (3^3)^2 =$$

- ۱)  $3^7$       ۲)  $3^{22}$       ۳)  $3^{-11}$       ۴)  $3^{-6}$

۱۵۶. حاصل کسر  $\frac{\sqrt[5]{(a+b)^5}}{\sqrt[4]{(a+b)^4}}$  اگر  $a, b < 0$  باشد، کدام گزینه است؟

- ۱) ۱      ۲) -۱      ۳)  $a + b$       ۴)  $-(a + b)$

۱۵۷. اگر  $27^x = 243$  آنگاه  $x$  برابر است با:

- ۱) ۴      ۲)  $\frac{5}{3}$       ۳)  $\frac{3}{2}$       ۴)  $\frac{3}{5}$

۱۵۸. عدد  $\underbrace{5^y + 5^y + \dots + 5^y + 5^y}_{16 \text{ بار}}$  چند صفر در سمت راست خود دارد؟

- ۱) ۱۶      ۲) ۷      ۳) ۱۱      ۴) ۴

۱۵۹. اگر  $10^{2x-1} = 5$  باشد، آنگاه مقدار  $\frac{(100)^{x+1}}{100}$  را بیابید.

- ۱) ۵      ۲) ۵۰۰      ۳) ۵۰      ۴) ۱۰۰

۱۶۰. حاصل عبارت  $\frac{2^{1397} + 2^{1396} + 2^{1395}}{2^{1396}}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{3}{7}$       ۲) ۲      ۳)  $\frac{7}{2}$       ۴) ۳

۱۶۱. نماد علمی عدد زیر چیست؟

$$\frac{4000 \times 12,3}{24 \times 125}$$

- ۱)  $1,64 \times 10^{-1}$       ۲) ۱۶,۴      ۳)  $1,64 \times 10$       ۴)  $16,4 \times 10^{-1}$

$$\frac{9^{n+1} \times 5^{2n+1}}{225^n}$$

- ۱) ۵      ۲) ۹      ۳) ۴۵      ۴) ۱۵

۱۶۲. حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

۱۶۳. حاصل عبارت روبه رو به صورتی که عدد توان دار برابر است با:

$$\frac{729 \times 196}{216 \times 225}$$

$$\frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2} \quad \text{④}$$

$$\frac{3 \times 13^2}{2^3 \times 5^2} \quad \text{③}$$

$$\left(\frac{21}{10}\right)^2 \quad \text{②}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^2 \quad \text{①}$$

در هر یک از پرسش‌های زیر گزینه درست را انتخاب کنید.

۱۶۴. حاصل عبارت  $\frac{2^0}{3} - 3^{-2}$  کدام گزینه است؟

$$\frac{26}{3} \quad \text{④}$$

$$\frac{2}{9} \quad \text{③}$$

$$\frac{5}{9} \quad \text{②}$$

$$\frac{25}{3} \quad \text{①}$$

۱۶۵. در  $a$  و  $b$  اعداد گویا باشند و خلاصه شده عبارت  $\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right|$  برابر با  $a + b\sqrt{5}$  باشد، در این صورت  $a + b$  چند

است؟

$$2 \quad \text{④}$$

$$5 \quad \text{③}$$

$$4 \quad \text{②}$$

$$3 \quad \text{①}$$

۱۶۶. اگر  $M = 3^{3^4}$  باشد، حاصل  $81M^2$  کدام است؟

$$3^{19} \quad \text{④}$$

$$3^{38} \quad \text{③}$$

$$3^{36} \quad \text{②}$$

$$3^{36} \quad \text{①}$$

۱۶۷. ترتیب اعداد  $(-2)^{21}$ ،  $\left(-\frac{27}{8}\right)^7$  و  $\left(-\frac{1}{15}\right)^2$  از کوچک به بزرگ کدام است؟

$$\left(-\frac{27}{8}\right)^7 < (-2)^{21} < \left(-\frac{1}{15}\right)^2 \quad \text{②}$$

$$\left(-\frac{1}{15}\right)^2 < \left(-\frac{27}{8}\right)^7 < (-2)^{21} \quad \text{①}$$

$$(-2)^{21} < \left(-\frac{27}{8}\right)^7 < \left(-\frac{1}{15}\right)^2 \quad \text{④}$$

$$(-2)^{21} < \left(-\frac{1}{15}\right)^2 < \left(-\frac{27}{8}\right)^7 \quad \text{③}$$

۱۶۸. حاصل  $5^9 - 5^8 + 1250000$  با کدام گزینه برابر است؟

$$1200005 \quad \text{④}$$

$$5^9 \times 2^6 \quad \text{③}$$

$$5^6 \times 6^3 \quad \text{②}$$

$$5^9 \times 6^2 \quad \text{①}$$

۱۶۹. شکل مقابل از ۷ مربع مساوی کنار هم تشکیل شده است. مساحت کل این شکل ۵۶۷ سانتی‌متر مربع است. محیط کل برابر است با:



$$567 \quad \text{②}$$

$$144 \quad \text{①}$$

$$81 \quad \text{④}$$

$$126 \quad \text{③}$$

۱۷۰. حاصل عبارت  $\frac{10}{3} \sqrt{\frac{18}{25}} \div \frac{2}{9} \sqrt{\frac{3}{125}}$  کدام است؟

$$30\sqrt{30} \quad \text{④}$$

$$30\sqrt{15} \quad \text{③}$$

$$15\sqrt{30} \quad \text{②}$$

$$15\sqrt{15} \quad \text{①}$$

۱۷۱. اگر  $x < 0$  باشد، حاصل  $2\sqrt{x^3} + \sqrt{x^4}$  کدام است؟

$$-3x \quad \text{④}$$

$$-x \quad \text{③}$$

$$x \quad \text{②}$$

$$3x \quad \text{①}$$

۱۷۲. حاصل عبارت  $[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}]a^2$  به‌ازاء  $a = \sqrt{3}$  و  $b = \sqrt{2}$  چه قدر است؟

$$-1 \quad \text{④}$$

$$\frac{5}{3} \quad \text{③}$$

$$\frac{3}{5} \quad \text{②}$$

$$1 \quad \text{①}$$

۱۷۳. اگر  $A = 5^{4k+1}$  و  $B = 25^{2k}$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- ۱  $B = 5A$     
  ۲  $A = 5B$     
  ۳  $A = 3B$     
  ۴  $B = 3A$

۱۷۴. حاصل سه برابر عبارت  $\frac{3^3 + 3^4 + 3^5 + \dots + 3^9}{3^{-4} + 3^{-5} + 3^{-6} + \dots + 3^{-10}}$  کدام است؟

- ۱  $3^7$     
  ۲  $3^8$     
  ۳  $3^{13}$     
  ۴  $3^{14}$

۱۷۵. مقدار کدام عدد با بقیه متفاوت است؟

- ۱  $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{9}}$     
  ۲  $\frac{\sqrt{8}}{3}$     
  ۳  $\frac{-\sqrt[3]{8}}{\sqrt{-27}}$     
  ۴  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

۱۷۶. مقدار  $x$  در عبارت زیر چند است؟

- $\frac{2^{2x}}{6} = (0,75)^{-1} \times 2^x$
- ۱  $\frac{1}{2}$     
  ۲  $3$     
  ۳  $2$     
  ۴  $-1$

۱۷۷. اگر  $A = 10^{-27} \times 6$  و  $B = 3 \times 10^{-12}$  و  $C = 2 \times 10^{-8}$  باشد، کدام گزینه از همه کوچک تر است؟

- ۱ نصف نسبت  $A$  به  $B$     
  ۲ ثلث نسبت  $A$  به  $C$     
  ۳  $\frac{2}{3}$  نسبت  $B$  به  $C$     
  ۴ نسبت  $A$  به  $BC$

۱۷۸. مقدار  $\sqrt{3}\square - \square^2$  با توجه به عبارت زیر چند است؟

- $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{72} + 2\sqrt{6}}{\sqrt{2}(\square + (2\sqrt{2})^2)} = 1$
- ۱  $-6$     
  ۲  $18$     
  ۳  $6$     
  ۴  $\sqrt{12}$

۱۷۹. نسبت ریشه دوم مثبت عدد  $8,1 \times 10^5$  به ریشه سوم عدد  $0,27 \times 10^8$  کدام گزینه است؟

- ۱  $+3$     
  ۲  $-3$     
  ۳  $+\frac{3}{100}$     
  ۴  $-0,03$

۱۸۰. مجموعه  $\{8^{11}, 32^7, \sqrt{64^{11}}, 2^{35}\}$  چند عضو دارد؟

- ۱  $4$     
  ۲  $3$     
  ۳  $2$     
  ۴  $1$

۱۸۱. به ازای چند  $n$  از اعضای  $\{1, 2, \dots, 100\}$ ،  $n^n$  مربع کامل است؟

- ۱  $100$     
  ۲  $55$     
  ۳  $54$     
  ۴  $50$

۱۸۲. چند عدد طبیعی بین  $100$  و  $200$  وجود دارند که عامل‌های اولشان در مجموعه  $\{2, 3\}$  هستند؟

- ۱  $1$     
  ۲  $3$     
  ۳  $4$     
  ۴  $5$

۱۸۳. اگر سرعت نور  $3 \times 10^8$  متر بر ثانیه باشد، در مدت  $1,5$  دقیقه چند متر را طی می‌کند؟

- ۱  $2,7 \times 10^9$     
  ۲  $270 \times 10^{10}$     
  ۳  $2,7 \times 10^{10}$     
  ۴  $27 \times 10^8$

۱۸۴. نماد علمی حاصل عبارت  $723 \times 10^{-1395} + 0,65 \times 10^{-1394}$  کدام است؟

- ۱  $7,2365 \times 10^{-1393}$     
  ۲  $7,2365 \times 10^{-1394}$     
  ۳  $7,2365 \times 10^{-1395}$     
  ۴  $7,2365 \times 10^{-1396}$

۱۸۵. جرم خورشید  $1.98 \times 10^{28}$  کیلوگرم و جرم نوترون  $1.67 \times 10^{-25}$  گرم است. نسبت جرم خورشید به جرم نوترون بر حسب گرم به صورت نماد علمی با دقت دو رقم اعشار کدام است؟

۱  $1.18 \times 10^{57}$       ۲  $2.32 \times 10^{57}$       ۳  $2.32 \times 10^{54}$       ۴  $1.18 \times 10^{54}$

۱۸۶. عددی ۲۱ رقمی هستم. ریشه‌ی دوم من چند رقمی می‌شود؟

۱ ۷ رقمی      ۲ ۸ رقمی      ۳ ۹ رقمی      ۴ ۱۱ رقمی

۱۸۷. کدام گزینه درست است؟

۱  $2^{800} > 26^{200} > 5^{400} > 3^{600}$       ۲  $2^{800} > 3^{600} > 5^{400} > 26^{200}$       ۳  $3^{600} > 26^{200} > 5^{400} > 2^{800}$       ۴  $3^{600} > 26^{200} > 2^{800} > 5^{400}$

۱۸۸. حاصل کدام گزینه از بقیه کوچکتر است؟ (اهواز - خرداد ۹۵)

۱  $10^3 \times 0.047$       ۲  $\left(\frac{-1}{5}\right)^{-4}$       ۳  $\left(\frac{3}{5}\right)^0$       ۴  $3.75 \times 10^{-2}$

۱۸۹. عدد  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$  با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر می‌باشد؟ (تهران - سرای دانش - دی ۹۴)

۱ ۸      ۲ -۸      ۳  $\frac{1}{8}$       ۴  $-\frac{1}{8}$

۱۹۰. اگر رقم‌های عددی به ترتیب در عدد دیگری دیده شود، عدد دوم را (سرور) عدد اول می‌گوییم. مثلاً عدد ۲۳۱۵ سرور ۲۱ است. کدام

گزینه درباره‌ی کوچک‌ترین عددی که (سرور) هر دو عدد ۴۵۲۵۳ و ۵۲۳۴۵۲ است، صحیح است؟

۱ بین  $3 \times 10^7$  و  $3.3 \times 10^7$  است.      ۲ کمتر از  $3 \times 10^7$  است.      ۳ بین  $3.3 \times 10^{11}$  و  $5.4 \times 10^{11}$  است.      ۴ بیش از  $5.4 \times 10^8$  است.

۱۹۱. کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

۱  $\sqrt{2} - \sqrt{1}$       ۲  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$       ۳  $\sqrt{4} - \sqrt{3}$       ۴  $\sqrt{5} - \sqrt{4}$

۱۹۲. حاصل عبارت زیر به صورت توان‌دار کدام است؟

$2^{-105} + 2^{75} \times 4^{-45} \div 8^{30} = ?$

۱  $2^{-106}$       ۲  $2^{-104}$       ۳  $2^{-30}$       ۴  $2^{-210}$

۱۹۳. کدام عدد زیر گنگ است؟

۱  $10.24^{0.1}$       ۲  $\sqrt{0.25}$       ۳  $100.05$       ۴  $100.01$

۱۹۴. اگر  $\sqrt{1.5} + \sqrt{x} = 2$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۱ ۲.۵      ۲  $\sqrt{0.5}$       ۳ ۶.۲۵      ۴ ۰.۵

۱۹۵. اگر عدد  $\partial^2$  مجذور کامل و فرد باشد، دومین عدد مجذور کامل بعد از  $\partial$  چند است؟

۱  $\partial + 4$       ۲  $\partial^2 + 4\partial + 4$       ۳  $\partial + 4\sqrt{\partial} + 4$       ۴  $\partial^2 + 4$

۱۹۶. مجموع دو عدد متوالی را با  $S$  نشان می‌دهیم. در این صورت مجذور عدد بزرگ‌تر منهای مجذور عدد کوچک‌تر برابر است با:

۱  $S$       ۲  $S^2$       ۳  $S + 1$       ۴  $S - 1$

۱۹۷. حاصل عبارت  $\left(\frac{9^{-5} + 9^{-6} + 9^{-7}}{9^{-5}} + \frac{9^{18} + 9^{17}}{9^{17}}\right) \times 81$  کدام است؟

۱ ۹۰۰      ۲ ۸۹۱      ۳ ۹۹۱      ۴ ۹۰۱

۱۹۸. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{5^{25}}}} \times \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{5^{23}}}}$$

۲۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

$\sqrt[4]{5^{36}}$  (۲)

$\sqrt[12]{5^{24}}$  (۱)

۱۹۹. حاصل عبارت زیر را به صورت توانی از دو کدام است؟

$$2\sqrt[3]{\sqrt[2]{\sqrt[4]{2}\sqrt[2]{2}}} \times 2\sqrt[6]{\sqrt[4]{2^{13}}} =$$

$2^{\frac{3}{24}}$  (۴)

$2^{\frac{5}{26}}$  (۳)

$2^3$  (۲)

$2^{\frac{1}{24}}$  (۱)

۲۰۰. عبارت  $\sqrt[3]{4} \times \sqrt{8} \times \sqrt[5]{2}$  به صورت توانی از دو کدام است؟

$2^{\frac{5}{260}}$  (۴)

$2^{\frac{1}{230}}$  (۳)

$2^{\frac{71}{230}}$  (۲)

$2^{\frac{51}{260}}$  (۱)

۲۰۱. عبارت  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$  به صورت توانی از دو کدام است؟

$2^{-\frac{1}{3}}$  (۴)

$2^{-\frac{1}{8}}$  (۳)

$2^{\frac{1}{3}}$  (۲)

$2^{\frac{1}{9}}$  (۱)

۲۰۲. حاصل عبارت  $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}\sqrt{1024}}$  را بدست آورید.

$\sqrt[6]{2^{10}}$  (۴)

۲ (۳)

$2^3$  (۲)

$\sqrt[3]{2^5}$  (۱)

۲۰۳. حاصل عبارت  $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$  کدام است؟

۱ (۴)

$\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$  (۳)

$\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$  (۲)

$\sqrt[18]{2-\sqrt{3}}$  (۱)

۲۰۴. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[3]{25} \times \sqrt{125} \times \sqrt[4]{125} \times \sqrt[12]{5}$$

$\sqrt[24]{5}$  (۴)

۱۲۵ (۳)

$\sqrt[12]{5}$  (۲)

$\sqrt[12]{125}$  (۱)

۲۰۵. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[5]{10^{12}} \div \sqrt[5]{10^5}$$

۱۰ (۴)

$10^5$  (۳)

$\sqrt[5]{10^{17}}$  (۲)

$\sqrt[5]{10^{13}}$  (۱)

۲۰۶. اگر  $A = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5 + \sqrt{6}}}}}}$  باشد، کدام نامساوی درست است؟

$4 < A < 5$  (۴)

$3 < A < 4$  (۳)

$2 < A < 3$  (۲)

$1 < A < 2$  (۱)

۲۰۷. اگر ریشه‌ی سوم عدد  $A$  برابر  $\frac{2}{5}$  باشد، ریشه‌ی دوم عدد  $A$  برابر است با:

$\frac{2\sqrt{10}}{25}$  (۴)

$\sqrt{\frac{2}{5}}$  (۳)

$\frac{2\sqrt{2}}{25}$  (۲)

$\frac{4}{5\sqrt{10}}$  (۱)

۲۰۸. حاصل عبارت  $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}}\right)^2 \times (\sqrt[3]{3})^5$  برابر است با:

- ۱)  $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{3}}\right)^y$       ۲)  $(\sqrt[3]{3})^y$       ۳)  $(3\sqrt[3]{3})^y$       ۴)  $(3\sqrt[3]{9})^y$

۲۰۹. اگر  $2^x = 7$  باشد حاصل  $(0,25)^{1-x}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{49}{4}$       ۲)  $12,5$       ۳)  $\frac{1}{196}$       ۴)  $\frac{4}{49}$

۲۱۰. عدد  $20^{11}$  چند رقمی است؟

- ۱) ۱۲      ۲) ۱۳      ۳) ۱۴      ۴) ۱۵

۲۱۱. مقدار عبارت زیر را بیابید.

$$(4 + \sqrt{15})\sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2} \sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

- ۱) ۴      ۲) -۲      ۳) ۲      ۴)  $1 + \sqrt{5}$

۲۱۲. کدام عدد زیر اول است؟

- ۱)  $99^2 - 97^2$       ۲)  $99^2 - 98^2$       ۳)  $99^2 + 98^2$       ۴)  $98^2 + 96^2$

۲۱۳. حاصل  $\sqrt{4^{4^{(-4)^{-4}}}}$  کدام است؟

- ۱)  $4^{4^{(-4)^{-2}}}$       ۲)  $4^{4^{(-2)^{-4}}$       ۳)  $4^{2^{(-4)^{-4}}$       ۴)  $4^{4^{(-4)^{-4}}$

۲۱۴. فرض کنید  $a = \sqrt{***9}$  عددی طبیعی است. مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱) ۲۹      ۲) ۲۳      ۳) ۱۹      ۴) چنین چیزی ممکن نیست

۲۱۵. دو رقم سمت راست عدد  $7^{2009}$  برابر است با:

- ۱) ۰۱      ۲) ۴۹      ۳) ۴۳      ۴) ۰۷

۲۱۶. چند عدد طبیعی مانند  $n$  وجود دارند که فاصله  $\sqrt{n}$  تا ۱۰ از ۱ کمتر است؟

- ۱) ۱۹      ۲) ۲۰      ۳) ۳۸      ۴) ۳۹

۲۱۷. کوچکترین عدد صحیح مثبتی که باید به عدد  $2009$  اضافه شود تا حاصل مجذور کامل شود کدام است؟

- ۱) ۷      ۲) ۹      ۳) ۱۶      ۴) ۲۵

۲۱۸. اگر  $a = \sqrt{2010}$ ،  $b = 8\sqrt{30}$  و  $c = \sqrt{10 \times 3^5}$  کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $a < b < c$       ۲)  $b < c < a$       ۳)  $c < a < b$       ۴)  $b < a < c$

۲۱۹. کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- ۱)  $\sqrt{20} \times \sqrt{13}$       ۲)  $\sqrt{20} \times 13$       ۳)  $20 \times \sqrt{13}$       ۴)  $\sqrt{201} \times 3$

۲۲۰. حاصل  $\sqrt{\sqrt{(x^4)^2} \times x^{16}}$  کدام است؟

- ۱)  $x^8$       ۲)  $x^3$       ۳)  $x^6$       ۴)  $x^4$

۲۲۱. تارا یک عدد طبیعی را در نظر گرفته است. اختلاف آن را با ۳ حساب می‌کند، مجذور حاصل تفریق را با ۱ جمع می‌زند و در پایان به عدد

۱۰ رسیده است. عدد اولیه‌ای که انتخاب کرده چند است؟

- ۱) ۶      ۲) ۵      ۳) ۴      ۴) ۳

۲۲۲. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{5}{3}}}{\sqrt{15}}$  کدام است؟

- ۱  $-\frac{8}{5}$        ۲  $\frac{2}{15}$        ۳  $-\frac{2}{15}$        ۴  $\frac{8}{15}$

۲۲۳. کدام یک از اعداد زیر مجذور کامل می باشد؟

- ۱ ۵۹۷۴۲۷۰۰۰۰       ۲ ۵۹۷۴۲۷۰۰۰۰       ۳ ۱۶۶۱۵۲۱       ۴ ۷۸۲۵۳

۲۲۴. حاصل عبارت  $\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$  برابر است با:

- ۱  $2\sqrt{2}-1$        ۲ ۲       ۳ ۱       ۴  $\sqrt{2}$

۲۲۵. یک عدد سه رقمی داریم که رقم صدگان آن  $(2x+1)$  و رقم دهگان آن  $(x-1)$  و رقم یکان آن  $x$  می باشد این عدد سه رقمی در مبنا  $x$  کدام است؟

- ۱  $2x^3 - x^2 - x$        ۲  $211x + 90$        ۳  $211 + 90x$        ۴  $211x^2 + 90x$

۲۲۶. حاصل عبارت  $(\sqrt{27} - 2\sqrt{3} - \sqrt{12})^3$  برابر است با:

- ۱ -۹       ۲ -۲۷       ۳  $-3\sqrt{3}$        ۴  $-2\sqrt{3}$

۲۲۷. حاصل  $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{48}$  برابر است با:

- ۱ ۵       ۲ ۷       ۳  $2\sqrt{3}$        ۴  $3\sqrt{3}$

۲۲۸. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{6}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{12}$$

- ۱  $1 - 4\sqrt{6}$        ۲ ۲       ۳  $\frac{2}{\sqrt{3}}$        ۴  $-2\sqrt{3}$

۲۲۹. آیا می دانید که  $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ . اگر اعداد زیر را از کوچکترین به بزرگترین مرتب کرده باشیم عدد میانی کدام است؟

- ۱  $3 + \sqrt{3} + \sqrt{10}$        ۲  $5 + \sqrt{12}$        ۳  $\sqrt{78}$        ۴  $3 + \sqrt{27}$

۲۳۰. ساده شده ی عبارت  $5\sqrt{128} - 3\sqrt{72} + 2\sqrt{200} + 4\sqrt{98} - 4\sqrt{242}$  برابر است با:

- ۱  $26\sqrt{2}$        ۲  $20\sqrt{2}$        ۳  $17\sqrt{2}$        ۴  $-20\sqrt{2}$

۲۳۱. حاصل عبارت  $5\sqrt{48} - \sqrt{64} \div \sqrt[3]{64} \times 4\sqrt{27}$  کدام است؟

- ۱ -۴       ۲  $-4\sqrt{3}$        ۳  $44\sqrt{3}$        ۴  $\frac{359\sqrt{3}}{18}$

۲۳۲. چند تا از اعداد  $5\sqrt{2}$ ،  $2\sqrt[3]{10}$ ،  $2\sqrt{11}$ ،  $2\sqrt[3]{-7}$ ،  $(-2)^6$  از عدد ۷ بزرگترند؟

- ۱ تا ۳       ۲ تا ۵       ۳ تا ۲       ۴ تا ۴





۲۴۴. به ازای چه مقادیری از  $n$  رابطه روبرو برقرار است؟  $\sqrt[n]{a^n b} = |a| \sqrt[n]{b}$

- ۱)  $n \neq 0$       ۲)  $n$  های فرد      ۳)  $n \in Z$       ۴)  $n$  های زوج

۲۴۵. از تساوی  $\sqrt{ab^2 c^3} \times \sqrt{-a^2 b^3 c} = 2$  کدام یک از گزینه‌های زیر نتیجه می‌شود؟

- ۱)  $a > 0$       ۲)  $b < 0$       ۳)  $abc < 0$       ۴)  $ab < 0$

۲۴۶. می‌دانیم  $\sqrt{(-5)^4 a^5 b^3}$  عددی حقیقی است. در مورد ادعاهای زیر چه می‌توان گفت؟

$$(1) \sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = (-5)^2 a^2 b \sqrt{ab}$$

$$(2) \sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = 5^2 a^2 |b| \sqrt{ab}$$

$$(3) \sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = 5^2 a^2 \sqrt{ab^3}$$

- ۱) هر سه ادعا درست است.      ۲) فقط ادعای دوم درست است.      ۳) فقط ادعای دوم و سوم درست است.      ۴) فقط ادعای اول و دوم درست است.

۲۴۷. مقدار  $333333^3 - 27 \times 111111^3$  کدام است؟

- ۱)  $-222222^5$       ۲)  $0$       ۳)  $222222$       ۴)  $222222^3$

۲۴۸. عدد  $2 + 10^{20} + 10$  بر کدام عدد بخش پذیر است؟

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۹

۲۴۹. اگر  $11 \times 13 \times 17 \times 23 \times 29 \times 37 \times 41 = n!$ ،  $n$  کدام است؟

- ۱) ۱۳      ۲) ۱۴      ۳) ۱۵      ۴) ۱۶

۲۵۰. آن‌هایتا عددهای طبیعی  $m$  و  $k$  را طوری پیدا کرده که  $2012 = m^m \times (m^k - k)$  مقدار  $k$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) ۹

۲۵۱. آخرین رقم ناصفر عدد  $2^{59} \times 3^4 \times 5^{53}$  چیست؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۴      ۴) ۶

۲۵۲. کدام کوچکتر از بقیه است؟ (روبوکاپ - دومین دوره)

- ۱)  $3^{500}$       ۲)  $4^{400}$       ۳)  $5^{300}$       ۴)  $6^{200}$

۲۵۳. مجموع ارقام عدد  $1000^{1000} - 1000^{100}$  کدام است؟ (روبوکاپ - دومین دوره)

- ۱) ۱۵۳۱۹      ۲) ۱۵۳۰۹      ۳) ۱۵۳۰۰      ۴) ۱۵۶۰۰

۲۵۴. اولین عدد مربع کامل بزرگتر از  $17^4$  کدام است؟ (روبوکاپ - دومین دوره)

- ۱)  $18^4$       ۲)  $25^4$       ۳)  $290^2$       ۴)  $17^4 + 1$

۲۵۵. حاصل ضرب دو عدد  $20^5$  و  $50^2$  دقیقاً چند رقم صفر در راست خود دارد؟ (روبوکاپ - سومین دوره)

- ۱) ۷۰      ۲) ۷۱      ۳) ۹۰      ۴) ۱۴۰

۲۵۶. کدام ترتیب درست است؟ (روبوکاپ هشتمین دوره ۱۳۹۲)

- ۱)  $3^{222} < 5^{444} < 7^{333}$       ۲)  $7^{222} < 3^{444} < 5^{333}$       ۳)  $7^{222} < 5^{333} < 3^{444}$       ۴)  $3^{444} < 7^{222} < 5^{333}$

۲۵۷. حاصل جمع  $n$  عدد فرد برابر است با:  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots = 2304$ ،  $n$  برابر است با:

$n$  تا عدد

- ۱) ۱۲۳      ۲) ۵۰      ۳) ۴۶      ۴) ۴۸

۲۵۸. اگر  $x$  و  $y$  اعدادی طبیعی باشند و داشته باشیم  $2^x + 3^y = 41$ ، مقدار  $x + y$  برابر است با:

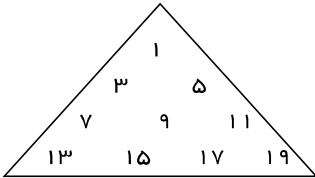
- ۹ (۱)      ۸ (۲)      ۷ (۳)      ۶ (۴)

۲۵۹. رقم یکان عدد  $3^{100}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۳ (۲)      ۷ (۳)      ۹ (۴)

۲۶۰. اعداد فرد را در مثلث مقابل چیده‌ایم. اولین عدد سطری که مجموع اعدادش ۱۰۰۰۰۰۰ است؟

- ۹۹ (۱)      ۹۹۰۰۰۱ (۲)      ۹۹۰۰۱ (۳)      ۹۹۰۰۰۱ (۴)



۲۶۱. رقم یکان عدد  $4^{2003}$  چیست؟

- ۲ (۱)      ۸ (۲)      ۶ (۳)      ۴ (۴)

۲۶۲. رقم یکان عدد  $2^{2004} - 2$  برابر است با:

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۲۶۳. کوچک‌ترین عدد سه رقمی که بر ۸ و ۱۲ و ۳۰ بخش پذیر است، کدام است؟

- ۱۰۸ (۱)      ۲۴۰ (۲)      ۱۲۰ (۳)      ۳۶۰ (۴)

۲۶۴. اگر عدد  $3 \times 4 \times 12^2$  به صورت  $n^3$  نوشته شود و  $n$  عددی طبیعی باشد، مقدار  $n$  چیست؟

- ۱۲ (۱)      ۲۴ (۲)      ۳۶ (۳)      ۴۸ (۴)

۲۶۵. رقم یکان عدد  $3^6 - 2^6$  برابر است با:

- ۷ (۱)      ۵ (۲)      ۳ (۳)      ۲ (۴)

۲۶۶. چند عدد طبیعی مثل  $n$  وجود دارد به طوری که  $n^2$  بین ۱۰۱ و ۳۰۰ باشد؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۲۶۷. در حاصل ضرب  $n \times 13 \times 21 \times 75 \times 34 \times 16$  کوچک‌ترین مقدار  $n$  چند باشد تا حاصل ضرب به ۶ تا صفر ختم شود؟

- ۱۲۵ (۱)      ۶۲۵ (۲)      ۱۲۵۰ (۳)      ۱۰۰۰۰ (۴)

۲۶۸. اگر  $3^{y+2} \times 4^{2x-1} = 96$  باشد، آن‌گاه حاصل عبارت  $\frac{4}{9}(x+y)$  کدام است؟

- $\frac{10}{9}$  (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{9}{10}$  (۳)       $\frac{2}{9}$  (۴)

۲۶۹. حاصل عبارت  $\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 30^3}$  برابر است با:

- ۴۶۵ (۱)      ۴۶۵ (۲)      ۴۵۵ (۳)      ۴۵۵ (۴)

۲۷۰. مهندسی مساحت زمینی مربع شکل را بر کاغذی نوشت، اما روی دو رقم آن مقداری جوهر ریخت اگر مساحت زمین  $5 * 497$  متر باشد، اندازه‌ی ضلع این زمین چند متر است؟

- ۷۰۵ متر (۱)      ۷۱۵ متر (۲)      ۷۰۱ متر (۳)      ۲۳۵ متر (۴)

۲۷۱. اگر  $3^{2x-1} = 12$  باشد، مقدار  $3^{x-1}$  کدام است؟

- ۲ (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)      ۴ (۳)       $\frac{1}{64}$  (۴)

۲۷۲. کدام یک از اعداد زیر اول است؟

- ۱)  $3^{15} + 3^{17} + 2$  (۱)      ۲) ۱۰۰۱ (۲)      ۳) ۲۳۳ (۳)      ۴) ۱۱۹ (۴)

۲۷۳. اگر  $0 < a < 1$  باشد، کدام یک بزرگترین است؟

- ۱)  $a^3$  (۱)      ۲)  $a^6$  (۲)      ۳)  $a^4$  (۳)      ۴)  $a^{100}$  (۴)

۲۷۴. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟  $\frac{4^{n+1}}{36^n} \times 3^{2n+1}$

- ۱) ۳ (۱)      ۲) ۴ (۲)      ۳) ۶ (۳)      ۴) ۱۲ (۴)

۲۷۵. اگر  $a < -1$  و  $n \in \mathbb{N}$  باشد، آن‌گاه می‌توان گفت:

- ۱)  $a^{2n} > a^{2n-1}$  (۱)      ۲)  $a^{2n} < a^{2n-1}$  (۲)      ۳)  $a^{2n} = a^{2n-1}$  (۳)      ۴)  $a^{2n} < 3a^{2n-1}$  (۴)

۲۷۶. اگر  $5^x = 2$  و  $a = 0$  باشد مقدار عبارت  $25^{2a} \times 125^{2x-1}$  برابر است با:

- ۱)  $\frac{16}{25}$  (۱)      ۲)  $\frac{9}{25}$  (۲)      ۳)  $\frac{12}{125}$  (۳)      ۴)  $\frac{9}{125}$  (۴)

۲۷۷. عدد  $125^8 \times 42^5 \times 18^{11}$  بر چند عدد اول بخش‌پذیر است؟

- ۱) ۲ عدد (۱)      ۲) ۳ عدد (۲)      ۳) ۴ عدد (۳)      ۴) ۵ عدد (۴)

۲۷۸. در عبارت  $5^{y+3} = 3^{2x-y+1}$  مقادیر  $x$  و  $y$  برابر است با:

- ۱)  $x = 3, y = 2$  (۱)      ۲)  $x = -3, y = -2$  (۲)      ۳)  $x = 2, y = 3$  (۳)      ۴)  $x = -2, y = -3$  (۴)

۲۷۹. حاصل عبارت  $3^{100} + 3^{100} + 3^1 + 3^1 + 3^2 + 3^2 + \dots + 3^{100} + 3^{100}$  به صورت یک عدد توان‌دار برابر است با:

- ۱)  $3^{101}$  (۱)      ۲)  $3^{102}$  (۲)      ۳)  $3^{100}$  (۳)      ۴)  $(3^{100})^2$  (۴)

۲۸۰. اگر  $e = 3^{315}$ ,  $d = 2^{431}$ ,  $c = 3^{431}$ ,  $b = 2^{43}$  و  $a = 31^{42}$  باشد، آنگاه کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- ۱)  $a$  (۱)      ۲)  $b$  (۲)      ۳)  $c$  (۳)      ۴)  $e$  (۴)

۲۸۱. باقی‌مانده و خارج قسمت تقسیم  $5^{1395} + 5^{1394} + 5^{1393} + 5^{1392}$  بر ۷۸۰ به ترتیب عبارتند از:

- ۱) صفر و  $5^{1392}$  (۱)      ۲) صفر و  $5^{1391}$  (۲)      ۳) ۵ و  $5^{1391}$  (۳)      ۴) ۵ و  $5^{1392}$  (۴)

۲۸۲. کدام یک از اعداد زیر اول هستند؟

- ۱) ۹۱ (۱)      ۲)  $3^5$  (۲)      ۳)  $(\sqrt{16})^{\frac{1}{2}}$  (۳)      ۴) ک.م.م (۷ و ۵) (۴)

۲۸۳. اگر  $2^x = 6^y$  باشد، حاصل  $2^{x-y}$  کدام است؟

- ۱)  $6^0$  (۱)      ۲)  $3^y$  (۲)      ۳)  $6^y - 2^y$  (۳)      ۴)  $6^y \times 2^y$  (۴)

۲۸۴. اگر  $3^{x-y+5} = 3^{x-4}$  باشد، مقدار  $y$  کدام است؟

- ۱) ۱ (۱)      ۲) ۴ (۲)      ۳) ۹ (۳)      ۴) قابل حل نیست (۴)

۲۸۵. مجموعه‌ی  $\{2^{11} + 2, 2^{11} + 4, 2^{11} + 6, \dots, 2^{12}\}$  چند عضو دارد؟

- ۱)  $2^{12}$  (۱)      ۲)  $2^9$  (۲)      ۳)  $2^{10}$  (۳)      ۴)  $2^{11}$  (۴)



۲۸۶. حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{50} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{50}$$

۸<sup>۵۰</sup> (۴)

۸<sup>۲۵</sup> (۳)

۴<sup>۵۰</sup> (۲)

۴<sup>۲۵</sup> (۱)

۲۸۷. کدامیک از اعداد مقابل از بقیه اعداد بزرگتر است؟

۲۰<sup>۲۳</sup> (۴)

۳<sup>۲۳۱</sup> (۳)

۳<sup>۴۰۱</sup> (۲)

۴<sup>۳۰۰</sup> (۱)

۲۸۸. اگر  $\frac{1}{y}x = 2$  و  $3y = 3$  باشد، مقدار عددی عبارت  $4xy\sqrt{x} - 3y\sqrt{x} - 2x\sqrt{y}$  چند است؟

+۱۷ (۴)

-۱ (۳)

+۵ (۲)

-۱۵ (۱)

۲۸۹. اگر  $2^z = 1$  باشد، مقدار  $2^{3z-1}$  کدام یک از اعداد زیر است؟

۵۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۰۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۲۹۰. اگر  $3^{2x+1} + 3^x = 324$  باشد، مقدار عددی عبارت جبری  $-5x$  کدام است؟

-۲۰ (۴)

۱۷ (۳)

-۸۵ (۲)

۴ (۱)

۲۹۱. کدام گزینه مجذور کامل نیست؟

$2^{36} + 2^{19} + 1$  (۴)

$2^{90} + 2^{46} + 1$  (۳)

$4^5 + 4^5$  (۲)

$2 \times 18^5$  (۱)

۲۹۲. حاصل عبارت  $\frac{2 \times 4 \times 8 + 444 \times 888 \times 1776 + 888 \times 1776 \times 3552}{8 + 222 \times 444 \times 888 + 444 \times 888 \times 1776}$  برابر است با:

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۲۹۳. کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

$2^{222}$  (۴)

$222^{22}$  (۳)

$2222^2$  (۲)

۲۲۲۲۲ (۱)

۲۹۴. حاصل عبارت  $[(-7)^{\frac{-1}{4}}]^{-4}$  کدام گزینه است؟

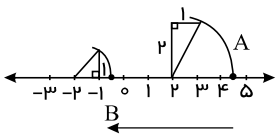
+۴۹ (۴)

-۴۹ (۳)

+۷ (۲)

-۷ (۱)

۲۹۵. در شکل زیر عدد متناظر با بردار  $\overline{AB}$  کدام است؟



$-4 - \sqrt{5} + \sqrt{2}$  (۲)

$-5 + \sqrt{2} - \sqrt{5}$  (۱)

$-4 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$  (۴)

$-5 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$  (۳)

۲۹۶. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

$$-(-3)^{400} > -3^{-400}$$

اگر  $x < y < 0$  باشند، آنگاه  $\sqrt[3]{x^3} + \sqrt{y^2}$  برابر  $x - y$  است.

اگر  $x < y$  باشد، آنگاه  $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$  است.

اگر  $x^2 > y^2$  باشد، آنگاه  $x < y$  است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۲۹۷. اگر  $a^2c = 35$ ،  $ab^2 = 25$  و  $bc^2 = 49$  باشد، حاصل عبارت  $abc$  برابر است با: ( $a, b, c > 0$ )

۷۰ (۴)

۷ (۳)

۳۵ (۲)

۵ (۱)

۲۹۸. حاصل عبارت روبه‌رو برابر است با:

$$\sqrt[6]{6+2\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{\sqrt{5}-1}$$

۱ (۴)

$\sqrt[6]{2}$  (۳)

$\sqrt[3]{4}$  (۲)

$\sqrt[3]{2}$  (۱)

۲۹۹. کدام گزینه امکان دارد که جذر کامل داشته باشد؟

$xyz7$  (۴)

$xyz4$  (۳)

$xyz3$  (۲)

$xyz2$  (۱)

۳۰۰. اگر  $11^y = 7$  و  $3^{xy+2}$  برابر با کدام گزینه است؟

۷۷ (۴)

۴۹ (۳)

۶۳ (۲)

۱۲۱ (۱)

۳۰۱. اگر  $n^b = b$  باشد حاصل  $n^{5n} \times n^{n+1}$  برابر است با:

$b^{6b}$  (۴)

$b^{5b}$  (۳)

$b^6$  (۲)

$b^{5+b}$  (۱)

۳۰۲. در معادلهٔ روبه‌رو مقدار  $x$  برابر با کدام گزینه است؟

$$5^{\frac{x}{3}-1} = 7^{5x-15}$$

۳ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

چنین  $x$  وجود ندارد. (۱)

۳۰۳. کدام رابطه بین سه عدد  $5^{2222}$ ،  $3^{3333}$  و  $2^{5555}$  درست است؟

$3^{3333} < 5^{2222} < 2^{5555}$  (۴)

$2^{5555} < 5^{2222} < 3^{3333}$  (۳)

$5^{2222} < 3^{3333} < 2^{5555}$  (۲)

$2^{5555} < 3^{3333} < 5^{2222}$  (۱)

۳۰۴. عدد  $3^{\frac{1}{16}}$  برابر با کدام گزینه است؟

$\sqrt[3]{3}$  (۴)

$\sqrt[3]{16^3}$  (۳)

$\sqrt[9]{8^3}$  (۲)

$\sqrt[3]{3^{16}}$  (۱)

۳۰۵. در عبارت مقابل مقدار  $x$  را بیابید.

$$\sqrt{\sqrt{25x + 5\sqrt{13 + 3\sqrt{2^3 + 3^2 - 1}}} = 10}$$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۳۰۶. جذر یک عدد ۱۲ رقمی، ..... رقم صحیح و جذر یک عدد ۱۹ رقمی ..... رقم صحیح دارد.

۱۰ - ۶ (۴)

۸ - ۶ (۳)

۱۹ - ۱۲ (۲)

۹ - ۶ (۱)

۳۰۷. حاصل  $\sqrt{21 + 4\sqrt{21 + 4\sqrt{21 + 4\sqrt{21 + \dots}}}}$  برابر است با:

۳ (۴)

۷ (۳)

-۳ (۲)

۵ (۱)

۳۰۸. اگر  $2^n = 100$  باشد، حاصل  $\frac{\sqrt{16^n}}{2^{-n+3}}$  به صورت نماد علمی، کدام است؟

$8 \times 10^{-3}$  (۴)

$1,25 \times 10^{-3}$  (۳)

$1,25 \times 10^5$  (۲)

$8 \times 10^5$  (۱)

۳۰۹. مقدار عبارت « $(-5)^{-2}$ » با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر است؟

$-(-5^{-2})$  (۴)

$-(-5^2)^{-1}$  (۳)

$-(-5^{-1})^2$  (۲)

$-(-5)^2$  (۱)

۳۱۰. چند تا از عددهای زیر به صورت نماد علمی نوشته شده است؟

•  $\sqrt{7} \times 10^{-20}$

•  $5,3 \times 2^{10}$

•  $(\frac{1}{2})^{-1} \times 10^{15}$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳۱۱. سلولی در هر ۲۰ دقیقه یک تکثیر انجام می‌دهد؛ یعنی به دو سلول جدید تبدیل می‌شود و این اتفاق برای سلول‌های جدید نیز بعد از ۲۰ دقیقه رخ می‌دهد. اگر با دو سلول شروع کنیم، بعد ۵ ساعت تعداد سلول‌ها کدام گزینه است؟

۲<sup>۲۵</sup> (۴)

۲<sup>۱۶</sup> (۳)

۲<sup>۱۵</sup> (۲)

۲<sup>۱۴</sup> (۱)

۳۱۲. خارج قسمت تقسیم عدد  $6^{100} + 6^3 + \dots + 6^2 + 6 + 6$  بر ۷ کدام است؟

(۴) این عدد بر ۷ بخش پذیر نیست.

(۱)  $6 + 6^3 + 6^5 + \dots + 6^{99}$

(۲)  $6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{98}$

(۳)  $6^{99} - 1$

۳۱۳. کمترین مقدار طبیعی  $n$  چقدر باشد تا نامساوی  $10 \frac{1}{11} \times 10 \frac{2}{11} \times 10 \frac{3}{11} \times \dots \times 10 \frac{n}{11} > 100000$  برقرار باشد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۳۱۴.  $A$  کوچکترین عددی است که نصف آن مربع کامل و ثلث آن مکعب کامل است. مجموع ارقام عدد  $A$  چقدر است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۱۵. کوچکترین مجذور کامل ۷ رقمی را  $a^2$  می‌نامیم و بزرگترین عدد مکعب کامل ۶ رقمی را  $b^3$  می‌نامیم، مجموع ارقام عدد  $a + b$  چند است؟

۱۷ (۴)

۱۸ (۳)

۱۹ (۲)

۱ (۱)

۳۱۶. حاصل عبارت  $\frac{625^3 \times 48^4 \times 1,25}{0,00016 \times (0,005)^2}$  را به شکل نماد علمی می‌نویسیم. توان عدد  $10$  در آن عدد چیست؟

۲۳ (۴)

۲۲ (۳)

۲۱ (۲)

۱۹ (۱)

۳۱۷. بزرگترین عدد طبیعی که مقسوم‌علیه همه اعداد زیر باشد، کدام است؟

$2^5 - 2, 3^5 - 3, \dots, n^5 - n$

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۱۸. عبارت  $N = 8 \times 10^8 \times x^{-\frac{3}{2}}$  تعداد افرادی را مشخص می‌کند که درآمد آن‌ها از  $x$  تومان بیش‌تر است در گروهی که شامل ۸۰۰ نفر از ثروتمندترین افراد است، کمترین درآمد چند تومان است؟

$10^8$  (۴)

$10^6$  (۳)

$10^4$  (۲)

$10^2$  (۱)

۳۱۹. عدد  $2^{48} - 1$  بر دو عدد ۲ رقمی بخش‌پذیر است. این دو عدد عبارتند از:

۶۳ و ۶۵ (۴)

۶۵ و ۶۳ (۳)

۶۵ و ۶۱ (۲)

۶۵ و ۶۷ (۱)

۳۲۰.  $a, b, c, d$  چهار عدد طبیعی هستند و  $2^{3a} = b, 3^{2c} = d$  حاصل  $\sqrt[a]{b} + \sqrt[c]{d}$  کدام است؟

۲۳ (۴)

۱۷ (۳)

۱۳ (۲)

۵ (۱)

۳۲۱. اگر داشته باشیم  $(a-b)^2 + (b-c)^2 = 0$  حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{abc}}{\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}}$  برابر است با:  $(a > 0)$

- ۱)  $\frac{1}{6}$       ۲)  $-\frac{1}{6}$       ۳)  $\frac{1}{3}$       ۴)  $-\frac{1}{3}$

۳۲۲. اگر  $A = 3\sqrt{8} + \sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{18}$  و  $B = \sqrt{2}(\sqrt{6} + 3)$  باشد، مقدار  $\frac{B}{A}$  کدام است؟

- ۱)  $\sqrt{2}$       ۲)  $\sqrt{6} + 3$       ۳)  $\sqrt{2} + 1$       ۴) ۱

۳۲۳. اگر  $x > 1$  باشد، حاصل  $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}}$  به ساده‌ترین شکل کدام است؟

- ۱)  $1 + \sqrt{x-1}$       ۲)  $1 - \sqrt{x-1}$       ۳)  $1 + \sqrt{x+1}$       ۴)  $1 - \sqrt{x+1}$

۳۲۴. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{7 - \sqrt{24}}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{7 + \sqrt{24}}}$  چقدر است؟

- ۱)  $\sqrt{2}$       ۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ۳)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       ۴)  $\sqrt{3}$

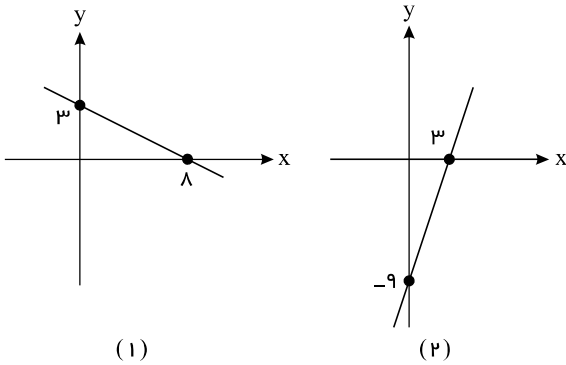
۳۲۵. اگر  $x$  و  $y$  اعداد طبیعی باشند، با افزایش مقادیر  $x$  و  $y$ ، مقادیر  $A$  و  $B$  چه تغییری می‌کند؟

$$A = \frac{1}{1 + x^{-1}}$$

$$B = (2 + x)^{-2}$$

- ۱) کاهش - افزایش      ۲) کاهش - کاهش      ۳) افزایش - کاهش      ۴) افزایش - افزایش

۳۲۶. نمودار معادله خط  $y = a^{-1}x - b^{-2}$  به یکی از دو صورت روبرو است. با انتخاب نمودار مناسب حاصل  $(ab^2)^{-1}$  کدام است؟



- ۱) ۱۶      ۲)  $\frac{1}{9}$       ۳)  $\frac{1}{8}$       ۴) ۲۷

۳۲۷. اگر  $A = (x^{2x})^{x^x}$  باشد،  $A^x$  برابر است با:

- ۱)  $x^{2x^2x}$       ۲)  $x^{2x^2}$       ۳)  $x^{2x^{2x+1}}$       ۴)  $x^{2x^{2x}}$

۳۲۸. اگر  $3^x = 12$  باشد، مقدار  $\frac{2^{x+1} + 2^{x+2}}{6^x}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$       ۲)  $\frac{13}{2}$       ۳) ۲      ۴)  $\frac{8}{6}$

۳۲۹. اگر  $-40 < a < -1$  باشد، کدام عدد از همه بزرگ‌تر است؟ ( $n$  عدد طبیعی زوج و  $a$  عدد صحیح است.)

- ۱)  $a^n$       ۲)  $-a$       ۳)  $a^{n+2}$       ۴)  $a^{n-1}$



۳۳۰. در معادله  $5^{2x} \times 2^{2x+3} = 0,008$  مقدار  $x$  برابر است با:

- ۱)  $-\frac{3}{2}$       ۲)  $-\frac{2}{3}$       ۳)  $-\frac{9}{2}$       ۴)  $\frac{9}{2}$

۳۳۱. اگر  $8^{x+2} = 10$  باشد، مقدار  $\sqrt[3]{4^{3x+6} + 2^{3x+7} + 2^{(x+2-10)}}$  کدام است؟

- ۱) ۳۶۱      ۲) ۱۱      ۳) ۱۹      ۴) ۱۲۱

۳۳۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$5\sqrt[4]{a^3} + 2\sqrt[4]{a^6} + \frac{\sqrt[4]{a^8 \times a^4}}{2} + \frac{\sqrt[4]{(196)^2 a^3}}{14} = ?$$

- ۱)  $\frac{15}{2}\sqrt[4]{a^3}$       ۲)  $\frac{17}{2}\sqrt[4]{a^3}$       ۳)  $17\sqrt[4]{a^3}$       ۴)  $\frac{15}{2}\sqrt[4]{a^6}$

۳۳۳. اگر  $(\sqrt[2]{2}\sqrt[2]{2})^a$  برابر ۲ باشد، حاصل  $a - 3$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲)  $2\sqrt{2} - 3$       ۳) ۳      ۴)  $\sqrt{2} - 3$

۳۳۴. حاصل  $a^b$ ،  $(a, b \neq 0)$  را پس از دو برابر کردن  $a$  و  $b$  با  $r$  نشان می‌دهیم. اگر  $r$  برابر حاصل ضرب  $a^b$  باشد،  $x$  برابر است با:

- ۱)  $a$       ۲)  $2a$       ۳)  $4a$       ۴)  $6a$

۳۳۵. عبارت  $x\sqrt{-x}$  با کدام برابر است؟

- ۱)  $-\sqrt{-x^3}$       ۲)  $\sqrt{-x^3}$       ۳)  $-\sqrt{x^3}$       ۴)  $|x|\sqrt{-x}$

۳۳۶. بزرگ‌ترین، عددهای زیر کدام است؟ « $n$  عدد طبیعی است»

- ۱)  $0,99 \times 10^{-n} + 1$       ۲)  $0,9 \times 10^{-n}$       ۳)  $9 \times 10^{-n+1}$       ۴)  $99 \times 10^{-n}$

۳۳۷. حاصل  $m^{-1}\sqrt{\frac{a}{m\sqrt{a}}}$  کدام است؟

- ۱)  $a$       ۲)  $\frac{1}{a}$       ۳)  $\sqrt[3]{a}$       ۴)  $\frac{1}{m\sqrt{a}}$

۳۳۸. به‌ازای چند  $n$  از اعضای  $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ،  $n^n$  مربع کامل است؟

- ۱) ۱۰۰      ۲) ۵۵      ۳) ۵۴      ۴) ۵۰

۳۳۹. اگر  $A = \{\sqrt[3]{x} | x \in \mathbb{N}, \sqrt{x} \notin \mathbb{N}\}$ ، کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر صحیح است؟

- ۱)  $\{2, 4\} \subseteq A$       ۲)  $2\sqrt[3]{2} \in A$       ۳)  $3 \in A$       ۴)  $5 \notin A$

۳۴۰. ضخامت یک برگ از کتابی  $10^{-3} \times 19$  و تعداد صفحات آن ۱۵۲ صفحه است. اگر در هفته کتاب‌خوانی ۲۰۰۰ جلد از این کتاب را

بین دانش‌آموزان یک شهر توزیع کرده باشند و هر دانش‌آموز موظف باشد کتاب خود را به ۵ نفر از دوستانش برای مطالعه امانت بدهد. اگر

هدف، محاسبه مجموع ضخامت تمامی صفحات مطالعه شده توسط تمامی افراد باشد، نماد علمی آن در این طرح کتاب‌خوانی کدام گزینه است؟

- ۱)  $1,44 \times 10^5$       ۲)  $14,44 \times 10^4$       ۳)  $1,444 \times 10^4$       ۴)  $0,144 \times 10^5$

۳۴۱. مقدار  $x$  از معادله زیر کدام است؟

$$\frac{2^{-2x+2} + 4^{1-x} \times 2 + 4^{2-x} \times 2}{8^{x+1} + 2^{3x} + 2^{3x+1}} = 2$$

- ۱)  $-\frac{1}{5}$       ۲)  $\frac{3}{15}$       ۳)  $\frac{1}{2}$       ۴) صفر

۳۴۲. حاصل عبارت زیر کدام است؟  $(n \in \mathbb{N})$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^{-n} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)^{n+1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2n}$$

$\frac{1}{12}$  (۴)

$\frac{-1}{12}$  (۳)

$\left(\frac{1}{12}\right)^{-n}$  (۲)

$\left(\frac{-1}{12}\right)^n$  (۱)

۳۴۳. اگر  $\frac{25 \times 3^{-y}}{36} = \frac{5^3 \times 3^2 \times 4^x}{2^8 \times 15}$  باشد، حاصل  $3y \times x$  کدام است؟

-۲۷ (۴)

۳۶ (۳)

-۱۸ (۲)

۹ (۱)

۳۴۴. دو دسته عدد داریم که می‌خواهیم بر اساس توان ۱۰ در نمایش نماد علمی‌شان از کوچک به بزرگ مرتب کنیم. مجموع توان ۱۰ اولین عدد در دسته اول و آخرین عدد در دسته دوم بعد از مرتب کردنشان چه عددی می‌شود؟

دسته اول:  $2^{+4}, 0, 125, -5^3$

دسته دوم:  $0, 0, 8334, 3^6, 100239$

۰ (۴)

-۵ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

۳۴۵. اگر  $A = \frac{2^{2k} - 2^{2k-2}}{-4^{2k} - (-4)^{2k+1}}$  باشد، قرینه  $A$  برابر با کدام است؟

$\frac{1}{2^{-k+1}}$  (۴)

$2^{k+2}$  (۳)

$2^{-2k-2}$  (۲)

$\frac{1}{2^{k+1}}$  (۱)

۳۴۶. اگر  $x = \sqrt[3]{(-4)^{-2}} + \sqrt{2^{-4}}$ ، آن‌گاه حاصل  $\frac{x}{1 + \sqrt[3]{4}}$  برابر است با:

$\frac{1}{4}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{1 + 2\sqrt[3]{4}}{4(1 + \sqrt[3]{4})}$  (۲)

$\frac{1 + \sqrt[3]{2}}{4(1 + \sqrt[3]{4})}$  (۱)



۱. نماد علمی عدد  $۳۰۰۳۰۰$  کدام است؟

۴  $۰,۳۰۰۳ \times 10^6$

۳  $۳,۰۰۳ \times 10^5$

۲  $۳۰,۰۳ \times 10^4$

۱  $۳۰۰,۳ \times 10^3$

پاسخ: گزینه ۳

$$۳۰۰۳۰۰ = ۳,۰۰۳ \times 10^5$$

۲. حاصل عبارت  $\frac{۳^۵ \times (۴^۶ + ۴^۶ + ۴^۶)}{۴^۶}$  برابر است با:

۴  $۲^۷$

۳  $۲^۶$

۲  $۳^۶$

۱  $۳^۵$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{۳^۵ \times ۳ \times ۴^۶}{۴^۶} = \frac{\cancel{۳^۵} \times ۳ \times \cancel{۴^۶}}{\cancel{۴^۶}} = ۳^۶$$

۳. در بین گزینه‌های زیر، کوچک‌ترین عددی که به صورت نماد علمی نوشته شده، کدام است؟

۴  $۰,۰۵ \times 10^{-2}$

۳  $۱,۵ \times 10^{-2}$

۲  $۵۳,۵ \times 10^{-2}$

۱  $۳,۷ \times 10^{-2}$

پاسخ: گزینه ۳. گزینه‌های ۲ و ۴ به صورت نماد علمی نوشته نشده‌اند، پس کافی است اعداد گزینه‌های ۱ و ۳ را با هم مقایسه کنیم:

$$۳,۷ \times 10^{-2} > ۱,۵ \times 10^{-2}$$

پس گزینه ۳ پاسخ این سؤال است.

۴. نماد علمی عبارت  $۲,۵ \times 10^{12} \times ۵,۶ \times 10^{-7}$ ، کدام گزینه است؟

۴  $۱,۴ \times 10^6$

۳  $۱,۴ \times 10^{-5}$

۲  $۱,۴ \times 10^4$

۱  $۱,۴ \times 10^5$

گزینه ۴ پاسخ:

$$۵,۶ \times 10^{-7} \times ۲,۵ \times 10^{12} = ۵,۶ \times ۲,۵ \times 10^5 = ۱۴ \times 10^5 = ۱,۴ \times 10^6$$

۵. حاصل  $x^{۳۲}$  برابر است با:

۴  $(x^۳)^۲$

۳  $x^۸$

۲  $x^۹$

۱  $x^۶$

پاسخ: گزینه ۲. در این جا چون خبری از پرانتز نیست ابتدا توان به توان می‌رسد سپس پایه به پایه می‌توان می‌رسد.

$$x^{۳۲} = x^{۳ \times ۳} = x^۹$$

۶. حاصل عبارت  $\frac{۵۵^۴ \times ۱۱^{-۴} \times ۳^۴}{۵^۵ \times ۹}$  کدام است؟

۴  $\frac{۱۱}{۵}$

۳  $\frac{۹}{۵}$

۲  $\frac{۳}{۵}$

۱  $\frac{۵۵}{۹}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{۵^۴ \times ۱۱^۴ \times ۱۱^{-۴} \times ۳^۴}{۵^۵ \times ۳^۲} = \frac{۳^۲}{۵} = \frac{۹}{۵}$$

۷. حاصل عبارت  $\frac{۳ \times ۵ \times 10^{-۵}}{10^۳ \times 10^۶}$  برابر کدام گزینه است؟

۴  $۱۵ \times 10^{-۵}$

۳  $۱,۵ \times 10^{-1۴}$

۲  $۱۵ \times 10^{-۴}$

۱  $۱,۵ \times 10^{-1۳}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{۳ \times ۵ \times 10^{-۵}}{10^۳ \times 10^۶} = \frac{۱۵ \times 10^{-۵}}{10^۹} = ۱۵ \times 10^{-۵-۹} = ۱۵ \times 10^{-1۴}$$

$$۱۵ \times 10^{-1۴} = ۱,۵ \times 10^{-1۳}$$

حال عدد به دست آمده را به صورت نماد علمی نمایش می‌دهیم:

۸. نماد علمی  $14,546 \times 10^{-8}$  کدام است؟

- ۱  $0,14546 \times 10^6$     
  ۲  $1,4546 \times 10^{-7}$     
  ۳  $14546 \times 10^{-6}$     
  ۴  $1,4546 \times 10^{-9}$

پاسخ: گزینه ۲

۹. اگر  $a = x^{\frac{1}{x-1}}$  و  $b = x^{\frac{1}{x-1}}$  ( $x \neq 1, x > 0$ ) باشد، چه رابطه‌ای بین  $a$  و  $b$  برقرار است؟

- ۱  $a^x = b$     
  ۲  $a^b = b^x$     
  ۳  $b^a = a^x$     
  ۴  $a^b = b^a$

پاسخ: گزینه ۴  $a$  و  $b$  با هم برابرند؛ پس:  $a^b = b^a$ .

۱۰. نمایش علمی عدد  $\frac{3,6 \times 10^{-4} \times 0,000028}{0,00063 \times 10^{-3}}$  کدام است؟

- ۱  $1,6 \times 10^{-3}$     
  ۲  $0,16 \times 10^{-2}$     
  ۳  $1,6 \times 10^{-2}$     
  ۴  $4,8 \times 10^{-2}$

پاسخ: گزینه ۳ برای راحت‌تر شدن محاسبات اعداد را به صورت نماد علمی می‌نویسیم:

$$\frac{3,6 \times 10^{-4} \times 0,000028}{0,00063 \times 10^{-3}} = \frac{3,6 \times \cancel{10^{-4}} \times 2,8 \times 10^{-5}}{6,3 \times \cancel{10^{-4}} \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{\cancel{3,6}^4 \times \cancel{2,8}^{0,4} \times \cancel{10^{-5}}}{\cancel{6,3}^4 \times \cancel{10^{-3}}} = 1,6 \times 10^{-2}$$

۱۱. حاصل  $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^{3^2} \times (5^{2^3})^2 =$  برابر کدام گزینه است؟

- ۱  $5^{3^4}$     
  ۲  $5^{2^4}$     
  ۳  $5^{3^0}$     
  ۴  $5^{2^8}$

پاسخ: گزینه ۱ حاصل را باید به صورت عددی توان‌دار با پایه ۵ و به ساده‌ترین صورت بنویسیم:

$$\left[\frac{1^{-2}}{5^{-2}}\right]^{3^2} \times (5^{2^3})^2 = (25)^9 \times (5^8)^2 =$$

$$(5^2)^9 \times (5^8)^2 = 5^{18} \times 5^{16} = 5^{(18+16)} = 5^{34}$$

۱۲. حاصل عبارت روبه‌رو به صورت نماد علمی کدام گزینه است؟

- ۱  $1,19 \times 10^4$     
  ۲  $11,9 \times 10^5$     
  ۳  $1,19 \times 10^5$     
  ۴  $450000 + 0,074 \times 10^7$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا حاصل را به ساده‌ترین صورت می‌نویسیم و بعد حاصل را به صورت نماد علمی می‌نویسیم:

$$450000 + 740000 = 119 \times 10^4 = 1,19 \times 10^6$$

۱۳. حاصل عبارت  $(4^5 \times 2) + (4^5 \times 2)$  به صورت یک عدد توان‌دار کدام است؟

- ۱  $4^5$     
  ۲  $4^6$     
  ۳  $4^{11}$     
  ۴  $4^7$

پاسخ: گزینه ۲

$$2 \times 4^5 + 2 \times 4^5 = 4^1 \times 4^5 = 4^6$$

۱۴. در کدام گزینه مخرج کسر  $\frac{5}{\sqrt[3]{25}}$  گویا شده است؟

- ۱  $\sqrt{5}$     
  ۲  $5$     
  ۳  $\frac{1}{\sqrt{5}}$     
  ۴  $\sqrt[3]{5}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{5}{\sqrt[3]{25}} = \frac{5}{\sqrt[3]{25}} \times \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{5 \times \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{25 \times 5}} = \frac{5 \times \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^3}} = \sqrt[3]{5}$$

۱۵. اگر  $0 < a < 1$  باشد؛ کدام گزینه  $a^{19}$  و  $a^{17}$ ،  $a^{11}$  را به درستی مقایسه کرده است؟

بستگی به مقدار دقیق  $a$  دارد. (۴)

$a^{17} < a^{11} < a^{19}$  (۳)

$a^{19} < a^{17} < a^{11}$  (۲)

$a^{11} < a^{17} < a^{19}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اعداد بین صفر و یک هرچه به یک بزرگتر برسند کوچکتر می‌شوند.

طبق نکته بالا متوجه می‌شویم که:

$$a^{19} < a^{17} < a^{11}$$

۱۶. حاصل عبارت مقابل به صورت عدد توان دار برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{15^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3}{(0.6)^7 \times 5^6 \times 3^6}$$

$\left(\frac{1}{3}\right)^8$  (۴)

$3^8$  (۳)

$\left(\frac{1}{3}\right)^4$  (۲)

$3^4$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا اعداد را به صورت توان دار می‌نویسیم و سپس ساده می‌کنیم:

$$\frac{15^{(2 \times 2)} \times \left(\frac{3}{5}\right)^3}{\left(\frac{6}{10}\right)^7 \times 5^6 \times 3^6} = \frac{3^2 \times 5^2 \times 3^3 \times 5^2}{3^7 \times 5^6 \times 3^6 \times 5^3} = \frac{3^5 \times 5^4}{5^9 \times 3^{13}} = \frac{1}{3^8}$$

۱۷. اگر  $x < 0$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2}$  کدام است؟

$-x + 1$  (۴)

$-x - 1$  (۳)

$x - 1$  (۲)

$x + 1$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2} = \sqrt{x^2 + 1} + |2x| \quad \underline{x < 0}$$

$$= \sqrt{x^2 + 1 - 2x} = \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x - 1)^2} = |x - 1|$$

$$\underline{x - 1 < 0} \quad -(x - 1) = -x + 1$$

۱۸.  $\frac{4^3}{2^2}$  برابر است با:

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{4^3}{2^2} = \frac{(2^2)^3}{2^2} = \frac{2^6}{2^2} = 2^4 = 16$$

۱۹. حاصل عبارت  $\frac{15^{-4} \div 5^{-4}}{3^5}$  به صورت توان دار برابر است با:

$3^{-9}$  (۴)

$3^{-1}$  (۳)

$1^{-9}$  (۲)

$3^1$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{15^{-4} \div 5^{-4}}{3^5} = \frac{\left(\frac{15}{5}\right)^{-4}}{3^5} = \frac{3^{-4}}{3^5} = 3^{-4-5} = 3^{-9}$$



۲۰. حاصل  $\frac{\sqrt{12} \times \sqrt{15}}{\sqrt{20}}$  کدام است؟

۳ (۴)

۹ (۳)

 $2\sqrt{3}$  (۲) $\sqrt{5}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}} = \sqrt{9} = 3$$

۲۱. حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$(2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21})(5^{21} + 5^{21})$$

 $100 \cdot 10$  (۴) $10 \cdot 21$  (۳) $10 \cdot 22$  (۲) $10 \cdot 147$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ از تبدیل جمع به ضرب استفاده می‌کنیم:

$$(2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21})(5^{21} + 5^{21}) = (5 \times 2^{21})(2 \times 5^{21}) = 5^{22} \times 2^{22} = 10 \cdot 22$$

۲۲. حاصل عبارت رو به رو به صورت یک عدد توان‌دار برابر است با:

$$\frac{8^5 \div 2^6}{2^6 \div 8^3}$$

 $2^8$  (۴) $2^{16}$  (۳) $2^6$  (۲) $2^{24}$  (۱)پاسخ: گزینه ۳ توجه کنید که بین اعداد  $\div$  است پس ابتدا به  $\times$  تبدیل می‌کنیم سپس ساده می‌کنیم:

$$\frac{8^5 \div 2^6}{2^6 \div 8^3} = \frac{8^5 \times \frac{1}{2^6}}{2^6 \times \frac{1}{8^3}} = \frac{8^5 \times 8^3}{2^6 \times 2^6} = \frac{8^8}{2^{12}} = 2^8 = 2^{16}$$

۲۳. اگر  $a = b = c > 0$  باشد، حاصل  $\frac{b^2(\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{b^2})}{\sqrt{a^2 b^2 c^2}}$  برابر است با:

۶ (۴)

 $\frac{1}{6}$  (۳)

۳ (۲)

 $\frac{1}{3}$  (۱)پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به فرض سوال ( $a = b = c > 0$ ) رادیکال‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\frac{b^2(\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{b^2})}{\sqrt{a^2 b^2 c^2}} = \frac{b^2(\sqrt{b^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{b^2})}{\sqrt{b^6}} = \frac{3b^2 \times \sqrt{b^2}}{\sqrt{b^6}}$$

۲۴. مربع عبارت  $\sqrt{48} - 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + 5\sqrt{12}$  برابر کدام گزینه است؟

۱۰۸ (۴)

 $9\sqrt{3}$  (۳)

۲۷ (۲)

۲۴۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ عبارت را باید به ساده‌ترین صورت بنویسیم، سپس به توان دو برسانیم.

$$\sqrt{16 \times 3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{9 \times 3} + 5\sqrt{4 \times 3} =$$

$$4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 81 \times 3 = 243$$

۲۵. حاصل عبارت  $? = 0.2 \times 10^{-4} + 0.2 \times 10^{-3} + 0.2 \times 10^{-2}$  به صورت نماد علمی کدام است؟

 $2,22 \times 10^{-5}$  (۴) $22,2 \times 10^{-3}$  (۳) $2,22 \times 10^{-3}$  (۲) $0.2 \times 10^{-9}$  (۱)پاسخ: گزینه ۲ برای ساده شدن محاسبات از  $10^{-4}$  فاکتورگیری می‌کنیم:

$$0.2 \times 10^{-4} + 0.2 \times 10^{-3} + 0.2 \times 10^{-2} = 10^{-4}(0.2 + 2 + 20)$$

$$= 10^{-4}(22.2) = 22,2 \times 10^{-4} \xrightarrow{\text{نماد علمی}} 2,22 \times 10^{-3}$$



۲۶. ثلث عدد  $(-3)^{-17}$  برابر است با:

- ①  $(-3)^{-18}$       ②  $(-3)^{16}$       ③  $-3^{-18}$       ④  $(-3)^{-16}$

پاسخ: گزینه ۳ برای ۳ به دست آوردن ثلث یک عدد، می‌توانیم آن را بر ۳ تقسیم کنیم.

$$\frac{(-3)^{-17}}{3} = \frac{(-3)^{-17}}{(-3)^{17} \times 3} = \frac{-1}{3^{17} \times 3} = \frac{-1}{3^{18}} = -3^{-18}$$

۲۷. حاصل عبارت  $\left[-\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} \times \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2}$  برابر است با:

- ①  $\left(\frac{4}{25}\right)^2$       ②  $\frac{-4^2}{25^2}$       ③  $\left(\frac{25}{4}\right)^2$       ④  $-1$

پاسخ: گزینه ۲

$$\left(-\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^{-1} \times \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)^{-1} \times \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$= -\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 = -\left(\frac{2}{5}\right)^4 = -\left(\frac{4}{25}\right)^2 = \frac{-4^2}{25^2}$$

۲۸. نماد علمی عدد  $A$  برابر است با:  $A = 0,25 \times 10^{-3} \times 0,008 \times 1000$

- ①  $2 \times 10^{-2}$       ②  $2 \times 10^4$       ③  $2 \times 10^2$       ④  $0,2 \times 10^3$

پاسخ: گزینه ۲

$$A = 0,25 \times 10^{-3} \times 0,008 \times 1000 = 25 \times 10^{-2} \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-3} \times 10^3$$

$$\Rightarrow A = 8 \times 25 \times 10^2 = 200 \times 10^2 = 2 \times 10^4$$

۲۹. حاصل عبارت  $\frac{12^3 \times 8}{64 \times 27}$  به صورت یک عدد توان‌دار کدام گزینه است؟

- ①  $6^3$       ②  $2^3$       ③  $\left(\frac{1}{2}\right)^3$       ④  $\left(\frac{1}{6}\right)^3$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{12^3 \times 8}{64 \times 27} = \frac{12^3 \times 2^3}{4^3 \times 3^3} = \frac{24^3}{12^3} = 2^3$$

۳۰. حاصل عبارت  $7 - 7 \left[1 + \frac{1}{4} \times (-2)^4\right]$  برابر است با:

- ①  $-28$       ② صفر      ③  $-133$       ④  $28$

پاسخ: گزینه ۱

$$7 - 7 \left[1 + \frac{1}{4} \times (-2)^4\right] = 7 - 7[1 + 4] = 7 - 7 \times [5] = 7 - 35 = -28$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{16}{1} = \frac{16}{4} = +4$$

۳۱. مقدار عددی عبارت  $\frac{10 - 8 \times 5 - 2(6^2 - 5^2)}{5 - 4(3 - 5)}$  کدام است؟ (روبوکاپ - هفتمین دوره ۱۳۹۱)

- ①  $-4$       ②  $4$       ③  $-88$       ④  $88$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{10 - 40 - 2 \times (36 - 25)}{5 - 4 \times (-2)} = \frac{-30 - 2(11)}{5 + 8} = \frac{-52}{13} = -4$$



۳۲. ریشه‌ی سوم  $\frac{-۸}{۱۲۵}$  برابر است با: (سیستان و بلوچستان - خرداد ۹۵)

- ۱  $-\frac{۲}{۵}$      
  ۲  $\frac{۲}{۵}$      
  ۳  $-\frac{۳}{۵}$      
  ۴  $-\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینه ۱

۳۳. حاصل عبارت  $\frac{۱}{۹} \times ۳^۴ \times (۲۷)^{-۱}$  برابر است با:

- ۱ ۹     
  ۲ ۳     
  ۳  $\frac{۱}{۳}$      
  ۴ ۱

پاسخ: گزینه ۳

$$(۳^۳)^{-۱} \times ۳^۴ \times \frac{۱}{۳^۲} = ۳^{-۳} \times ۳^۴ \times \frac{۱}{۳^۲} = ۳^۱ \times \frac{۱}{۳^۲} = \frac{۱}{۳}$$

۳۴. جذر کدام عدد از خودش بزرگتر است؟

- ۱ -۹     
  ۲ ۰٫۰۱۹     
  ۳ ۱٫۰۵     
  ۴ ۵۹

پاسخ: گزینه ۲ نکته: جذر اعداد بین ۰ و ۱ از خودشان بزرگتر است.

طبق نکته بالا جذر ۰٫۰۱۹ از خودش بزرگتر است.

۳۵. تفاضل مجذور و مکعب عدد ۰٫۴ برابر است با:

- ۱ ۰٫۴     
  ۲ ۰٫۰۴     
  ۳ ۰٫۹۶     
  ۴ ۰٫۰۹۶

پاسخ: گزینه ۴ مجذور یعنی به توان ۲ و مکعب یعنی به توان ۳ به این ترتیب خواهیم داشت:

$$(۰٫۴)^۲ - (۰٫۴)^۳ = \left(\frac{۴}{۱۰}\right)^۲ - \left(\frac{۴}{۱۰}\right)^۳ = \frac{(۲^۲)^۲}{۱۰^۲} - \frac{(۲^۲)^۳}{۱۰^۳} =$$

$$\frac{۲^۴}{۱۰۰} - \frac{۲^۶}{۱۰۰۰} = \frac{۱۶۰}{۱۰۰} - \frac{۶۴}{۱۰۰۰} = \frac{۱۶}{۱۰۰۰} - \frac{۶۴}{۱۰۰۰} = \frac{۹۶}{۱۰۰۰} = ۰٫۰۹۶$$

۳۶. اگر حاصل  $۲٫۷ \times ۱۰^۲ \times ۸٫۱ \times ۱۰^{-۵}$  را به صورت نماد علمی بنویسیم توان عدد ۱۰ کدام است؟

- ۱ -۴     
  ۲ -۳     
  ۳ -۲     
  ۴ -۵

پاسخ: گزینه ۳ باید حاصل را به صورت توانی از ۱۰ و به ساده‌ترین صورت بنویسیم:

$$۲٫۷ \times ۱۰^{-۱} \times ۱۰^۲ \times ۸٫۱ \times ۱۰^{-۵} = (۲٫۷ \times ۸٫۱) \times ۱۰^۱ \times ۱۰^{-۵}$$

$$= (۲۷ \times ۸٫۱) \times ۱۰^{-۴} = ۲۱۸٫۷ \times ۱۰^{-۴} = ۲٫۱۸۷ \times ۱۰^{-۲}$$

توان ۱۰ عدد ۲- است.

۳۷. حاصل کسر  $\frac{۱۲٫۵ \times ۱۰^{-۱۴}}{۲۵ \times ۱۰^{-۱۹}}$  با کدام گزینه برابر است؟

- ۱  $۵ \times ۱۰^{-۳}$      
  ۲  $۵ \times ۱۰^۴$      
  ۳  $۵ \times ۱۰^۶$      
  ۴  $۵ \times ۱۰^۳$

پاسخ: گزینه ۲ باید حاصل را به ساده‌ترین صورت بنویسیم:

$$\frac{۱۲٫۵ \times ۱۰^{-۱۴}}{۲۵ \times ۱۰^{-۱۹}} = \frac{۱۲۵ \times ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{-۱۴}}{۲۵ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۵ \times ۱۰^{-۱۵} \times ۱۰^{۱۹} = ۵ \times ۱۰^۴$$

۳۸. نماد علمی  $۰٫۸۱ \times ۱۰^{-۴} - ۳۷ \times ۱۰^{-۶}$  کدام گزینه است؟

- ۱  $۴٫۴ \times ۱۰^{-۶}$      
  ۲  $۴٫۴ \times ۱۰^{-۳}$      
  ۳  $۴٫۴ \times ۱۰^{-۵}$      
  ۴  $۴٫۴ \times ۱۰^{-۴}$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا برای تفریق اعداد، آن‌ها را با عبارتهای توان‌دار مشابه (بر پایه ۱۰ و با توان مساوی) می‌نویسیم:

$$۰٫۸۱ \times ۱۰^{-۴} - ۳۷ \times ۱۰^{-۶} = ۰٫۸۱ \times ۱۰^{-۴} - ۰٫۳۷ \times ۱۰^{-۴}$$

$$= (۰٫۸۱ - ۰٫۳۷) \times ۱۰^{-۴}$$

$$۰٫۴۴ \times ۱۰^{-۴} = ۴٫۴ \times ۱۰^{-۵}$$





۳۹. اگر  $n$  عددی طبیعی باشد،  $(2^{n+2003} + 2^{n+2003})$  برابر است با:

- ۱  $2^{n+2004}$      
  ۲  $2^{n+4006}$      
  ۳  $2^{2n+4006}$      
  ۴  $2^{2n+2003}$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا حاصل جمع را به صورت حاصل ضرب می نویسیم:

$$2^{n+2003} + 2^{n+2003} = 2 \times 2^{n+2003} = 2^{n+2003+1} = 2^{n+2004}$$

۴۰. حاصل  $5^3 - 5$  کدام است؟

- ۱ ۱۲۰     
  ۲ ۵<sup>۲</sup>     
  ۳ ۵<sup>۳</sup>     
  ۴ ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

$$5^3 - 5 = 125 - 5 = 120$$

۴۱. حاصل  $\frac{10^4}{5^4}$  برابر است با:

- ۱ ۲     
  ۲ ۶۲۵     
  ۳ ۴     
  ۴ ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{10^4}{5^4} = \left(\frac{10}{5}\right)^4 = 2^4 = 16$$

۴۲. یکی از گزینه های زیر پاسخی معادل با هیچ یک از ارقام ۱۹۹۳ ندارد. آن کدام است؟

- ۱  $1 \times \sqrt{9} \times 9 \div 3$      
  ۲  $1 \times 9 - (9 - 3)$      
  ۳  $1 \times 9 \div (\sqrt{9} \times 3)$      
  ۴  $1 + \sqrt{9} - \sqrt{9} \times 3$

پاسخ: گزینه ۴

همه ی گزینه ها به جز ۴ پاسخشان عددی برابر ۱۹۹۳ دارد

گزینه ی (۱)  $\rightarrow \sqrt{9} \times 9 \div 3 = 9$

گزینه ی (۲)  $\rightarrow 1 \times 9 - (9 - 3) = 9 - 6 = 3$

گزینه ی (۳)  $\rightarrow 9 \div (3 \times 3) = 1$

گزینه ی (۴)  $\rightarrow 1 + \sqrt{9} - \sqrt{9} \times 3 = 4 - 9 = -5$

۴۳. حاصل عبارت  $(-3^2 + 3^{-2}) \div 3^2$  کدام گزینه است؟ (اردبیل - خرداد ۹۵)

- ۱  $\frac{-80}{81}$      
  ۲  $\frac{80}{81}$      
  ۳  $\frac{27}{80}$      
  ۴  $\frac{80}{27}$

پاسخ: گزینه ۱

$$(-3^2 + 3^{-2}) \div 3^2 = (-9 + \frac{1}{9}) \div 9 = \left(\frac{-81 + 1}{9}\right) \div 9 = -\frac{80}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{-80}{81}$$

۴۴. اگر مساحت یک طرف گلبول قرمز  $36,75 \times 10^{-12}$  باشد، قطر متوسط گلبول قرمز کدام است؟ ( $\pi \simeq 3$ ) (توجه شود که هر طرف گلبول قرمز یک دایره است.)

- ۱  $3,5 \times 10^{-6}$      
  ۲  $36 \times 10^{-7}$      
  ۳  $7 \times 10^{-7}$      
  ۴  $14 \times 10^{-6}$

پاسخ: گزینه ۳

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 36,75 \times 10^{-12} = 3 \times r^2 \Rightarrow r = 3,5 \times 10^{-6}$$

قطر آن برابر است با  $7 \times 10^{-6}$

۴۵. حاصل عبارت  $\sqrt{7} + \sqrt{343} - 3\sqrt{28}$  برابر است با:

- ۱  $2\sqrt{7}$      
  ۲  $-2\sqrt{7}$      
  ۳  $\sqrt{7}$      
  ۴  $-\sqrt{7}$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا اعداد زیر رادیکال را تجزیه می کنیم پس آن ها را با هم جمع می کنیم:

$$\begin{aligned} \sqrt{7} + \sqrt{343} - 3\sqrt{28} &= \sqrt{7} + \sqrt{7^3} - 3\sqrt{2^2 \times 7} = \sqrt{7} + 7\sqrt{7} - 3 \times 2\sqrt{7} \\ &= 8\sqrt{7} - 6\sqrt{7} = 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

۴۶. حاصل عبارت  $\frac{1,23 \times 10^{-10}}{6 \times 10^{-4}}$  به صورت نماد علمی کدام است؟

- ۱)  $2,05 \times 10^{-8}$     
  ۲)  $2,05 \times 10^{-16}$     
  ۳)  $2,05 \times 10^{-10}$     
  ۴)  $2,05 \times 10^{-2}$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم و حاصل را به صورت نماد علمی نمایش می‌دهیم:

$$\frac{1,23 \times 10^{-2} \times 10^{-10}}{6 \times 10^{-5} \times 10^{-4}} = 2,05 \times \frac{10^{-12}}{10^{-9}} = 2,05 \times 10^{-3} = 2,05 \times 10^{-2}$$

۴۷. کدام عدد زیر اصم (گنگ) نیست؟ (روبوکاپ - نهمین دوره)

- ۱)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}$     
  ۲)  $\sqrt{\sqrt{81}}$     
  ۳)  $\sqrt{\sqrt{9}}$     
  ۴)  $\sqrt{36+25}$

پاسخ: گزینه ۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم

۱) گنگ است  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}} = \sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$

۲) گویا است  $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3$

۳) گنگ است  $\sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$

۴) گنگ است  $\sqrt{36+25} = \sqrt{61}$

۴۸. اگر ۶۲۵۰۰ عدد کاغذ را روی هم قرار دهیم چند سانتی‌متر کاغذ خواهیم داشت؟ (ضخامت هر کاغذ را ۰,۰۱۶ سانتی‌متر در نظر بگیرید)

- ۱) ۱۰۰    
  ۲) ۱۰    
  ۳) ۱    
  ۴) ۰,۱۶

پاسخ: گزینه ۱

$$62500 \times 0,016 = 1000 \text{ cm}$$

۴۹. حاصل عبارت زیر به صورت نماد علمی کدام است؟

- ۱)  $7,86 \times 10^{-2}$     
  ۲)  $7,86 \times 10^{-3}$     
  ۳)  $7,86 \times 10^{-4}$     
  ۴)  $7,86 \times 10^{-5}$

پاسخ: گزینه ۳

$$(3 \times 10^{-3} \times 10^{-5})(26,2 \times 10^3) = 7,86 \times 10^{-8} \times 10^3$$

$$7,86 \times 10^{-5} = 7,86 \times 10^{-4}$$

۵۰. اگر  $0 < x < 1$  باشد، کدام رابطه درست است؟

- ۱)  $-x^3 < \sqrt{x} < \sqrt{x}$     
  ۲)  $\sqrt{x} < x^2 < x^4$     
  ۳)  $-\sqrt{x} < -x^3 < -x^2$     
  ۴)  $x^3 < x^2 < \sqrt{x}$

پاسخ: گزینه ۴

از آن‌جا که  $0 < x < 1$  است، هرچه به توان بزرگ‌تری برسد، عدد کوچک‌تر می‌شود.

برای مثال  $x = \frac{1}{2}$   $\dots \leftarrow x = \frac{1}{2} < \sqrt{x} < \sqrt[3]{x} < \dots < x^2 < x^3 < x^4 < \dots$

طبق قاعده بالا، تنها گزینه ۴ درست است.

۵۱. کدام یک کوچکتر است؟

- ۱)  $5,9 \times 10^{-1}$     
  ۲)  $3,7 \times 10^{-2}$     
  ۳)  $1,5 \times 10^{-2}$     
  ۴)  $7,04 \times 10^{-3}$

پاسخ: گزینه ۴

$$5,9 \times 10^{-2} \quad 1,5 \times 10^{-2}$$

$$3,7 \times 10^{-2} \quad 7,04 \times 10^{-3}$$

واضح است گزینه ۴ کوچکتر است.

۵۲. اگر فاصله کیوان از زمین تقریباً  $۶ \times ۱۰^8$  کیلومتر باشد و سرعت آن  $۳ \times ۱۰^8$  متر بر ثانیه باشد. طی کردن این مسافت با سرعت نور چند ثانیه طول می کشد؟

- ۱) ۲      ۲) ۲۰      ۳) ۲۰۰      ۴) ۲۰۰۰

پاسخ: گزینه ۴

$$۶ \times ۱۰^8 km = ۶ \times ۱۰^{11} m$$

$$\frac{۶ \times ۱۰^{11}}{۳ \times ۱۰^8} = ۲ \times ۱۰^3 = ۲۰۰۰ \text{ ثانیه}$$

۵۳. اگر فاصله زمین تا خورشید را با سرعت نور طی کنیم چند دقیقه طول می کشد؟ (سرعت نور برابر  $۳ \times ۱۰^8$  و فاصله زمین تا خورشید  $۱۵ \times ۱۰^{10}$  است)

- ۱) ۵۰۰      ۲) ۸٫۳      ۳) ۸۳      ۴) ۵۰۰۰

پاسخ: گزینه ۲ با تقسیم فاصله زمین تا خورشید بر سرعت نور، مدت زمان طی کردن آن بدست می آید:

$$\frac{۱۵ \times ۱۰^{10}}{۳ \times ۱۰^8} = x \Rightarrow ۵ \times ۱۰^2 = ۵۰۰ \text{ ثانیه}$$

ثانیه دقیقه

$$۱ \quad ۶۰$$

$$x \quad ۵۰۰ \Rightarrow ۸٫۳ \text{ دقیقه}$$

۵۴. اگر قطر زمین حدود  $۱٫۳ \times ۱۰^7$  متر باشد، مساحت دایره‌ای به قطر زمین چقدر است؟

- ۱)  $(۰٫۴۲۵ \times ۱۰^{13})\pi$       ۲)  $(۱٫۶۹ \times ۱۰^{14})\pi$       ۳)  $(۰٫۴۲۲۵ \times ۱۰^{14})\pi$       ۴)  $(۰٫۶۵ \times ۱۰^7)\pi$

پاسخ: گزینه ۳

شعاع زمین برابر است با:

$$\frac{۱٫۳ \times ۱۰^7}{۲} = ۰٫۶۵ \times ۱۰^7$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = \pi (۰٫۶۵ \times ۱۰^7)^2 = (۰٫۴۲۲۵ \times ۱۰^{14}) \times \pi$$

۵۵. نماد علمی عبارت زیر کدام است؟

$$(۰٫۰۱)^{-۵} \times ۱۰۰۰۰۴ \times ۰٫۰۰۰۰۰۲ \times \frac{۱}{(۰٫۰۰۰۰۱)^۵}$$

- ۱)  $۲٫۰۰۰۰۸ \times ۱۰^{۳۰}$       ۲)  $۲٫۰۰۰۰۸ \times ۱۰^۹$       ۳)  $۲٫۰۰۰۰۰۸ \times ۱۰^۹$       ۴)  $۲٫۰۰۰۰۰۸ \times ۱۰^{۲۱}$

پاسخ: گزینه ۱

$$(۱۰^{-۲})^{-۵} \times ۱٫۰۰۰۰۴ \times ۱۰^۵ \times ۲ \times ۱۰^{-۵} \times (۱۰^{-۴})^{-۵}$$

$$= ۱۰^{۱۰} \times ۱٫۰۰۰۰۴ \times ۱۰^۵ \times ۲ \times ۱۰^{-۵} \times ۱۰^{۲۰} = ۲٫۰۰۰۰۰۸ \times ۱۰^{۳۰}$$

۵۶. نماد علمی عبارت زیر کدام است؟

$$۰٫۰۰۰۰۰۳ \times ۰٫۰۰۰۰۰۹۳ \times (۰٫۰۰۱)^{-۲}$$

- ۱)  $۲٫۷۹ \times ۱۰^{-۴}$       ۲)  $۲٫۷۹ \times ۱۰^{-۱۶}$       ۳)  $۲۷۹ \times ۱۰^{-۲}$       ۴)  $۲٫۷۹ \times ۱۰^{-۳}$

پاسخ: گزینه ۴

$$۳ \times ۱۰^{-۵} \times ۹٫۳ \times ۱۰^{-۵} \times (۱ \times ۱۰^{-۳})^{-۲} = ۲۷٫۹ \times ۱۰^{-۱۰} \times ۱۰^۶ = ۲۷٫۹ \times ۱۰^{-۴} = ۲٫۷۹ \times ۱۰^{-۳}$$

۵۷. عبارت زیر به صورت نماد علمی کدام گزینه است؟

$$\frac{۲۷ \times ۱۰^{-۵} \times ۵۴۰ \times ۷۵۰۰ \times ۱۰^۲}{۸۰ \times ۱۰^{-۲} \times ۵^۳ \times ۱۰^{-۲} \times ۹^۲}$$

- ۱)  $۱٫۳۵۰ \times ۱۰^۲$       ۲)  $۱٫۳۵ \times ۱۰^۲$       ۳)  $۱٫۳۵ \times ۱۰^۳$       ۴) ۱۳۵۰

گزینه ۳: پاسخ

$$\frac{3^3 \times 10^{-5} \times 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 3 \times 5^4 \times 2^2 \times 10^2}{2^4 \times 5 \times 10^{-2} \times 5^3 \times 10^{-2} \times 3^4} = \frac{3^7 \times 2^4 \times 5^5 \times 10^{-3}}{2^4 \times 5^4 \times 3^4 \times 10^{-4}} = 135 \times 10 = 1,350 \times 10^3$$

۵۸. حاصل  $\frac{0,169 \times 0,0002}{0,013 \times 10^{-6}}$  به صورت نماد علمی کدام است؟

- ۱)  $4 \times 10^3$       ۲)  $4 \times 10^{-3}$       ۳)  $2,6 \times 10^{-3}$       ۴)  $2,6 \times 10^3$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{0,169 \times 0,0002}{0,013 \times 10^{-6}} = \frac{169 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-4}}{13 \times 10^{-3} \times 10^{-6}} = \frac{26 \times 10^{-7}}{10^{-9}} = 26 \times 10^{-7-(-9)} = 26 \times 10^2$$

۵۹. نماد علمی  $3 \times 10^{-9} \times \left(\frac{6}{5}\right)^{-2} \times (2^{-2} - 3^{-2})^{-1}$  کدام است؟

- ۱)  $1,5 \times 10^{-8}$       ۲)  $1,5 \times 10^{-10}$       ۳)  $2,5 \times 10^{-7}$       ۴)  $5 \times 10^{-8}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)^{-1} \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times 3 \times 10^{-9} = \left(\frac{5}{36}\right)^{-1} \times \frac{25}{36} \times 3 \times 10^{-9}$$

$$= 15 \times 10^{-9} = 1,5 \times 10^{-8}$$

۶۰. کدام عدد از بقیه کوچکتر است؟

- ۱)  $3,5 \times 10^{-2}$       ۲)  $5,3 \times 10^{-3}$       ۳)  $35 \times 10^{-5}$       ۴)  $0,53 \times 10^{-3}$

پاسخ: گزینه ۳

۱)  $3,5 \times 10^{-2} = 0,035$

۲)  $5,3 \times 10^{-3} = 0,0053$

۳)  $35 \times 10^{-5} = 0,00035$

۴)  $0,53 \times 10^{-3} = 0,00053$

۶۱. بزرگترین عدد صحیحی که در داخل  $\square$  می توان قرار داد، چه عددی است؟

$$0,0003 \times 2700 > \square \times 10^{\square}$$

- ۱)  $-2$       ۲)  $-1$       ۳) صفر      ۴)  $1$

پاسخ: گزینه ۲

$$0,0003 \times 2700 = 3 \times 10^{-4} \times 27 \times 10^2 = 81 \times 10^{-2} = 0,81$$

بزرگترین مقدار جای خالی  $-1$  است که حاصل  $0,81 = 8 \times 10^{-1}$  که  $81$  از  $0,81$  بزرگتر است.

۶۲. حاصل  $125 \times 10^8 \times 84,8 \times 10^4$  به صورت نماد علمی کدام است؟

- ۱)  $10,6 \times 10^{11}$       ۲)  $1,06 \times 10^{11}$       ۳)  $1,06 \times 10^{12}$       ۴)  $1,06 \times 10^{13}$

پاسخ: گزینه ۳

$$84,8 \times 10^8 \times 125 = 84,8 \times 12,5 \times 10^8 = 10600 \times 10^8$$

$$= 1,06 \times 10^4 \times 10^8 = 1,06 \times 10^{12}$$

۶۳. نماد علمی عدد  $\frac{25,1 \times 10^4 \times 0,000012}{0,000002 \times 10^{-6}}$  برابر است با:

- ۱)  $150,6 \times 10^{11}$       ۲)  $3,506 \times 10^{-11}$       ۳)  $15,06 \times 10^{22}$       ۴)  $1,506 \times 10^{11}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{25,1 \times 10^4 \times 0,000012}{0,00002 \times 10^{-6}} = \frac{25,1 \times 10^4 \times 12 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-5} \times 10^{-6}} = 25,1 \times 6 \times 10^{4-(-5)}$$

$$= 150,6 \times 10^9 = 1,506 \times 10^{11}$$

۶۴. حاصل عبارت  $\frac{(0,5)^0 - 10}{\left[\left(\frac{3}{4^2}\right)^{-1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3\right] + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}$  کدام است؟

- ۱  ۲  ۳  ۴   $-\frac{3}{5}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1 - 10}{\left[\frac{16}{3} \times \frac{27}{8}\right] + (-3)} = \frac{-9}{(2 \times 9) - 3} = \frac{-9}{18 - 3} = \frac{-9}{15} = -\frac{3}{5}$$

۶۵. نماد علمی  $75 \times 10^{-8} + 0,63 \times 10^{-6}$  کدام گزینه است؟

- ۱   $1,38 \times 10^{-7}$  ۲   $1,38 \times 10^{-6}$  ۳   $7,6 \times 10^{-7}$  ۴   $7,6 \times 10^{-6}$

پاسخ: گزینه ۲

$$75 \times 10^{-8} + 0,63 \times 10^{-6} = 0,75 \times 10^{-6} + 0,63 \times 10^{-6}$$

$$= 10^{-6}(0,75 + 0,63) = 1,38 \times 10^{-6}$$

۶۶. کدام عبارت درست است؟

- ۱   $\left(\frac{3}{4}\right)^4 > (0,75)^3$  ۲   $6^{-2} = -\frac{2}{6}$  ۳   $33,7 \times 10^{-2} > 0,0029 \times 10^2$  ۴   $\sqrt{(-1)^2} = -1$

پاسخ: گزینه ۳ چون عدد گزینه‌ی ۱ بین صفر و یک پس هرچه توان بیشتر باشد کوچکتر است (رد گزینه‌ی ۱)  $6^{-2} = \frac{1}{36}$  که با  $-\frac{2}{6}$  برابر نیست (رد گزینه‌ی ۲). جواب رادیکال هیچ‌گاه منفی نمی‌شود (رد گزینه ۴) پس تنها گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۶۷. جرم یک الکترون تقریباً برابر  $9,1 \times 10^{-28}$  گرم و یک اتم هیدروژن تقریباً  $1,7 \times 10^{-24}$  گرم می‌باشد. جرم یک اتم هیدروژن چند برابر جرم الکترون است؟

- ۱   $0,187 \times 10^4$  ۲   $1,87 \times 10^4$  ۳   $5,352 \times 10^{-4}$  ۴   $5,352 \times 10^4$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{1,7 \times 10^{-24}}{9,1 \times 10^{-28}} = \frac{17}{91} \times 10^{-24-(-28)} = 0,187 \times 10^4$$

۶۸. نصف عدد  $(-2)^{-15}$  برابر است با:

- ۱   $-2^{-16}$  ۲   $(-2)^{-16}$  ۳   $(-2)^{16}$  ۴   $(-2)^{-14}$

پاسخ: گزینه ۱

$$(-2)^{-15} = -2^{-15} \div 2 = -2^{-15} \times 2^{-1} = -2^{-15-1} = -2^{-16}$$

۶۹. حاصل عبارت  $A = (5,14 \times 10^{11} - 14 \times 10^9) \div 5 \times 10^8$  برابر است با:

- ۱  ۱۰۰۰ ۲  ۱۰۰ ۳   $10^4$  ۴   $10^6$

پاسخ: گزینه ۱

$$A = (5,14 \times 10^9 - 14 \times 10^9) \div (5 \times 10^8)$$

$$= (500 \times 10^9) \div (5 \times 10^8) = \frac{500 \times 10^9}{5 \times 10^8} = \frac{10^2 \times 10^9}{10^8} = \frac{10^{11}}{10^8} = 10^3$$

۷۰. اگر  $3^x = 2$  و  $b = 0$  باشد مقدار عبارت  $27^{2x-1} \times 27^{7b}$  برابر است با:

$\frac{2}{27}$  (۴)

$\frac{8}{9}$  (۳)

$\frac{8}{27}$  (۲)

$\frac{64}{27}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$27^{2x-1} \times 27^{7b} = (3^3)^{2x-1} \times 27^0 = 3^{6x-3} \\ = \frac{3^{6x}}{3^3} = \frac{(3^x)^6}{3^3} = \frac{2^6}{3^3} = \frac{64}{27}$$

۷۱. حاصل  $\left[ (5^{-1} + 3^{-1})^{-1} \div (3^{-2} - 4^{-1}) \right]^{-1}$  برابر است با:

$\frac{2}{27}$  (۴)

$-\frac{2}{27}$  (۳)

$\frac{27}{2}$  (۲)

$-\frac{27}{2}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\left[ \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right)^{-1} \div \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4} \right) \right]^{-1} \\ = \left[ \left( \frac{3}{15} + \frac{5}{15} \right)^{-1} \div \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right) \right]^{-1} = \left[ \left( \frac{8}{15} \right)^{-1} \div \left( \frac{4}{36} - \frac{9}{36} \right) \right]^{-1} \\ = \left( \frac{15}{8} \div \frac{-5}{36} \right)^{-1} = \left( \frac{-27}{2} \right)^{-1} = \frac{-2}{27}$$

۷۲. جذر عدد  $8^2 \times 5^6 \times 9^3$  برابر است با:

$10^3$  (۴)

$20^3$  (۳)

$40^2$  (۲)

$30^3$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$8^2 \times 5^6 \times 9^3 = (2^3)^2 \times 5^6 \times (3^2)^3 = 2^6 \times 5^6 \times 3^6 = 30^6 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \sqrt{30^6} = 30^3$$

۷۳. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{(a-b)^2}}{\sqrt[3]{(b-a)^3}}$  کدام است؟ ( $a > b > 0$ )

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{|a-b|}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)} = -1$$

۷۴. عبارت زیر به صورت ساده کدام است؟

$$\sqrt[10]{5^{20} \times 2^{30}}$$

$\sqrt[10]{50}$  (۴)

$\sqrt[10]{400}$  (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt[10]{5^{20}} \times \sqrt[10]{2^{30}} = 5^2 \times 2^3 = 25 \times 8 = 200$$

۷۵. ساده شده عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[13]{3^{26} \times 2^{39}}$$

$\sqrt{54}$  (۴)

۳۶ (۳)

۷۲ (۲)

$\sqrt{56}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt[13]{3^{26}} \times \sqrt[13]{2^{39}} = 3^2 \times 2^3 = 9 \times 8 = 72$$

۷۶. کدام گزینه کمترین مقدار است؟

(۴)  $(-5^{-2})^{-1}$

(۳)  $-5^{-2}$

(۲)  $(-\frac{1}{2})^{-2}$

(۱)  $[-(\frac{1}{2})^{-1}]^{-2}$

پاسخ: گزینه ۴

۱)  $\left[ -\left( \frac{+1}{2} \right) \right]^{-1}^{-2} = [-2]^{-2} = \frac{1}{4}$

۲)  $\left[ \left( -\frac{1}{2} \right) \right]^{-2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

۳)  $-5^{-2} = -\frac{1}{25}$

۴)  $(-5^{-2})^{-1} = \left( -\frac{1}{25} \right)^{-1} = -25$

۷۷. حاصل  $5\sqrt{98} - 3\sqrt{50}$  کدام است؟

(۴) ۳۰

(۳)  $\sqrt{800}$

(۲)  $30\sqrt{2}$

(۱)  $15\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

$5\sqrt{49 \times 2} - 3\sqrt{25 \times 2} = 35\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = 20\sqrt{2} = \sqrt{800}$

۷۸. حاصل عبارت  $\sqrt{\sqrt{2}} \times \sqrt{\sqrt{8}}$  کدام است؟

(۴)  $2\sqrt{\sqrt{2}}$

(۳)  $2\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۱) ۴

پاسخ: گزینه ۲

$\sqrt{\sqrt{2}} \times \sqrt{\sqrt{8}} = \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$

۷۹. اگر  $8^{1+x} = (2^{x+4})^2$  باشد،  $x$  کدام است؟

(۴) -۵

(۳) ۵

(۲) -۴

(۱) ۴

پاسخ: گزینه ۳

$(2^3)^{1+x} = 2^{3x+8} \rightarrow 2^{3+3x} = 2^{3x+8}$

$3 + 3x = 3x + 8 \rightarrow x = 8 - 3 \Rightarrow x = 5$

باید توان‌ها با هم مساوی باشند چون پایه‌ها نیز مساوی‌اند:

۸۰. اگر  $4^{2x+1} = 32$  باشد مقدار  $x$  برابر با کدام گزینه زیر است؟

(۴) ۴

(۳)  $\frac{7}{3}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

$(2^2)^{2x+1} = 2^{4x+2} = 32 = 2^5$

$4x + 2 = 5 \rightarrow 4x = 5 - 2 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

پایه‌ها مساوی، توان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم:

۸۱. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$A = \sqrt{8 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}}$

(۴)  $\frac{\sqrt{685}}{9}$

(۳)  $\frac{\sqrt{625}}{9}$

(۲)  $\frac{\sqrt{600}}{3}$

(۱)  $\frac{\sqrt{594}}{9}$

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \sqrt{\frac{648 + 1 + 36}{81}} = \sqrt{\frac{685}{81}} = \frac{\sqrt{685}}{9}$$

۸۲. با قطر مربعی به ضلع  $20\text{ cm}$  مربع دیگری درست کرده‌ایم. محیط این مربع جدید کدام است؟

۴۰  $\sqrt{2}$  (۴)

۸۰  $\sqrt{2}$  (۳)

۴۰ (۲)

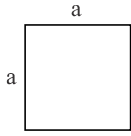
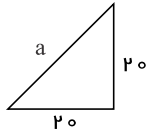
۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به اینکه اضلاع مربع و قطر آن تشکیل مثلث قائم‌الزاویه می‌دهند می‌توان نوشت:

$$a^2 = 20^2 + 20^2 \Rightarrow a^2 = 800$$

$$a = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$$

$$\text{محیط مربع جدید} = 4 \times 20\sqrt{2} = 80\sqrt{2}$$



۸۳. حاصل عبارت  $(2 + \sqrt{6})(6\sqrt{4} - \sqrt{6})$  کدام است؟

۱۸ +  $\sqrt{600}$  (۴)

۱۸ -  $14\sqrt{6}$  (۳)

۳۰ +  $\sqrt{600}$  (۲)

۳۰ -  $14\sqrt{6}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$(2 + \sqrt{6})(12 - \sqrt{6}) = 24 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{6} - 6$$

$$= 18 + 10\sqrt{6} = 18 + \sqrt{600}$$

۸۴. حاصل عبارت زیر بدون قدر مطلق کدام است؟

$$\sqrt[4]{(2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^4} - \sqrt{(5\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2}$$

صفر (۴)

- $10\sqrt{2}$  (۳)

+ $4\sqrt{2}$  (۲)

$2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$|2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}| - |5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}| = -2\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} = 0$$

۸۵. چه تعداد از تساوی‌های زیر به ازای هر مقدار حقیقی همواره درست است؟

(ت)  $-\sqrt{x} = 7$  (۴) مورد

(ب)  $\sqrt{x} + 4 = 0$  (۳) مورد

(ب)  $\sqrt{(-x^2)^2} = -x^2$  (۲) مورد

(الف)  $\sqrt{x^4} = x^2$  (۱) مورد

پاسخ: گزینه ۱ تنها عبارت (الف) صحیح است.

۸۶. ساده شده عبارت زیر کدام است؟

$$2\sqrt{18} - 3\sqrt{32} + \sqrt{12} - \sqrt[4]{9} - \sqrt[4]{64}$$

$8\sqrt{2} - \sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{3} - 8\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{4} - \sqrt{3}$  (۲)

$2\sqrt{3} - \sqrt{8}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ می‌دانیم  $\sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{8^2} = \sqrt{8}$  و  $\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$

$$2\sqrt{9 \times 2} - \sqrt{16 \times 9 \times 2} + \sqrt{4 \times 3} - \sqrt{3} - \sqrt{8}$$

$$= 6\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \sqrt{3} - 8\sqrt{2}$$

۸۷. اگر  $4^x \times 6^y = 48^{12}$  باشد مقدار  $x + y$  برابر است با:

۳۶ (۴)

۴۸ (۳)

۳۰ (۲)

۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$4^x \times 6^y = 48^{12} \Rightarrow 2^{2x} \times 2^y \times 3^y = (2^4 \times 3)^{12}$$

$$2^{2x+y} \times 3^y = 2^{48} \times 3^{12} \Rightarrow y = 12$$

$$2x + y = 48 \Rightarrow x = 18 \Rightarrow x + y = 30$$



۸۸. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{60}}$  کدام است؟

$\frac{1}{5}$  (۴)

$\frac{1}{10}$  (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{60}} = \frac{\sqrt[3]{500}}{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

۸۹. ساده شده‌ی عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[3]{24} - 4\sqrt{50} + 10\sqrt{8} - \sqrt[3]{3}$$

$\sqrt[3]{3} + 2\sqrt{2}$  (۴)

$4\sqrt{2}$  (۳)

$10\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}$  (۲)

$\sqrt[3]{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\sqrt[3]{8 \times 3} - 4\sqrt{25 \times 2} + 10\sqrt{4 \times 2} - \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} - 20\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$$

۹۰. جذر عدد  $5^6 \times 8^2 \times 9^3$  کدام است؟

$15^4$  (۴)

$30^3$  (۳)

$40^2$  (۲)

$30^4$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا پایه‌ها را تجزیه می‌کنیم:

$$\sqrt{5^6 \times 8^2 \times 9^3} = \sqrt{5^6 \times (2^3)^2 \times (3^2)^3} = \sqrt{5^6 \times 2^6 \times 3^6} = \sqrt{30^6} = 30^3$$

۹۱. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$|3\sqrt{2} - \sqrt{27}| + |-3 - \sqrt{18}|$$

۶ (۴)

۰ (۳)

$2\sqrt{18}$  (۲)

$6 + 6\sqrt{2}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} 3\sqrt{2} - \sqrt{27} = 3\sqrt{2} - 3 \Rightarrow \text{عبارتی مثبت} \\ -3 - \sqrt{18} = -3 - 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{عبارتی منفی} \end{array} \right\} \rightarrow \underbrace{|3\sqrt{2} - 3|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|-3 - 3\sqrt{2}|}_{\text{منفی}}$$

$$= 3\sqrt{2} - 3 + 3 + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} = 2\sqrt{18}$$

۹۲. کدام گزینه نادرست است؟

$\sqrt{(-10)^6} = 1000$  (۴)

$\sqrt{0,049} = 0,07$  (۳)

$\sqrt{\frac{8 \times 0,0001}{3^2 - 1}} = 0,01$  (۲)

$\sqrt{0,25} = 0,50$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$\sqrt{0,049} \neq 0,07$  چون  $0,07 \times 0,07 = 0,0049$

$\sqrt{0,0049} = 0,07$

۹۳. حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \dots \times \frac{48}{49}}$  کدام است؟

$\frac{4}{7}$  (۴)

$\sqrt{\frac{1}{3}}$  (۳)

$\frac{48}{17}$  (۲)

$\frac{16}{49}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{\frac{16}{\cancel{17}} \times \frac{\cancel{17}}{\cancel{18}} \times \frac{\cancel{18}}{\cancel{19}} \times \dots \times \frac{\cancel{48}}{49}} = \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}$$

۹۴. چند جفت عدد طبیعی مثل  $(m, n)$  می توان پیدا کرد به طوری که  $m^n = 16$  ؟

- ۱) ۰      ۲) ۱      ۳) ۳      ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

$$16^1 = 16$$

$$2^4 = 16$$

$$4^2 = 16$$

۹۵. حاصل  $\sqrt{4 + \sqrt{4 + 3(1 + 6)}}$  کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

$$\sqrt{4 + \sqrt{4 + (3 \times 7)}} = \sqrt{4 + \sqrt{25}} = \sqrt{9} = 3$$

۹۶. چند عدد صحیح بین  $\sqrt{4,36}$  و  $\sqrt{234,09}$  قرار دارد؟

- ۱) ۱۳      ۲) ۱۴      ۳) ۱۱      ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۱  $\sqrt{4,36} = 2,09$  و  $\sqrt{234,09} = 15,3$  است پس باید اعداد صحیح ۳ تا ۱۵ را حساب کنیم که برابر است با  $15 - 3 + 1 = 13$

۹۷. مقدار عبارت  $\sqrt{(1 - \frac{1}{5})(1 - \frac{1}{6})(1 - \frac{1}{7}) \dots (1 - \frac{1}{400})}$  را حساب کنید.

- ۱)  $\frac{1}{50}$       ۲)  $\frac{1}{40}$       ۳)  $\frac{1}{20}$       ۴)  $\frac{1}{10}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{(1 - \frac{1}{5})(1 - \frac{1}{6})(1 - \frac{1}{7}) \dots (1 - \frac{1}{400})} = \sqrt{\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{399}{400}}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{400}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$$

۹۸. در کدام گزینه مخرج کسر  $\frac{5}{\sqrt[3]{25}}$  گویا شده است؟

- ۱)  $\sqrt{5}$       ۲) ۵      ۳)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$       ۴)  $\sqrt[3]{5}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{5}{\sqrt[3]{5^2}} \times \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{5\sqrt[3]{5}}{5} = \sqrt[3]{5}$$

۹۹. عبارت  $\sqrt[3]{(2 - \sqrt{5})^3}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱)  $|2 - \sqrt{5}|$       ۲)  $\sqrt{5} - 2$       ۳)  $2 - \sqrt{5}$       ۴)  $-2 - \sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اگر  $n$  فرد باشد  $\sqrt[n]{a^n} = a$  و اگر  $n$  زوج باشد  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$  طبق نکته بالا چون فرجه و توان زیررادیکال فرد است پس  $\sqrt[3]{(2 - \sqrt{5})^3} = 2 - \sqrt{5}$

۱۰۰. حاصل جمع  $8^{10}$  و  $4^{15}$  کدام است؟

- ۱)  $2^{10}$       ۲)  $2^{15}$       ۳)  $2^{30}$       ۴)  $2^{31}$

پاسخ: گزینه ۴

$$8^{10} + 4^{15} = (2^3)^{10} + (2^2)^{15} = 2^{30} + 2^{30} = 2 \times 2^{30} = 2^{31}$$

۱۰۱. اگر  $5^x = 3$  باشد  $5^{4x+1}$  کدام است؟ (روبوکاپ هفتمین دوره ۱۳۹۱)

۱۸۷۵ (۴)

۶۲۵ (۳)

۴۰۵ (۲)

۸۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$5^{4x} \times 5^1 = (5^x)^4 \times 5^1 = 3^4 \times 5 = 81 \times 5 = 405$$

۱۰۲. حاصل  $\frac{3^{a+2} - 3^{a+1} - 3^a}{2^a + 2^a + 2^a + 2^a + 2^a}$  کدام است؟ (روبوکاپ نهمین دوره ۱۳۹۳)

$\left(\frac{3}{2}\right)^{a-1}$  (۴)

$\frac{3^{a-1}}{2^{a+1}}$  (۳)

$\frac{3^{a+1}}{2^{a-1}}$  (۲)

$\left(\frac{3}{2}\right)^a$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{3^a(3^2 - 3 - 1)}{5 \times 2^a} = \frac{3^a \times 5}{5 \times 2^a} = \frac{3^a}{2^a} = \left(\frac{3}{2}\right)^a$$

۱۰۳. چند عدد صحیح بین  $4^2$  و  $4^3$  قرار می‌گیرد؟

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۴۸ (۲)

۴۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} 4^3 &= 64 \\ 4^2 &= 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 64 - 16 - 1 = 47$$

۱۰۴. حاصل عبارت  $5 - 5(-1 + 3(4 - 5))^{2 \cdot 13} \times 2 - 2 + 8 \div 4 \times 3$  برابر است با:

-۴ (۴)

۵۶ (۳)

۶۱ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$5 - 5(-1 + 3 \underbrace{(4 - 5)^{2 \cdot 13}}_{(-1)^{2 \cdot 13} = -1}) \times 2 - 2 + \underbrace{8 \div 4 \times 3}_6 =$$

منفی به توان فرد منفی می‌شود

$$-1 + 3 \times (-1) \times 2 - 2 = -1 - 3 \times 2 - 2 = -1 - 6 - 2 = -9$$

حق تقدم یا ضرب است

$$5 - 5 \times (-9) + 6 = 5 + 45 + 6 = 56$$

۱۰۵. اگر  $3^k = 5$  باشد، مقدار عددی  $9^{k+1}$  کدام است؟

۲۲۵ (۴)

۴۵ (۳)

۲۶ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$9^{k+1} = 9^k \times 9^1 = (3^2)^k \times 9^1 = 25 \times 9 = 225$$

۱۰۶. ربع عدد  $2 \times 30^6$  کدام است؟

$10 \times 15^6$  (۴)

$32 \times 15^6$  (۳)

$15^5$  (۲)

$15^6$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{2} \times 30^6 = \frac{30^6}{2} = \frac{2^6 \times 15^6}{2^1} = 2^5 \times 15^6 = 32 \times 15^6$$

۱۰۷. ثلث عدد  $9^{4a-2}$  برابر است با:

$3^{8a-3}$  (۴)

$3^{4a-5}$  (۳)

$3^{2a-2}$  (۲)

$3^{8a-5}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$9^{4a-2} = (3^2)^{4a-2} = 3^{8a-4}$$

$$3^{8a-4} \div 3^1 = 3^{8a-4-1} = 3^{8a-5}$$

۱۰۸. حاصل عبارت  $\frac{7^y + 7^y \times 7}{7^y}$  کدام است؟

- ۱)  $7^8$       ۲) ۱۴      ۳) ۸      ۴)  $7^3$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{7^y + 7^y \times 7}{7^y} = \frac{7^y(1+7)}{7^y} = \frac{\cancel{7^y} \times 8}{\cancel{7^y}} = 8$$

۱۰۹. حاصل عبارت  $40 \times 5^6 + 17 \times 5^y$  کدام است؟

- ۱)  $57 \times 5^{11}$       ۲)  $57 \times 5^y$       ۳)  $5^9$       ۴)  $5^8$

گزینه ۳: پاسخ

$$40 \times 5^6 + 17 \times 5^y = (8 \times 5 \times 5^6) + (17 \times 5^y)$$

$$8 \times 5^y + 17 \times 5^y = 5^y(8+17) = 5^y \times 25 = 5^y \times 5^2 = 5^9$$

۱۱۰. اگر  $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$  مقدار  $n$  کدام است؟

- ۱) ۱۰۰۵      ۲) ۱۰۰۶      ۳) ۲۰۱۰      ۴) ۲۰۱۱

پاسخ: گزینه ۱

$$9^n + 9^n + 9^n = 3 \times (3^2)^n = 3^{2n+1}$$

پس باید  $2n+1 = 2011$ ، که یعنی  $n = 1005$

۱۱۱. اگر  $A = (-5^{-2})^{-3}$  و  $B = (-2^3)^2$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $AB > 0$       ۲)  $B < 0$       ۳)  $A < B$       ۴)  $A > 0$

پاسخ: گزینه ۳ حاصل عددی منفی به توان عددی فرد، عددی منفی و حاصل عددی منفی به توان عددی زوج عددی مثبت می‌شود.

$$A = (-5^{-2})^{-3} = \left(-\frac{1}{5^2}\right)^{-3} = (-5^2)^3 = -5^6$$

$$B = (-2^3)^2 = (-2^3)^2 = 2^6$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $AB > 0$  نادرست است.

گزینه ۲:  $B < 0$  نادرست است.

گزینه ۳:  $A < B$  درست است.

گزینه ۴:  $A > 0$  نادرست است.

۱۱۲. تساوی  $27^x = (16 \times 9)^x$  به ازای چه تعداد  $x$  صحیح است؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) بیش از ۳ مقدار

پاسخ: گزینه ۲

$$27^x = (16 \times 9)^x \Rightarrow (3^3)^x = (2^4 \times 3^2)^x$$

$$\cancel{3^{3x}} = 2^{4x} \times \cancel{3^{2x}} \Rightarrow 3^x = 2^{4x}$$

هر عدد به توان صفر برابر یک است و این تساوی زمانی برقرار است، که توان‌ها برابر صفر شود. (چون پایه‌ها برابر نیستند) پس فقط یک حالت  $x = 0$  برقرار است.

۱۱۳. اگر  $2^x = 10$  باشد، حاصل  $B = \frac{4^x + 2^x - 2^{3x+2}}{8^x}$  کدام است؟

- ۱) ۴٫۷۹      ۲) -۴٫۸۹      ۳) ۳٫۷۹      ۴) -۳٫۸۹

پاسخ: گزینه ۴ صورت و مخرج عبارت  $B$  را بر حسب پایه‌های ۲ می‌نویسیم:

$$B = \frac{4^x + 2^x - 2^{3x+2}}{8^x} = \frac{(2^2)^x + 2^x - 2^{3x} \times 2^2}{(2^3)^x}$$

$$= \frac{(2^x)^2 + 2^x - (2^x)^3 \times 2^2}{(2^x)^3} \stackrel{2^x=10}{=} \frac{10^2 + 10 - 10^3 \times 2^2}{10^3}$$

$$= \frac{110 - 4000}{1000} = \frac{-3890}{1000} = -3.89$$

۱۱۴. حاصل  $\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{125}}$  برابر است با:

$\frac{\sqrt{5}}{6}$  (۴)

$\frac{\sqrt{5}+5}{6}$  (۳)

$\frac{\sqrt{5}+1}{6}$  (۲)

$\frac{\sqrt{15}}{6}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ عبارت‌های رادیکالی را تا حد امکان در صورت و مخرج عبارت ساده می‌کنیم.

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{125}} = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{9 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{25 \times 5}}$$

$$= \frac{5 + \sqrt{5}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5}} = \frac{5 + \sqrt{5}}{6\sqrt{5}}$$

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{6\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(5 + \sqrt{5})}{30} = \frac{5\sqrt{5} + 5}{30} = \frac{5(\sqrt{5} + 1)}{30} = \frac{\sqrt{5} + 1}{6}$$

حال مخرج عبارت به دست آمده را گویا می‌کنیم:

۱۱۵.  $2 = 2^{-2y} \times 2^{3x}$  و  $3 = 3^{4x} \div 3^{5y}$  باشد، مقدار  $2x - y$  کدام است؟

-۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به  $2 = 2^{-2y} \times 2^{3x}$  داریم:

$$2^{3x} \times 2^{-2y} = 2 \Rightarrow 2^{3x-2y} = 2 \Rightarrow 3x - 2y = 1$$

همچنین از رابطه  $3 = 3^{4x} \div 3^{5y}$  داریم:

$$3^{5y} \div 3^{4x} = 3^1 \Rightarrow 3^{5y-4x} = 3 \Rightarrow 5y - 4x = 1$$

حال با حل دستگاه مربوط به دو معادله

$$\begin{aligned} \times 4 \left\{ \begin{array}{l} 3x - 2y = 1 \\ -4x + 5y = 1 \end{array} \right. &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 12x - 8y = 4 \\ -12x + 15y = 3 \end{array} \right. \\ &\underline{y = 1} \end{aligned}$$

$$3x - 2y = 1 \stackrel{y=1}{\Rightarrow} 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$2x - y = 2 \times 1 - 1 = 1$$

۱۱۶. اگر  $a = 4^{1-x}$  و  $b = 2^{x+1}$  و  $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $a + b + x$  کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$a = 4^{1-x}, b = 2^{x+1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4^{1-x}}{2^{x+1}} = \frac{2^{2-2x}}{2^{x+1}} = \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

$$\Rightarrow 2^{2-2x-(x+1)} = 2^{-2} \Rightarrow 2^{-2x-x-1} = 2^{-2}$$

$$\Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

حال با جایگذاری مقدار  $x$  در  $a = 4^{1-x}$  و  $b = 2^{x+1}$  داریم:

$$a = 4^0 = 1, b = 2^2 = 4$$

$$a + b + x = 1 + 4 + 1 = 6$$

۱۱۷. در دستگاه مقابل مقدار  $abc$  چقدر است؟

$$\begin{cases} a^r bc = -75 \\ ab^r c = 15 \\ abc^r = -45 \end{cases}$$

-۲۵ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

-۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا طرفین هر سه تساوی را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} a^r bc = -75 \\ ab^r c = 15 \\ abc^r = -45 \end{cases} \Rightarrow (a^r bc)(ab^r c)(abc^r) = -75 \times 15 \times (-45)$$

$$\Rightarrow a^r b^r c^r = 75 \times 15 \times 45$$

$$\Rightarrow a^r b^r c^r = 3 \times 5^2 \times 3 \times 5 \times 3^2 \times 5$$

$$\Rightarrow a^r b^r c^r = 3^4 \times 5^4 = 15^4$$

$$\Rightarrow abc = 15$$

۱۱۸. مربع عدد  $\sqrt{\sqrt{50} + 7} - \sqrt{\sqrt{50} - 7}$  برابر است با:

$\sqrt{10\sqrt{2}-2}$  (۴)

$2-10\sqrt{2}$  (۳)

$10\sqrt{2}-2$  (۲)

$10\sqrt{2}+2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای مربع این عبارت را محاسبه می‌کنیم:

$$(\sqrt{\sqrt{50} + 7} - \sqrt{\sqrt{50} - 7})^2 =$$

$$= (\sqrt{\sqrt{50} + 7})^2 - 2(\sqrt{\sqrt{50} + 7})(\sqrt{\sqrt{50} - 7}) + (\sqrt{\sqrt{50} - 7})^2$$

$$= |\sqrt{50} + 7| - 2\sqrt{(\sqrt{50})^2 - 7^2} + |\sqrt{50} - 7|$$

در این مرحله از اتحاد مزدوج هم استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{50} + 7 > 0}{\sqrt{50} - 7 > 0} \sqrt{50} + 7 - 2\sqrt{1} + \sqrt{50} - 7$$

$$= 2\sqrt{50} - 2 = 10\sqrt{2} - 2$$

۱۱۹. ساده‌ترین صورت عبارت  $2\sqrt{200} - 3\sqrt{27} + \sqrt{50} + 2\sqrt{75}$  برابر است با:

$25\sqrt{2} - 19\sqrt{3}$  (۴)

$25\sqrt{2} - \sqrt{3}$  (۳)

$25\sqrt{2} + \sqrt{3}$  (۲)

$25\sqrt{2} + 19\sqrt{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$2\sqrt{200} - 3\sqrt{27} + \sqrt{50} + 2\sqrt{75} =$$

$$2\sqrt{2 \times 100} - 3\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{25 \times 2} + 2\sqrt{25 \times 3} =$$

$$2 \times 10\sqrt{2} - 3 \times 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 2 \times 5\sqrt{3} =$$

از اعدادی که زیر رادیکال مربع کامل‌اند جذر گرفته شده و از زیر رادیکال خارج می‌شوند.

$$۲۰\sqrt{۲} - ۹\sqrt{۳} + ۵\sqrt{۲} + ۱۰\sqrt{۳}$$

$$۲۵\sqrt{۲} + \sqrt{۳}$$

اعدادی که  $\sqrt{۳}$  دارند، با هم و  $\sqrt{۲}$  ها را با هم جمع می‌کنیم:

۱۲۰. چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

(الف)  $(-۲^۴)^{-۳} = (-۲)^{-۱۲}$

(ج)  $\sqrt[۳]{۲} + \sqrt[۳]{۲} + \sqrt[۳]{۲} = \sqrt[۳]{۵۴}$

(ب)  $\frac{۶}{\sqrt{\frac{۳}{۲}}} = ۲\sqrt{۶}$

(د)  $-\sqrt[۳]{-۱۲۵} = ۵$

(۴) چهار مورد

(۳) سه مورد

(۲) دو مورد

(۱) یک مورد

پاسخ: گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست

$$(-۲^۴)^{-۳} = \frac{1}{(-۲^۴)^۳} = \frac{1}{-۲^{۱۲}} = -۲^{-۱۲}$$

(ب) درست

$$\frac{۶}{\sqrt{\frac{۳}{۲}}} \times \frac{\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{\sqrt{\frac{۳}{۲}}} = \frac{۶\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{\frac{۳}{۲}} = ۴\sqrt{\frac{۳}{۲}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۴\sqrt{۶}}{۲} = ۲\sqrt{۶}$$

(ج) درست

$$\sqrt[۳]{۲} + \sqrt[۳]{۲} + \sqrt[۳]{۲} = ۳ \times \sqrt[۳]{۲} = ۳\sqrt[۳]{۲} = \sqrt[۳]{۲۷ \times ۲} = \sqrt[۳]{۵۴}$$

(د) درست

$$-\sqrt[۳]{-۱۲۵} = -(-۵) = ۵$$

۱۲۱. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[۳]{۲۵} \times \sqrt[۳]{-۲۰}}{\sqrt[۳]{۳۰} \div \sqrt[۳]{۶۰}}$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{۱۰}$

(۳)  $\frac{1}{۱۰}$

(۲) ۱۰

(۱) -۱۰

پاسخ: گزینه ۱. با توجه به اینکه برای رادیکال‌ها با فرجهٔ یکسان می‌توانیم آن‌ها را در هم ضرب یا تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{\sqrt[۳]{۲۵} \times \sqrt[۳]{-۲۰}}{\sqrt[۳]{۳۰} \div \sqrt[۳]{۶۰}} = \frac{\sqrt[۳]{۲۵ \times (-۲۰)}}{\sqrt[۳]{\frac{۳۰}{۶۰}}}$$

$$\frac{\sqrt[۳]{۲۵ \times (-۲۰)}}{\sqrt[۳]{\frac{1}{۲}}} = \sqrt[۳]{\frac{۲۵ \times (-۲۰)}{\frac{1}{۲}}} = \sqrt[۳]{۲ \times ۲۵ \times (-۲۰)} = \sqrt[۳]{-۱۰۰۰} = -۱۰$$

۱۲۲. حاصل عبارت  $\sqrt{۲}(۲ + \sqrt{۲})\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۲}$  کدام است؟

(۴)  $۳\sqrt{۲}$

(۳)  $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{۲}(۲ + \sqrt{۲})\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۲} = (۲\sqrt{۲} + ۲)\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۲}$$

$$= \sqrt{(۲\sqrt{۲} + ۲)^۲ (۳ - ۲\sqrt{۲})} = \sqrt{(۸ + ۸\sqrt{۲} + ۴)(۳ - ۲\sqrt{۲})}$$



$$= \sqrt{24 - 16\sqrt{2} + 24\sqrt{2} - 32 + 12 - 8\sqrt{2}} =$$

$$\sqrt{24\sqrt{2} - 16\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 24 + 12 - 32} = \sqrt{4} = 2$$

۱۲۳. اگر  $x^{2-\sqrt{3}} = 2$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۴)  $4 \times (\sqrt{2})^2$

۳)  $4 \times 2\sqrt{3}$

۲)  $2 \times 2\sqrt{3}$

۱)  $4\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$x^{2-\sqrt{3}} = 2$$

دو طرف تساوی  
 $\xrightarrow{2+\sqrt{3}}$   $(x^{2-\sqrt{3}})^{2+\sqrt{3}} = 2^{2+\sqrt{3}}$   
 بتوان  $2+\sqrt{3}$

$$\Rightarrow x^{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = x^{2-(\sqrt{3})^2} = x^{2-3} = x^{-1} = x = 2^{2+\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = 2^2 \times 2\sqrt{3} = 4 \times 2\sqrt{3}$$

۱۲۴. اگر حاصل عبارت  $a + b\sqrt{2} + 2 - \sqrt{8} + \sqrt[3]{2^6}$  برابر ۶ باشد، مقدار  $a - b$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۴) ۲

۳) -۲

۲) ۱۱

۱) -۱

پاسخ: گزینه ۳

$$a + b\sqrt{2} + 2 - \sqrt{8} + \sqrt[3]{2^6} = 6 \Rightarrow a + b\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 2^2 = 6$$

$$\Rightarrow a + (b-2)\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a - b = -2$$

۱۲۵. جرم یک الکترون تقریباً  $9.1 \times 10^{-28}$  گرم و جرم یک اتم هیدروژن تقریباً  $1.7 \times 10^{-24}$  گرم است. جرم یک اتم هیدروژن چند برابر جرم یک الکترون است؟

۴)  $5.352 \times 10^4$

۳)  $5.352 \times 10^{-4}$

۲)  $1.87 \times 10^2$

۱)  $1.87 \times 10^3$

پاسخ: گزینه ۱ نسبت جرم اتم هیدروژن به جرم یک الکترون را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم یک اتم هیدروژن}}{\text{جرم یک الکترون}} = \frac{1.7 \times 10^{-24}}{9.1 \times 10^{-28}} =$$

$$\frac{17 \times 10^{-1} \times 10^{-24}}{91 \times 10^{-1} \times 10^{-28}} = \frac{17 \times 10^{-25}}{91 \times 10^{-29}} =$$

$$\frac{17 \times 10^{-25} \times 10^{29}}{91} = \left(\frac{17}{91}\right) \times 10^4 = 0.187 \times 10^4$$

$$= 1.87 \times 10^{-1} \times 10^4 = 1.87 \times 10^3$$

۱۲۶. اگر  $-1 < a < 0$  باشد بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $\{a, a^2, a^3, \dots, a^{100}\}$  کدام گزینه است؟

۴)  $a^{99}$

۳)  $a^2$

۲)  $a^{100}$

۱)  $a$

پاسخ: گزینه ۳ چون  $a$  عدی بین ۰ و -۱ است، پس کسری منفی است. باتوجه به نکته زیر داریم:

نکته: چون  $-1 < a < 0$  است، توان‌های فرد  $a$  اعدادی منفی و توان‌های زوج  $a$  اعدادی مثبت هستند و در بین توان‌های زوج  $a$  عدد  $a^2$  از بقیه بزرگ‌تر است.

نکته: ۱- اگر  $0 < a < 1$ ، هرچه توان  $a$  بزرگ‌تر باشد، عدد کوچک‌تر است.

۲- اگر  $-1 < a < 0$ ، هرچه توان  $a$  بزرگ‌تر باشد، عدد بزرگ‌تر است.





۱۲۷. حاصل  $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}-\sqrt{99}}$  برابر است با:

۱) -۹      ۲) ۱      ۳) ۱۱      ۴)  $\sqrt{99}$

پاسخ: گزینه ۳ با ضرب مزدوج، مخرج‌ها را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

و به همین ترتیب، مخرج بقیه کسرها را گویا می‌کنیم، پس عبارت به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{3}+\sqrt{2}) + (\sqrt{4}+\sqrt{3}) - (\sqrt{5}+\sqrt{4}) +$$

$$\dots + (\sqrt{100}+\sqrt{99}) = 1 + \sqrt{100} = 1 + 10 = 11$$

۱۲۸. اگر  $\sqrt{20} + \sqrt{45} = \sqrt{x}$ ، در این صورت  $x$  چه عددی است؟

۲۰۰ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۰۰ (۲)

۹۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا عبارت‌های رادیکالی را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{125}$$

$$\Rightarrow \sqrt{125} = \sqrt{x} \rightarrow x = 125$$

۱۲۹. کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) حاصل تقسیم ریشه‌های دوم هر عدد مثبت برابر ۱- است.

۳) هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد.

۲) نماد علمی عدد ۱۳۹۶۰۰۰، برابر با  $1.396 \times 10^5$  می‌باشد.

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^{-3} = -8 \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها

(گزینه ۱: درست است، مثال: ریشه‌های دوم عدد ۲۵ برابر ۵ و ۵- است، پس  $\frac{5}{-5} = -1$  (ریشه‌های دوم هر عدد با هم قرینه هستند

گزینه ۲: نادرست است، نماد علمی عدد ۱۳۹۶۰۰۰ به صورت  $1.396 \times 10^6$  است

گزینه ۳: درست است، هر عدد یک ریشه سوم دارد

گزینه ۴: درست است  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2)^3 = -8$

۱۳۰. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{-200} \times -\sqrt{5}}{3\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{75}}$  کدام است؟

- $\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا به طور جداگانه حاصل صورت و مخرج را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[3]{-200} \times (-\sqrt{5})}{3\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{75}} = \frac{\sqrt[3]{(-200) \times (-5)}}{3\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{3} + \sqrt{25 \times 3}} =$$



$$\frac{\sqrt[3]{1000}}{6\sqrt{3} - \sqrt{3} + 5\sqrt{3}} = \frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

حال مخرج  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۳۱. بین اعداد  $۲۷^{۱۵}$ ،  $۳^{۲۵}$ ،  $۳۲^۸$ ،  $۲^{۳۵}$ ، بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

۲<sup>۳۵</sup> (۴)

۳۲<sup>۸</sup> (۳)

۳<sup>۲۵</sup> (۲)

۲۷<sup>۱۵</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۱ برای مقایسه راحت‌تر اعداد توان‌دار، سعی می‌کنیم آنها را با پایه‌های برابر یا توان‌های برابر در نظر بگیریم:

$$۲۷^{۱۵} = (۳^۳)^{۱۵} = ۳^{۴۵}$$

$$۳۲^۸ = (۲^۵)^۸ = ۲^{۴۰}$$

$$۲^{۳۵} < ۲^{۴۰} \text{ و } ۳^{۲۵} < ۳^{۴۵}$$

حال چهار عدد  $۳^{۲۵}$ ،  $۳^{۴۵}$ ،  $۲^{۳۵}$ ،  $۲^{۴۰}$

حال کفایت دو عدد  $۲^{۴۰}$  و  $۳^{۴۵}$  را مقایسه کنیم که در واقع

$$۲^{۴۰} = (۲^۸)^۵ < ۳^{۴۵} = (۳^۹)^۵$$

۱۳۲. اگر  $۰ < y < x$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{\sqrt{x^r y} - \sqrt{x^r y^r}}{x\sqrt{y}} = ?$$

$y-1$  (۴)

$\frac{x+y}{x-1}$  (۳)

$1-y$  (۲)

$x-1$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا باتوجه به رابطه  $\sqrt{a^2} = |a|$  عبارت‌های زیررادیکال را خارج می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x^r y} - \sqrt{x^r y^r}}{x\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x^r} \sqrt{y} - \sqrt{x^r y^r} \sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{|x| \sqrt{y} - |xy| \sqrt{y}}{x\sqrt{y}}$$

حال باتوجه به اینکه  $۰ < y < x$  ( $x$  مقادیر منفی و  $y$  مقادیر مثبت دارد) آن‌ها را بدون نماد قدر مطلق می‌نویسیم:

$$\frac{-x\sqrt{y} - (-(xy))\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{-x\sqrt{y} + xy\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{-x\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} + \frac{xy\sqrt{y}}{x\sqrt{y}}$$

$$= -1 + y = y - 1$$

۱۳۳. کدام یک از تساوی‌های زیر صحیح است؟

$(-۷^۲)^{-۵} = ۷^{-۱۰}$  (۴)

$(-۷^۵)^{-۲} = ۷^{-۱۰}$  (۳)

$(-۷^۵)^۲ = -۷^{۱۰}$  (۲)

$(-۷^۲)^۵ = ۷^{۱۰}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست است.

$$(-۷^۲)^۵ = -۷^{۱۰}$$

گزینه ۲: نادرست است.

$$(-۷^۵)^۲ = +۷^{۱۰}$$

گزینه ۳: درست است.

$$(-۷^۵)^{-۲} = \frac{1}{(-۷^۵)^۲} = \frac{1}{۷^{۱۰}} = ۷^{-۱۰}$$

گزینه ۴: نادرست است.

$$(-v^2)^{-5} = \frac{1}{(-v^2)^5} = \frac{1}{-v^{10}} = -v^{-10}$$

۱۳۴. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\left( \frac{2^{-4} \div 3^4}{9^4 \div 9^2} \right)^{-1} = ?$$

۱۰ [۴]

۰٫۱ [۳]

۰٫۰۱ [۲]

۱۰۰ [۱]

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا حاصل داخل پرانتز را به دست می آوریم:

$$\frac{2^{-4} \div 3^4}{9^4 \div 9^2} = \frac{\frac{1}{2^4} \div 3^4}{\left(\frac{9}{10}\right)^{-2} \div (3^2)^2} = \frac{\frac{1}{2^4} \times \frac{1}{3^4}}{\left(\frac{10}{9}\right)^2 \times \frac{1}{3^4}} =$$

$$\frac{\frac{1}{2^4}}{\left(\frac{10}{9}\right)^2} = \frac{1}{2^4} \times \frac{9^2}{10^2} = \frac{1}{2^4} \times \frac{81}{100} = \frac{1}{100} \Rightarrow \left(\frac{1}{100}\right)^{-1} = 100$$

۱۳۵. اگر  $4^x = 5$  و  $4^y = 125$  باشد، مقدار  $\frac{x+y}{y-x}$  کدام است؟

-۱ [۴]

-۲ [۳]

۲ [۲]

۴ [۱]

پاسخ: گزینه ۲

$$(4^x)^y = 5^y \Rightarrow 4^{xy} = 4^y \Rightarrow xy = y$$

$$\frac{x+y}{y-x} = \frac{x+3x}{3x-x} = \frac{4x}{2x} = 2$$

۱۳۶. ساده شده عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{5} \div \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{25}} = ?$$

$\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$  [۴]

$\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$  [۳]

$\frac{\sqrt[3]{5}}{4}$  [۲]

$\frac{\sqrt[3]{20}}{2}$  [۱]

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{5} \div \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{25}} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{5}}{5} \times \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{5 \sqrt[3]{4}} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{5} \sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

حال مخرج عبارت به دست آمده را گویا می کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$$

۱۳۷. جواب معادله  $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2-5x}$  کدام است؟

$\frac{1}{3}$  [۴]

$-\frac{1}{7}$  [۳]

$-\frac{5}{3}$  [۲]

$\frac{5}{3}$  [۱]

پاسخ: گزینه ۱ باید پایه ها را برابر کنیم که برای این کار، پایه عبارت  $\left(\frac{5}{2}\right)^{2-5x}$  را با توان  $-1$  می نویسیم:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right)^{2-5x}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{5x-2}$$

پایه ها برابرند پس توان ها هم باید برابر باشند.

$$2x + 3 = 5x - 2 \rightarrow -3x = -5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

۱۳۸. اگر حجم یک مکعب  $125a^3$  باشد، قطر قاعده مکعب برابر کدام است؟

$5\sqrt{2a}$  (۴)

$2\sqrt{5a}$  (۳)

$5\sqrt{2a^2}$  (۲)

$2\sqrt{5a}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ حجم مکعبی به ضلع  $a$  برابر است با  $a^3$ ، در نتیجه برای به دست آوردن ضلع مکعب با داشتن حجم آن کافی است، از مقدار حجم آن ریشه سوم بگیریم.

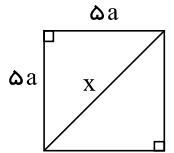
$$\sqrt[3]{125a^3} = 5a$$

پس ضلع مکعب برابر  $5a$  است، حال باتوجه به رابطه فیثاغورس قطر قاعده آن را به دست می آوریم.

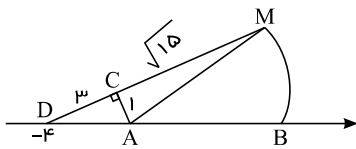
$$(\Delta a)^2 + (\Delta a)^2 = x^2$$

$$25a^2 + 25a^2 = x^2$$

$$\Rightarrow 50a^2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{50a^2} = 5\sqrt{2a}$$



۱۳۹. در شکل زیر به مرکز  $A$  و شعاع  $AM$  کمانی زده ایم تا محور را در نقطه  $B$  قطع کند. نقطه  $B$  چه عددی را نشان می دهد؟  $CM = \sqrt{15}$  و  $CD = 3$



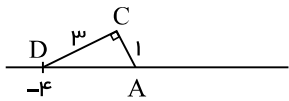
$\sqrt{10} + \sqrt{15}$  (۴)

$\sqrt{10}$  (۳)

$8 + \sqrt{10}$  (۲)

$-4 + \sqrt{10}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا باتوجه به شکل زیر محل قرار گرفتن نقطه  $A$  را به دست می آوریم.



مثلث  $ADC$  قائم الزاویه است، پس بنا بر رابطه فیثاغورس داریم:

$$\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2$$

$$1^2 + 3^2 = \overline{AD}^2 \Rightarrow \overline{AD}^2 = 10 \Rightarrow \overline{AD} = \sqrt{10}$$

پس نقطه  $A$  در  $-4 + \sqrt{10}$  قرار گرفته است. حال اندازه وتر  $\overline{AM}$  را در مثلث قائم الزاویه  $ACM$  به دست می آوریم.

$$\overline{AC}^2 + \overline{CM}^2 = \overline{AM}^2 \Rightarrow 1^2 + \sqrt{15}^2 = \overline{AM}^2 \Rightarrow \overline{AM}^2 = 16 \Rightarrow \overline{AM} = 4$$

حال باتوجه به اینکه  $AM = AB$ ، برای به دست آوردن نقطه  $B$  کافیت، از نقطه  $A$  چهار واحد به جلوتر برویم.

$$-4 + \sqrt{10} + 4 = \sqrt{10}$$

۱۴۰. اگر  $\sqrt{18a^3b^8}$  عدد حقیقی باشد راه حل دو دانش آموز را در نظر بگیرید:

روش مهدی:  $\sqrt{18a^3b^8} = 3|a|b^4\sqrt{2a}$  روش علی:  $\sqrt{18a^3b^8} = 3|a|b^4\sqrt{2a}$

روش مهدی:  $\sqrt{18a^3b^8} = 3ab^4\sqrt{2a}$

(۴) هیچ کدام از دو روش درست نیست.

(۳) فقط روش مهدی درست است.

(۲) فقط روش علی درست است.

(۱) هر دو روش درست است.

پاسخ: گزینه ۱ روش هر دو درست است. چون در صورت سوال گفته که  $\sqrt{18a^3b^8}$  عدد حقیقی است و چون عبارت  $b^8$  نامنفی است پس قطعاً  $a$  باید نامنفی باشد، بنابراین وجود قدرمطلق تاثیری در جواب ندارد، بنابراین روش علی و مهدی درست است.

۱۴۱. ساده شده عبارت روبه رو در کدام گزینه آمده است؟

$$(13\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16}) + (2\sqrt{8} - \sqrt{32}) = ?$$

$6\sqrt[3]{4}$  (۴)

$\sqrt[3]{6}$  (۳)

$3\sqrt[3]{2}$  (۲)

$\sqrt[3]{18}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$(13\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16}) + (2\sqrt{8} - \sqrt{32})$$

$$= (13\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{8 \times 2}) + (2\sqrt{4 \times 2} - \sqrt{16 \times 2})$$

۱۴۲. حاصل عبارت را با نماد علمی بنویسید.  $\frac{0,۱۲۵^۳ \times 0,۴^۶}{۸^۲ \times ۱۰^{-۳}}$

- ۱  $۱,۲۵ \times ۱۰^{-۴}$       ۲  $0,۱۲۵ \times ۱۰^۳$       ۳  $0,۲۵ \times ۱۰^{-۲}$       ۴  $۲,۵ \times ۱۰^{-۳}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{0,۱۲۵^۳ \times 0,۴^۶}{۸^۲ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{(۱۲۵ \times ۱۰^{-۳})^۳ \times (۴ \times ۱۰^{-۱})^۶}{۸^۲ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱۲۵^۳ \times ۴^۶ \times ۱۰^{-۹} \times ۱۰^{-۶} \times ۴^۶}{۶۴ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱۲۵^۳ \times ۴^۱۲ \times ۱۰^{-۱۵}}{۶۴ \times ۱۰^{-۳}} = ۵۰۰^۳ \times ۱۰^{-۱۲} = ۵^۳ \times ۱۰۰^۳ \times ۱۰^{-۱۲} = ۱۲۵ \times (۱۰^۲)^۳ \times ۱۰^{-۱۲} = ۱۲۵ \times ۱۰^{-۶} = ۱,۲۵ \times ۱۰^{-۴}$$

۱۴۳. حاصل عبارت مقابل کدام است:

$$\frac{(\sqrt{۸} - \sqrt{۲})(\sqrt{۳۲} + \sqrt{۱۸})}{(\sqrt{۱۸} + \sqrt{۲})(\sqrt{۳۲} - \sqrt{۸})} = \frac{\frac{۸}{۹}}{\frac{۹}{۸}} = \frac{۸}{۹} \times \frac{۹}{۸} = ۱$$

پاسخ: گزینه ۱ باید حاصل را به ساده‌ترین صورت بنویسیم:

$$\frac{(\sqrt{۴ \times ۲} - \sqrt{۲})(\sqrt{۱۶ \times ۲} + \sqrt{۹ \times ۲})}{(\sqrt{۹ \times ۲} + \sqrt{۲})(\sqrt{۱۶ \times ۲} - \sqrt{۴ \times ۲})} = \frac{(۲\sqrt{۲} - \sqrt{۲})(۴\sqrt{۲} + ۳\sqrt{۲})}{(۳\sqrt{۲} + \sqrt{۲})(۴\sqrt{۲} - ۲\sqrt{۲})} = \frac{(\sqrt{۲})(۷\sqrt{۲})}{(۴\sqrt{۲})(۲\sqrt{۲})} = \frac{۷}{۸}$$

۱۴۴. حاصل عبارت  $\frac{۱۰^{۱۰۰} + ۱۰^{۹۹} + ۱۰^{۹۸} + \dots + ۱۰^۶ + ۱۰^۵}{۱ + ۱۰ + ۱۰^۲ + ۱۰^۳ + \dots + ۱۰^{۹۴} + ۱۰^{۹۵}}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱  $۱۰۰۰۰۰$       ۲  $۱۰^۶$       ۳  $۱۰^۷$       ۴  $۱۰۰۰۰۰۰۰$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا ترتیب قرار گرفتن حاصل جمع مربوط به صورت کسر را برعکس می‌نویسیم:

$$\frac{۱۰^۵ + ۱۰^۶ + ۱۰^۷ + \dots + ۱۰^{۹۸} + ۱۰^{۹۹} + ۱۰^{۱۰۰}}{۱ + ۱۰ + ۱۰^۲ + ۱۰^۳ + \dots + ۱۰^{۹۴} + ۱۰^{۹۵}} = \frac{(۱ - ۱۰)(۱۰^۵ + ۱۰^۶ + ۱۰^۷ + \dots + ۱۰^{۱۰۰})}{(۱ - ۱۰)(۱ + ۱۰ + ۱۰^۲ + ۱۰^۳ + \dots + ۱۰^{۹۴} + ۱۰^{۹۵})} = \frac{(۱۰^۵ + 10^6 + 10^7 + \dots + 10^{100}) - (10^6 + 10^7 + 10^8 + \dots + 10^{101})}{(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{94} + 10^{95})(10 + 10^2 + \dots + 10^{96})} = \frac{۱۰^۵ - ۱۰^{۱۰۱}}{۱ - ۱۰^{۹۶}} = \frac{۱۰^۵(1 - 10^{۹۶})}{1 - 10^{۹۶}} = ۱۰^۵ = ۱۰۰۰۰۰$$

صورت و مخرج را در  $(۱ - ۱۰)$  ضرب می‌کنیم:

۱۴۵. حاصل ساده شده عبارت  $\frac{\sqrt{۱۰} + \sqrt{۴۰} + \sqrt{۹۰} + \sqrt{۱۶۰}}{\sqrt{۵۰} + \sqrt{۹۸} + \sqrt{۱۲۸}}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱  $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$       ۲  $\sqrt{۵}$       ۳  $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$       ۴  $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{4 \times 10} + \sqrt{9 \times 10} + \sqrt{16 \times 10}}{\sqrt{25 \times 2} + \sqrt{49 \times 2} + \sqrt{64 \times 2}} = \frac{\sqrt{10} + 2\sqrt{10} + 3\sqrt{10} + 4\sqrt{10}}{5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 8\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\cancel{10} \sqrt{10}}{\cancel{2} \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

۱۴۶. اگر  $2^a = \frac{7^a \times 14^9}{7^4 \div 7^6}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱) ۷      ۲) -۱۱      ۳) -۷      ۴) ۹

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا  $14^9$  در صورت را تجزیه می‌کنیم:  $14^9 = (2 \times 7)^9 = 2^9 \times 7^9$

$$\frac{7^a \times 7^9 \times 2^9}{7^4 \div 7^6} = 2^9 \Rightarrow \frac{7^a \times 7^9 \times \cancel{2^9}}{7^{-2}} = \cancel{2^9}$$

$$\Rightarrow \frac{7^{a+9}}{7^{-2}} = 1 \Rightarrow 7^{a+9} = 7^{-2}$$

در تساوی بالا پایه‌ها برابر هستند، پس توان‌ها نیز باید برابر باشند.

$$a + 9 = -2 \Rightarrow a = -11$$

۱۴۷. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{3}+3}{1-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}-3}{1+\sqrt{3}}$  کدام است؟

- ۱) -۶      ۲)  $-4\sqrt{3}$       ۳)  $6+4\sqrt{3}$       ۴)  $-6-4\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱ مخارج مشترک می‌گیریم و حاصل را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{3}+3}{1-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}-3}{1+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+3)(1+\sqrt{3}) - (\sqrt{3}-3)(1-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{\cancel{\sqrt{3}} + 3 + 3 + 3\sqrt{3} - \cancel{\sqrt{3}} + 3 + 3 - 3\sqrt{3}}{1-3} = \frac{12}{-2} = -6$$

۱۴۸. در بین اعداد  $30^{100}$ ،  $6^{200}$ ،  $5^{301}$  و  $2^{400}$ ؛ بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

- ۱)  $30^{100}$       ۲)  $5^{301}$       ۳)  $2^{400}$       ۴)  $6^{200}$

پاسخ: گزینه ۲ برای مقایسه راحت‌تر اعداد توان‌دار، آنها را به پایه‌های برابر یا توان‌های برابر تبدیل می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} 30^{100} \\ 5^{301} = (5^3)^{100} \times 5^1 = 125^{100} \times 5 \\ 2^{400} = (2^4)^{100} = 16^{100} \\ 6^{200} = (6^2)^{100} = 36^{100} \end{array} \right\} \Rightarrow 16 < 30 < 36 < 125 \Rightarrow 16^{100} < 30^{100} < 36^{100} < 5 \times 125^{100}$$

۱۴۹. حاصل عبارت  $A$  کدام است؟

$$A = (2^{-17} + 2^{15} \times 4^{-10} \div 16^3 + 2^0) \div \frac{1}{2^{-16} - 1}$$

- ۱)  $\frac{1-2^{32}}{2^{32}}$       ۲)  $\frac{1}{2^{32}}$       ۳)  $\frac{2^{-16}+1}{2^{-16}-1}$       ۴)  $\frac{2^{-18}-1}{2^{-16}-1}$

پاسخ: گزینه ۳

$$A = (2^{-17} + 2^{15} \times 4^{-10} \div 16^3 + 2^0) \div \frac{1}{2^{-16} - 1}$$

باتوجه به اولویت در پرانتز، ضرب، تقسیم، جمع و تفریق به صورت زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا از ضرب داخل پرانتز شروع می‌کنیم:

$$2^{15} \times 4^{-10} = 2^{15} \times 2^{-20} = 2^{-5}$$

سپس عمل تقسیم را انجام می‌دهیم.

$$2^{-5} \div 16^3 = 2^{-5} \div 2^{12} = 2^{-5} \div 2^{12} = 2^{-17}$$

از طرفی  $2^0 = 1$  پس داریم:

$$2^{-17} + 2^{-17} + 1 = 2^{-17}(1+1) + 1 = (2^{-17} \times 2) + 1 = 2^{-16} + 1$$

در نتیجه:

$$A = (2^{-16} + 1) \div \frac{1}{2^{-16} - 1} \Rightarrow \frac{2^{-16} + 1}{2^{-16} - 1}$$

۱۵۰. کدام عبارت صحیح است؟

۱) عدد  $1,1\bar{6}$ ، عددی گنگ است.

۲) نماد علمی عدد  $\frac{14,5 \times 10^{-6}}{29 \times 10^{-19}}$  برابر با  $5 \times 10^{12}$  است.

۳) محل برخورد عمودمنصف‌های هر مثلث، همیشه درون مثلث قرار دارد.

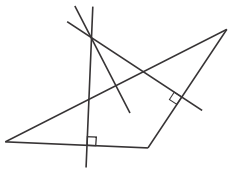
۴) دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابرند، هرگاه هر عضو  $A$ ، عضوی از  $B$  باشد.

پاسخ: گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: عدد  $1,1\bar{6}$  عدد اعشاری متناوب و عددی گویا است.

$$\text{گزینه ۲: } \frac{145 \times 10^{-1} \times 10^{-6}}{29 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{-7} \times 10^{19} = 5 \times 10^{12}$$

گزینه ۳: همیشه اینگونه نیست و ممکن است، محل برخورد عمودمنصف‌ها بیرون مثلث یا روی وتر باشد.



گزینه ۴: دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابرند، هرگاه هر عضو  $A$  عضوی از  $B$  و هر عضو  $B$  عضوی از  $A$  باشد.

اگر هر عضو  $A$  عضوی از  $B$  باشد، نتیجه می‌گیریم:  $A \subseteq B$ .

۱۵۱. حاصل عبارت  $A$  کدام است؟

$$A = \frac{(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}) \dots (\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{300})}{5\sqrt[3]{2}}$$

۱) صفر

۲)  $5\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{300}$

۳)  $\frac{\sqrt[3]{4}}{10}$

۴)  $\frac{300}{5\sqrt[3]{2}}$

پاسخ: گزینه ۱. باتوجه به اینکه در صورت کسر مقدار  $(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{250})$  وجود دارد:

$$5\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{125 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{2} = 0$$

و حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر صفر است.

۱۵۲. حاصل  $\frac{1}{1 - \frac{1}{1-3^{-1}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1-3^{-1}}}$  برابر است با:

۱)  $\frac{8}{5}$

۲)  $-\frac{8}{5}$

۳) صفر

۴)  $\frac{12}{5}$

پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر  $a$  عدد حقیقی و  $n$  عدد طبیعی باشد، داریم:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1-\frac{1}{3}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1-\frac{1}{3}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}} + \frac{1}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{5}{2}}$$

$$= -2 + \frac{2}{5} = -\frac{10}{5} + \frac{2}{5} = -\frac{8}{5}$$

۱۵۳. حاصل عبارت  $\sqrt{63} + 2\sqrt{343} - \sqrt{28}$  برابر است با:

۱)  $15\sqrt{7}$

۲)  $9\sqrt{7}$

۳)  $19\sqrt{7}$

۴)  $5\sqrt{7}$

پاسخ:  $\sqrt{63} + 2\sqrt{343} - \sqrt{28} = 3\sqrt{7} + 2 \times 7\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 15\sqrt{7}$

۱۵۴. کدام گزینه در مورد  $x = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5}}{7}$  و  $z = \frac{\sqrt{35}}{5}$  صحیح است؟

- ۱  $z < y < x$      
  ۲  $z < x < y$      
  ۳  $y < x < z$      
  ۴  $y < z < x$

پاسخ: گزینه ۴ هر کدام را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$z^2 = \frac{35}{25} = \frac{7}{5}, y^2 = \frac{5}{49}, x^2 = \frac{7}{4}$$

حال آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم و می‌بینیم:

$$x^2 > z^2 > y^2$$

از آن جایی که هر ۳ عدد مثبت هستند پس داریم:

$$x > z > y$$

۱۵۵. حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$3^{-2^3} \times 3^{-3^2} \times (3^3)^2 =$$

- ۱  $3^7$      
  ۲  $3^{3^2}$      
  ۳  $3^{-11}$      
  ۴  $3^{-6}$

پاسخ: گزینه ۳ با دقت به قوانین توان محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$3^{-2^3} \times 3^{-3^2} \times (3^3)^2 = 3^{-8} \times 3^{-9} \times 3^6 = 3^{-11}$$

۱۵۶. حاصل کسر  $\frac{\sqrt[5]{(a+b)^5}}{\sqrt[4]{(a+b)^4}}$  اگر  $a, b < 0$  باشد، کدام گزینه است؟

- ۱  $1$      
  ۲  $-1$      
  ۳  $a+b$      
  ۴  $-(a+b)$

پاسخ: گزینه ۲ یادآوری:

$$\sqrt[n]{x^{rn}} = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \\ |x| & x \text{ خیر نداریم} \end{cases}$$

می‌دانیم  $a < 0$ ,  $b < 0$  هستند پس طبق یادآوری بالا داریم:

$$\frac{\sqrt[5]{(a+b)^5}}{\sqrt[4]{(a+b)^4}} = \frac{(a+b)}{-(a+b)} = -1$$

(هنگامی که  $a$  و  $b$  منفی مجموع آن‌ها نیز منفی خواهد بود.)

۱۵۷. اگر  $27^x = 243$  آنگاه  $x$  برابر است با:

- ۱  $4$      
  ۲  $\frac{5}{3}$      
  ۳  $\frac{3}{2}$      
  ۴  $\frac{3}{5}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا تجزیه می‌کنیم:

$$27^x = 243 \rightarrow (3^3)^x = 3^5 \rightarrow 3^{3x} = 3^5$$

حالا معادله توانی را حل می‌کنیم:

$$3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

۱۵۸. عدد  $\underbrace{5^y + 5^y + \dots + 5^y + 5^y}_{16 \text{ بار}}$  چند صفر در سمت راست خود دارد؟

- ۱  $16$      
  ۲  $7$      
  ۳  $11$      
  ۴  $4$

پاسخ: گزینه ۴ جمع را به ضرب تبدیل می‌کنیم: داریم:

$$5^y + 5^y + \dots + 5^y = 16 \times 5^y = 2^4 \times 5^y = 5^3 \times 2^4 \times 5^y = 5^3 \times 10^4 = 1250000$$

۱۵۹. اگر  $10^{2x-1} = 5$  باشد، آن‌گاه مقدار  $\frac{(100)^{x+1}}{100}$  را بیابید.

- ۱  $5$      
  ۲  $500$      
  ۳  $50$      
  ۴  $100$





پاسخ: گزینه ۳ فرض سوال را به شکل بهتری می‌نویسیم:

$$10^{2x-1} = 5 \rightarrow 10^{2x} \div 10 = 5 \rightarrow 10^{2x} = 10 \times 5 \rightarrow 10^{2x} = 50$$

حالا به سراغ صورت سوال می‌رویم:

$$\frac{(100)^{x+1}}{100} = \frac{(10^2)^{x+1}}{10^2} = \frac{10^{2x+2}}{10^2} = 10^{2x+2-2} = 10^{2x} = 50$$

۱۶۰. حاصل عبارت  $\frac{2^{1397} + 2^{1396} + 2^{1395}}{2^{1396}}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{3}{7}$      
  ۲     
  ۳  $\frac{7}{2}$      
  ۴ ۳

پاسخ: گزینه ۳ فاکتورگیری استفاده می‌کنیم:

$$\frac{2^{1397} + 2^{1396} + 2^{1395}}{2^{1396}} = \frac{2^{1395}(2^2 + 2 + 1)}{2^{1396}} = \frac{4 + 2 + 1}{2} = \frac{7}{2}$$

۱۶۱. نماد علمی عدد زیر چیست؟

$$\frac{4000 \times 12,3}{24 \times 125}$$

- ۱  $1,64 \times 10^{-1}$      
  ۲  $16,4$      
  ۳  $1,64 \times 10$      
  ۴  $16,4 \times 10^{-1}$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم سپس به صورت نماد علمی می‌نویسیم:

$$\frac{4000 \times 12,3}{24 \times 125} = \frac{4 \times 10^3 \times 12,3}{24 \times 125} = \frac{4 \times 12,3}{24 \times 125} = \frac{4 \times 12,3}{24 \times 125} = 16,4 \rightarrow 1,64 \times 10$$

۱۶۲. حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{9^{n+1} \times 5^{2n+1}}{225^n}$$

- ۱ ۵     
  ۲ ۹     
  ۳ ۴۵     
  ۴ ۱۵

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا اعداد را به صورت توان‌دار می‌نویسیم سپس ساده می‌کنیم:

$$\frac{9^{n+1} \times 5^{2n+1}}{225^n} = \frac{(3^2)^{n+1} \times 5^{2n+1}}{(15^2)^n} = \frac{3^{2n+2} \times 5^{2n+1}}{15^{2n}} = \frac{3^{2n+2} \times 5^{2n+1}}{3^{2n} \times 5^{2n}} = 3^2 \times 5 = 45$$

۱۶۳. حاصل عبارت روبه‌رو به صورتی که عدد توان‌دار برابر است با:

$$\frac{729 \times 196}{216 \times 225}$$

- ۱  $(\frac{7}{5})^2$      
  ۲  $(\frac{21}{10})^2$      
  ۳  $\frac{3 \times 13^2}{2^3 \times 5^2}$      
  ۴  $\frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{729 \times 196}{216 \times 225} = \frac{3^6 \times 14^2}{6^3 \times 15^2} = \frac{3^6 \times 2^2 \times 7^2}{2^3 \times 3^3 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3^6 \times 2^2 \times 7^2}{3^5 \times 2^3 \times 5^2} = \frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2}$$

از آنجایی که سوال  $\frac{2}{3}$  عبارت بالا را خواسته در  $\frac{2}{3}$  ضرب می‌کنیم:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2} = \frac{7^2}{5^2} = (\frac{7}{5})^2$$

در هر یک از پرسش‌های زیر گزینهٔ درست را انتخاب کنید.

پاسخ:



۱۶۴. حاصل عبارت  $3^{-2} - \frac{2^0}{3}$  کدام گزینه است؟

$\frac{26}{3}$  (۴)

$\frac{2}{9}$  (۳)

$\frac{5}{9}$  (۲)

$\frac{25}{3}$  (۱)

پاسخ:  $\frac{2^0}{3} - 3^{-2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{3-1}{9} = \frac{2}{9}$

۱۶۵. در  $a$  و  $b$  اعداد گویا باشند و خلاصه شده عبارت  $\left| \frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3-\sqrt{5}} \right|$  برابر با  $a + b\sqrt{5}$  باشد، در این صورت  $a + b$  چند است؟

۲ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ هر کسر را جداگانه گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} = \dots = \frac{5+2\sqrt{5}}{-1}$$

$$\frac{4}{3-\sqrt{5}} \dots = 3 + \sqrt{5}$$

$$= \left| \frac{5+2\sqrt{5}}{-1} \right| - |3 + \sqrt{5}| = 5 + 2\sqrt{5} - 3 - \sqrt{5}$$

$$= 2 + \sqrt{5} = a + b\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow a + b = 3$$

۱۶۶. اگر  $M = 3^{3^2}$  باشد، حاصل  $M^2$  کدام است؟

$3^{1^9}$  (۴)

$3^{3^8}$  (۳)

$3^{3^6}$  (۲)

$3^{3^6}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$81(3^{3^6})^2 = 3^6(3^{1^6})^2 = 3^6 \times 3^{3^2} = 3^{3^6}$$

۱۶۷. ترتیب اعداد  $(-2)^{21}$ ،  $(-\frac{27}{8})^9$  و  $(-\frac{1}{15})^2$  از کوچک به بزرگ کدام است؟

(۱)  $(-\frac{1}{15})^2 < (-\frac{27}{8})^9 < (-2)^{21}$  (۲)  $(-\frac{27}{8})^9 < (-2)^{21} < (-\frac{1}{15})^2$  (۳)  $(-2)^{21} < (-\frac{1}{15})^2 < (-\frac{27}{8})^9$  (۴)  $(-2)^{21} < (-\frac{27}{8})^9 < (-\frac{1}{15})^2$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا  $(-\frac{27}{8})^9$  را ساده‌تر می‌کنیم.

$$\left(-\frac{27}{8}\right)^9 = \left(\left(-\frac{3}{2}\right)^3\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^{21}$$

برای دو عدد  $(-2)^{21}$  و  $(-\frac{3}{2})^{21}$ ، توان‌ها فرد و پایه  $a < 0$  هستند پس هرچه پایه بزرگ‌تر باشد، عدد کوچک‌تر است. پس  $(-\frac{3}{2})^{21} < (-2)^{21}$  و اگر  $a < 0$  باشد، حاصل

هر عدد توان زوج بزرگ‌تر از حاصل هر عدد توان فرد است، پس:

$$(-2)^{21} < \left(-\frac{3}{2}\right)^{21} < \left(-\frac{1}{15}\right)^2 \Rightarrow (-2)^{21} < \left(-\frac{27}{8}\right)^9 < \left(-\frac{1}{15}\right)^2$$

۱۶۸. حاصل  $5^9 - 5^8 + 1250000$  با کدام گزینه برابر است؟

۱۲۰۰۰۵ (۴)

$5^7 \times 2^6$  (۳)

$5^6 \times 6^3$  (۲)

$5^7 \times 6^2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$5^9 - 5^8 + 1250000 = 5^9 - 5^8 + 5^7 \times 2^6 = 5^7 \underbrace{(5^2 - 5 + 2^6)}_{36} = 5^7 \times 6^2$$

۱۶۹. شکل مقابل از ۷ مربع مساوی کنار هم تشکیل شده است. مساحت کل این شکل ۵۶۷ سانتی متر مربع است. محیط کل برابر است با:



۵۶۷ (۲)

۸۱ (۴)

۱۴۴ (۱)

۱۲۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \text{ضلع هر مربع} = \sqrt{81} = 9 \\ \text{طول مستطیل} = 9 \times 7 = 63 \\ \text{عرض مستطیل} = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow P = (9 + 63) \times 2 = 144$$

۱۷۰. حاصل عبارت  $\frac{10}{3} \sqrt{\frac{18}{25}} \div \frac{2}{9} \sqrt{\frac{3}{125}}$  کدام است؟

۳۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{\frac{10}{3} \sqrt{\frac{18}{25}}}{\frac{2}{9} \sqrt{\frac{3}{125}}} = 15 \sqrt{\frac{18 \times 125}{3 \times 25}} = 15 \sqrt{30}$$

۱۷۱. اگر  $x < 0$  باشد، حاصل  $2\sqrt{x^3} + \sqrt{x^6}$  کدام است؟

-۳x (۴)

-x (۳)

x (۲)

۳x (۱)

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم اگر  $x < 0$  باشد  $|x| = -x$  خواهد بود پس:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x^6} = |x| = -x \\ \sqrt{x^3} = x \end{array} \right\} \Rightarrow 2\sqrt{x^3} + \sqrt{x^6} = 2x - x = x$$

۱۷۲. حاصل عبارت  $a^2 \left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\right]$  به‌ازاء  $a = \sqrt{3}$  و  $b = \sqrt{2}$  چه قدر است؟

-۱ (۴)

$\frac{5}{3}$  (۳)

$\frac{3}{5}$  (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\right] a^2 = \left[1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right] a^2 = \left[1 - \frac{b^2}{a^2}\right] a^2 = a^2 - b^2 = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 1$$

۱۷۳. اگر  $A = 5^{4k+1}$  و  $B = 25^{2k}$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$B = 3A$  (۴)

$A = 3B$  (۳)

$A = 5B$  (۲)

$B = 5A$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} A = 5^{4k} \times 5 \\ B = 25^{2k} = (5^2)^{2k} = 5^{4k} \end{array} \right\} \Rightarrow A = B \times 5$$

۱۷۴. حاصل سه برابر عبارت  $\frac{3^3 + 3^4 + 3^5 + \dots + 3^9}{3^{-4} + 3^{-5} + 3^{-6} + \dots + 3^{-10}}$  کدام است؟

$3^{14}$  (۴)

$3^{13}$  (۳)

$3^8$  (۲)

$3^7$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{3^3(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^6)}{3^{-10}(3^6 + 3^5 + \dots + 1)} = \frac{3^3}{3^{-10}} = 3^{13} \xrightarrow{\times 3} 3^{14}$$

۱۷۵. مقدار کدام عدد با بقیه متفاوت است؟

$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$  (۴)

$\frac{-\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{-27}}$  (۳)

$\frac{\sqrt[3]{8}}{3}$  (۲)

$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{9}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۱)  $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

گزینه ۲)  $\frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2}{3} \times \sqrt{2}$

گزینه ۳)  $\frac{-\sqrt[3]{8}}{\sqrt{-27}} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

گزینه ۴)  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = 2\sqrt{\frac{2}{18}} = 2\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{2}{3}$

۱۷۶. مقدار  $x$  در عبارت زیر چند است؟

$$\frac{2^{2x}}{6} = (0.75)^{-1} \times 2^x$$

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲

طرفین تساوی را به پایه‌های مساوی تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{2^{2x}}{2 \times 3} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \times 2^x$$

پایه‌ها مساوی است توان‌ها باید با یکدیگر برابر باشند.  $\rightarrow \frac{2^{2x-1}}{3} = \frac{4}{3} \times 2^x \rightarrow 2^{2x-1} = 2^2 \times 2^x = 2^{2+x} \rightarrow$

$$2x - 1 = 2 + x \rightarrow x = 3$$

۱۷۷. اگر  $A = 10^{-27} \times 6$  و  $B = 3 \times 10^{-12}$  و  $C = 2 \times 10^{-8}$  باشد، کدام گزینه از همه کوچک‌تر است؟

۱) نسبت  $A$  به  $BC$

۲) نسبت  $\frac{2}{3}$  به  $C$

۳) ثلث نسبت  $A$  به  $B$

۴) نصف نسبت  $A$  به  $B$

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۱)  $\frac{A}{B} = \frac{10^{-27} \times 6}{3 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^{-15} \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 10^{-15}$

گزینه ۲)  $\frac{A}{C} = \frac{10^{-27} \times 6}{2 \times 10^{-8}} = 3 \times 10^{-19} \xrightarrow{\times \frac{1}{3}} 10^{-19}$

گزینه ۳)  $\frac{B}{C} = \frac{3 \times 10^{-12}}{2 \times 10^{-8}} = \frac{3}{2} \times 10^{-4} \xrightarrow{\times \frac{2}{3}} 10^{-4}$

گزینه ۴)  $\frac{A}{BC} = \frac{6 \times 10^{-27}}{2 \times 3 \times 10^{-8} \times 10^{-12}} = 10^{-7}$

۱۷۸. مقدار  $\sqrt{3}\square - \square^2$  با توجه به عبارت زیر چند است؟

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{72} + 2\sqrt{6}}{\sqrt{2}(\square + (2\sqrt{2})^2)} = 1$$

۱) ۱۲

۲) ۳

۳) ۱۸

۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

صورت کسر:  $\frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \times 3 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}(\square + (2\sqrt{2})^2)} = 2\sqrt{2}(1 + 3 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{2}(4 + \sqrt{3}) \Rightarrow 2\sqrt{2}(4 + \sqrt{3}) = \sqrt{2}(\square + (2\sqrt{2})^2)$   
 $\rightarrow 8 + 2\sqrt{3} = \square + 8 \rightarrow \square = \sqrt{12}$



$$\sqrt{3}\square - \square^2 = 6 - 12 = -6$$

۱۷۹. نسبت ریشه دوم مثبت عدد  $10^5 \times 81$  به ریشه سوم عدد  $10^8 \times 27$  کدام گزینه است؟

- ۱) +۳     
  ۲) -۳     
  ۳)  $\frac{3}{100}$      
  ۴)  $-\frac{3}{100}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt[2]{81 \times 10^5} = \sqrt[2]{81 \times 10^4} = 9 \times 10^2$$

$$\sqrt[3]{-27 \times 10^8} = -\sqrt[3]{27 \times 10^6} = -\sqrt[3]{27 \times 10^6} = -3 \times 10^2 \rightarrow \frac{9 \times 10^2}{-3 \times 10^2} = -3$$

۱۸۰. مجموعه  $\{8^{11}, 32^7, \sqrt{64^{11}}, 2^{35}\}$  چند عضو دارد؟

- ۱) ۴     
  ۲) ۳     
  ۳) ۲     
  ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا سعی می‌کنیم اعداد داخل مجموعه را به شکل ساده‌تری مشخص کنیم:

$$8^{11} = (2^3)^{11} = 2^{33}$$

$$32^7 = (2^5)^7 = 2^{35}$$

$$\sqrt{64^{11}} = \sqrt{(2^6)^{11}} = \sqrt{2^{66}} = 2^{33}$$

در مجموعه عضو تکراری شمرده نمی‌شود، پس  $A$  دارای دو عضو  $2^{33}$  و  $2^{35}$  می‌باشد.

۱۸۱. به ازای چند  $n$  از اعضای  $\{1, 2, \dots, 100\}$ ،  $n^n$  مربع کامل است؟

- ۱) ۱۰۰     
  ۲) ۵۵     
  ۳) ۵۴     
  ۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۲ برای  $n$  های زوج می‌توان نوشت:  $n^n = \left(\frac{n}{2}\right)^2$

پس تمامی اعضای زوج مجموعه وقتی به توان خودشان برسند مربع کامل هستند مثال:  $(48)^{48} = (48^{24})^2$

و  $n^n$  برای اعضای فرد زمانی مربع کامل هستند که  $n$  فرد مربع کامل باشد. مثال:

$$(49)^{49} = (7^2)^{49} = (7^{49})^2$$

پس اعداد فرد مربع کامل را می‌شماریم  $\{1, 9, 25, 49, 81\}$

اعضای زوج برابر ۵۰ و اعضای فرد ۵

$$\Rightarrow 50 + 5 = 55$$

۱۸۲. چند عدد طبیعی بین ۱۰۰ و ۲۰۰ وجود دارند که عامل‌های اولشان در مجموعه  $\{2, 3\}$  هستند؟

- ۱) ۱     
  ۲) ۳     
  ۳) ۴     
  ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۴ این عددها به صورت  $2^a \times 3^b$  هستند و عبارتند از:

$$100 < 2^7, 2^6 \times 3, 2^4 \times 3^2, 2^2 \times 3^3, 2 \times 3^4$$

عددهای دیگر با عامل‌های ۲ و ۳ بین ۱۰۰ و ۲۰۰ نیستند.

۱۸۳. اگر سرعت نور  $3 \times 10^8$  متر بر ثانیه باشد، در مدت ۱٫۵ دقیقه چند متر را طی می‌کند؟

- ۱)  $2,7 \times 10^9$      
  ۲)  $270 \times 10^{10}$      
  ۳)  $2,7 \times 10^{10}$      
  ۴)  $27 \times 10^8$

پاسخ: گزینه ۳ سرعت نور را در مدت زمان حرکت که ۹۰ ثانیه است، ضرب می‌کنیم:

$$3 \times 10^8 \times 90 = 270 \times 10^8 = 2,7 \times 10^{10}$$

۱۸۴. نماد علمی حاصل عبارت  $723 \times 10^{-1395} + 0,065 \times 10^{-1394}$  کدام است؟

- ۱)  $7,2365 \times 10^{-1393}$      
  ۲)  $7,2365 \times 10^{-1394}$      
  ۳)  $7,2365 \times 10^{-1395}$      
  ۴)  $7,2365 \times 10^{-1396}$

پاسخ: گزینه ۱

$$0,065 \times 10^{-1394} + 723 \times 10^{-1395} = 0,065 \times 10^{-1394} + 72,3 \times 10^{-1394}$$

$$= 10^{-1394} (0,065 + 72,3) = 10^{-1394} \times 72,365 = 7,2365 \times 10^{-1393}$$

۱۸۵. جرم خورشید  $1.98 \times 10^{28}$  کیلوگرم و جرم نوترون  $1.67 \times 10^{-25}$  گرم است. نسبت جرم خورشید به جرم نوترون برحسب گرم به صورت نماد علمی با دقت دو رقم اعشار کدام است؟

۱,۱۸ × ۱۰<sup>۵۴</sup> (۴)

۲,۳۲ × ۱۰<sup>۵۴</sup> (۳)

۲,۳۲ × ۱۰<sup>۵۷</sup> (۲)

۱,۱۸ × ۱۰<sup>۵۷</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{جرم خورشید} = 1.98 \times 10^{28} \text{ kg} = 1.98 \times 10^{28} \times 10^3 \text{ gr} = 1.98 \times 10^{31} \text{ gr}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم خورشید}}{\text{جرم نوترون}} = \frac{1.98 \times 10^{31}}{1.67 \times 10^{-25}} = \frac{1.98 \times 10^{31}}{1.67 \times 10^{-26}} = \frac{1.98}{1.67} \times 10^{31 - (-26)}$$

$$= \frac{1.98}{1.67} \times 10^{57} \approx 1.18 \times 10^{57}$$

۱۸۶. عددی ۲۱ رقمی هستم. ریشه‌ی دوم من چند رقمی می‌شود؟

۱۱ رقمی (۴)

۹ رقمی (۳)

۸ رقمی (۲)

۷ رقمی (۱)

پاسخ: گزینه ۴

به عنوان مثال عدد  $10^{20}$  را در نظر می‌گیریم:

$$\sqrt{10^{20}} = 10^{10}$$

که  $10^{10}$  عددی یازده رقمی است.

۱۸۷. کدام گزینه درست است؟

$3^{600} > 26^{200} > 2^{800} > 5^{400}$  (۴)

$3^{600} > 2^{800} > 5^{400} > 26^{200}$  (۳)

$2^{800} > 3^{600} > 5^{400} > 26^{200}$  (۲)

$3^{600} > 26^{200} > 5^{400} > 2^{800}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ بین توان‌ها (م.م.ب) می‌گیریم.

$$(600, 200, 400, 800) = 200$$

$$\Rightarrow 3^{600} = (3^3)^{200} = 27^{200} > 26^{200}$$

$$5^{400} = (5^2)^{200} = 25^{200}, 2^{800} = (2^4)^{200} = 16^{200}$$

$$\Rightarrow 27^{200} > 26^{200} > 25^{200} > 16^{200}$$

$$\Rightarrow 3^{600} > 26^{200} > 5^{400} > 2^{800}$$

۱۸۸. حاصل کدام گزینه از بقیه کوچکتر است؟ (اهواز - خرداد ۹۵)

$3.75 \times 10^{-2}$  (۴)

$\left(\frac{3}{5}\right)^0$  (۳)

$\left(\frac{-1}{5}\right)^{-4}$  (۲)

$0.0047 \times 10^3$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{الف) } 0.0047 \times 10^3 = 4.7 \times 10^{-3} \times 10^3 = 4.7$$

$$\text{ب) } \left(\frac{-1}{5}\right)^{-4} = (-5)^4 = 5^4$$

$$\text{ج) } \left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$$

$$\text{د) } 3.75 \times 10^{-2} = 0.0375$$

۱۸۹. عدد  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$  با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر می‌باشد؟ (تهران - سرای دانش - دی ۹۴)

$-\frac{1}{8}$  (۴)

$\frac{1}{8}$  (۳)

-۸ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2)^3 = -8$$

۱۹۰. اگر رقم‌های عددی به ترتیب در عدد دیگری دیده شود، عدد دوم را (سَرور) عدد اول می‌گوییم. مثلاً عدد ۲۳۱۵ سرور ۲۱ است. کدام گزینه درباره‌ی کوچک‌ترین عددی که (سرور) هر دو عدد ۴۵۲۵۳ و ۵۲۳۴۵۲ است، صحیح است؟

- ۱) بین  $3 \times 10^7$  و  $33 \times 10^7$  است.      ۲) کمتر از  $3 \times 10^7$  است.  
 ۳) بین  $33 \times 10^{11}$  و  $54 \times 10^{11}$  است.      ۴) بیش از  $54 \times 10^8$  است.

پاسخ: گزینه ۱ کوچکترین عدد سرور مورد نیاز برابر با ۳۲۵۲۳۴۵۲ است که هم عدد ۳۲۵۴۵ و هم عدد ۵۲۳۴۵۲ به ترتیب ارقام در آن دیده می‌شود. عدد ۳۲۵۲۳۴۵۲ تقریباً برابر است با  $320000000$  که نماد علمی آن مساوی  $3.2 \times 10^7$  است.

۱۹۱. کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- ۱)  $\sqrt{2} - \sqrt{1}$       ۲)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$       ۳)  $\sqrt{4} - \sqrt{3}$       ۴)  $\sqrt{5} - \sqrt{4}$

پاسخ: گزینه ۱ توجه کنید که:

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

پس هر چه  $n$  بزرگتر شود،  $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$  کوچکتر می‌شود.

۱۹۲. حاصل عبارت زیر به صورت توان‌دار کدام است؟

- ۱)  $2^{-106}$       ۲)  $2^{-104}$       ۳)  $2^{-30}$       ۴)  $2^{-210}$   
 $2^{-105} + 2^{75} \times 4^{-45} \div 8^{30} = ?$

پاسخ: گزینه ۲

$$2^{-105} + 2^{75} \times 2^{-90} \div 2^{90} = 2^{-105} + 2^{75-90-90} = 2^{-105} + 2^{-105} = 2 \times 2^{-105} = 2^{-104}$$

۱۹۳. کدام عدد زیر گنگ است؟

- ۱)  $10.24^{0.1}$       ۲)  $\sqrt{0.25}$       ۳)  $100.5^0$       ۴)  $100.0^1$

پاسخ: گزینه ۴ فرض کنید  $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی هستند که نسبت به هم اول‌اند و  $\frac{m}{n} = 100.0^1$ ؛ در این صورت  $100 \cdot n^1 - m^1 = 0$  و بنابراین  $m^1 = 100n^1$  و در نتیجه  $2 \mid m$ ؛ پس  $2^1 \mid m^1$  و در نتیجه  $2^1 \mid 100 \cdot n^1$ . به این ترتیب،  $2 \mid n^1$  که نتیجه می‌دهد  $2 \mid n$ ، در حالی که  $m$  و  $n$  را نسبت به هم اول فرض کرده بودیم. سه گزینه‌ی اول به ترتیب عبارت‌اند از ۲، ۵ و ۱۰.

۱۹۴. اگر  $\sqrt{1.5} + \sqrt{x} = 2$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- ۱) ۲٫۵      ۲)  $\sqrt{0.5}$       ۳) ۶٫۲۵      ۴) ۰٫۵

پاسخ: گزینه ۳

طرفین را به توان ۲ برسانیم  $\rightarrow \sqrt{1.5} + \sqrt{x} = 2 \rightarrow 1.5 + \sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 - 1.5 = 2.5$

طرفین را به توان ۲ برسانیم  $\rightarrow x = 2.5^2 = 6.25$

۱۹۵. اگر عدد  $\partial^2$  مجذور کامل و فرد باشد، دومین عدد مجذور کامل بعد از  $\partial$  چند است؟

- ۱)  $\partial + 4$       ۲)  $\partial^2 + 4\partial + 4$       ۳)  $\partial + 4\sqrt{\partial} + 4$       ۴)  $\partial^2 + 4$

پاسخ: گزینه ۲ برای به دست آوردن مجذور کامل بعدی باید از مجذور کامل قبلی جذر بگیریم و به آن یک واحد اضافه کنیم و به توان ۲ برسانیم تا مجذور کامل بعدی معلوم شود.

۱، ۴، ۹، ۲۵، ۳۶

$$\sqrt{25} = 5 \quad (5+1)^2 = 6^2 = 36$$

$$\sqrt{\partial^2} = |\partial| \quad (\partial+1)^2 \rightarrow \sqrt{(\partial+1)^2} = \partial+1$$

$$(\partial+1+1)^2 = (\partial+2)^2 = \partial^2 + 4 + 4\partial$$

نکته: اگر در صورت سؤال  $\partial^2$  توان نداشت (یعنی برای یافتن دومین مجذور بعد از  $\partial$ ):

$$\text{مجزور بعدی} \rightarrow \sqrt{\partial} + 2 \rightarrow (\sqrt{\partial} + 2)^2 = (\sqrt{\partial})^2 + 4\sqrt{\partial} + 2^2 = \partial + 4\sqrt{\partial} + 4$$

۱۹۶. مجموع دو عدد متوالی را با  $S$  نشان می‌دهیم. در این صورت مجذور عدد بزرگ‌تر منهای مجذور عدد کوچک‌تر برابر است با:

$S - 1$  (۴)

$S + 1$  (۳)

$S^2$  (۲)

$S$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ آن دو عدد را  $x$  و  $x + 1$  در نظر می‌گیریم:

$S = x + x + 1 = 2x + 1$

$(x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1 = S$

۱۹۷. حاصل عبارت  $\left( \frac{9^{-5} + 9^{-6} + 9^{-7}}{9^{-5}} + \frac{9^{18} + 9^{17}}{9^{17}} \right) \times 81$  کدام است؟

۹۰۱ (۴)

۹۹۱ (۳)

۸۹۱ (۲)

۹۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$\left( \frac{9^{-5}(1 + 9^{-1} + 9^{-2})}{9^{-5}} + \frac{9^{17}(9 + 1)}{9^{17}} \right) \times 81$

$= [(1 + 9^{-1} + 9^{-2}) + (9 + 1)] \times 81 = \left[ 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} + 10 \right] \times 81$

$= 81 + \frac{81}{9} + \frac{81}{81} + 810 = 81 + 9 + 1 + 810 = 901$

۱۹۸. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{5^{25}}}} \times \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{5^{23}}}}$

۲۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

$\sqrt[4]{5^{36}}$  (۲)

$\sqrt[12]{5^{24}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$\sqrt[3]{5^{25}} \times \sqrt[4]{5^{23}} = \sqrt[12]{5^{48}} = 5^4 = 25$

۱۹۹. حاصل عبارت زیر را به صورت توانی از دو کدام است؟

$2\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2\sqrt[5]{2}}} \times 2\sqrt[6]{\sqrt[4]{2^{13}}}$

$2^{\frac{3}{26}}$  (۴)

$2^{\frac{5}{26}}$  (۳)

$2^3$  (۲)

$2^{\frac{1}{2}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$\sqrt[3]{2^4\sqrt[4]{2\sqrt[5]{2}}} \times \sqrt[6]{2^6\sqrt[4]{2^{13}}} = \sqrt[3]{2^4\sqrt[4]{2^{17}\sqrt[5]{2}}} \times \sqrt[6]{2^6\sqrt[4]{2^{37}}}$

$= \sqrt[3]{2^4\sqrt[4]{2^{35}}} \times \sqrt[6]{2^6\sqrt[4]{2^{37}}} = \sqrt[3]{2^{35}} \times \sqrt[6]{2^{37}} = \sqrt[6]{2^{77}} = 2^{\frac{77}{6}}$

۲۰۰. عبارت  $\sqrt[3]{4} \times \sqrt{8} \times \sqrt[5]{2}$  به صورت توانی از دو کدام است؟

$2^{\frac{5}{60}}$  (۴)

$2^{\frac{1}{30}}$  (۳)

$2^{\frac{71}{60}}$  (۲)

$2^{\frac{51}{60}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt{2^3} \times \sqrt[5]{2} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{71}{30}}$

۲۰۱. عبارت  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt{\sqrt[5]{2}}$  به صورت توانی از دو کدام است؟

$2^{-\frac{1}{2}}$  (۴)

$2^{-\frac{1}{8}}$  (۳)

$2^{\frac{1}{2}}$  (۲)

$2^{\frac{1}{9}}$  (۱)



پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times \sqrt[3]{2} = 2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{8}}$$

۲۰۲. حاصل عبارت  $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{1024}}}$  را بدست آورید.

۴  $\sqrt[3]{2^{10}}$

۳ ۲

۲  $2^3$

۱  $\sqrt[3]{2^5}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2^{10}}}} = \sqrt[3]{2\sqrt[3]{2^6}}$$

$$\sqrt[3]{2 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

۲۰۳. حاصل عبارت  $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[6]{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$  کدام است؟

۴ ۱

۳  $\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$

۲  $\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$

۱  $\sqrt[18]{2-\sqrt{3}}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} \times \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(7-4\sqrt{3}) \times (7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{49-48} = 1$$

۲۰۴. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[3]{25} \times \sqrt{125} \times \sqrt[4]{125} \times \sqrt[12]{5}$$

۴  $\sqrt[3]{5}$

۳ ۱۲۵

۲  $\sqrt[12]{5}$

۱  $\sqrt[12]{125}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt[12]{5^8} \times \sqrt[12]{5^{18}} \times \sqrt[12]{5^9} \times \sqrt[12]{5} = \sqrt[12]{5^8 \times 5^{18} \times 5^9 \times 5} = \sqrt[12]{5^{36}} = 5^3 = 125$$

۲۰۵. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[10]{10^{12}} \div \sqrt[10]{10^5}$$

۴ ۱۰

۳  $10^5$

۲  $\sqrt[10]{10^{17}}$

۱  $\sqrt[10]{10^{13}}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{\sqrt[10]{10^{12}}}{\sqrt[10]{10^5}} = \sqrt[10]{10^7} = 10$$

۲۰۶. اگر  $A = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5 + \sqrt{6}}}}}}$  باشد، کدام نامساوی درست است؟

۴  $2 < A < 5$

۳  $3 < A < 4$

۲  $2 < A < 3$

۱  $1 < A < 2$

پاسخ: گزینه ۱

$$\sqrt{6} \approx 2,4 \Rightarrow 5 + 2,4 = 7,4 \rightarrow \sqrt{7,4} \approx 2,7$$

$$4 + 2,7 = 6,7 \rightarrow \sqrt{6,7} \approx 2,6$$

$$3 + 2,6 = 5,6 \rightarrow \sqrt{5,6} \approx 2,4$$

$$2 + 2,4 = 4,4 \rightarrow \sqrt{4,4} \approx 2$$

$$2 + 1 = 3 \rightarrow \sqrt{3} \approx 1,7 \Rightarrow 1 < A < 2$$

۲۰۷. اگر ریشه‌ی سوم عدد  $A$  برابر  $\frac{2}{5}$  باشد، ریشه‌ی دوم عدد  $A$  برابر است با:

$\frac{2\sqrt{10}}{25}$  (۴)

$\sqrt{\frac{2}{5}}$  (۳)

$\frac{2\sqrt{2}}{25}$  (۲)

$\frac{4}{5\sqrt{10}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$\sqrt[3]{A} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} A = \frac{8}{125}$

$\sqrt{A} = \sqrt{\frac{8}{125}} = \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{5}}$  صورت و مخرج را در  $\sqrt{5}$  ضرب می‌کنیم  $\rightarrow \frac{2\sqrt{10}}{25}$

۲۰۸. حاصل عبارت  $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}}\right)^2 \times \left(\sqrt[3]{3}\right)^5$  برابر است با:

$(3\sqrt[3]{9})^5$  (۴)

$(3\sqrt[3]{3})^5$  (۳)

$(\sqrt[3]{3})^5$  (۲)

$\left(\frac{3}{\sqrt[3]{3}}\right)^5$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$\frac{3^2}{\sqrt[3]{9^2}} \times \sqrt[3]{3^5} = \frac{9}{\sqrt[3]{81}} \times \sqrt[3]{243} = 9 \times \frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{81}} = 3^2 \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^9} \times 3 = (\sqrt[3]{3})^5$

۲۰۹. اگر  $2^x = 7$  باشد حاصل  $(0.25)^{1-x}$  کدام است؟

$\frac{4}{49}$  (۴)

$\frac{1}{196}$  (۳)

۱۲.۵ (۲)

$\frac{49}{4}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$\left(\frac{1}{4}\right)^{1-x} = (4^{-1})^{1-x} = (4)^{x-1} = 2^{2x-2} = 2^{-2} \times 2^{2x} = \frac{1}{4} \times (2^x)^2 = \frac{1}{4} \times 7^2 = \frac{49}{4}$

۲۱۰. عدد  $20^{11}$  چند رقمی است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$20^{11} = 2^{11} \times 10^{11} = 2048 \times 10^{11} \rightarrow$  رقمی ۱۵

$(4 + \sqrt{15})\sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2} \sqrt{4 - \sqrt{15}}$

$1 + \sqrt{5}$  (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$(4 + \sqrt{15})\sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2} \sqrt{4 - \sqrt{15}}$

$= (4 + \sqrt{15})\sqrt{16 - 4\sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}} = (4 + \sqrt{15}) \times 2\sqrt{4 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$

$= 2(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) = 2(16 - 15) = 2$

۲۱۲. کدام عدد زیر اول است؟

$98^2 + 96^2$  (۴)

$99^2 + 98^2$  (۳)

$99^2 - 98^2$  (۲)

$99^2 - 97^2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (اختلاف دو عدد فرد عددی زوج است یعنی بر ۲ بخش پذیر است.

(۳) رقم یکان را به دست می‌آوریم  $5 = 4 + 1$  پس بر ۵ بخش پذیر است.

(۴) مجموع دو عدد زوج، زوج است.

۲۱۳. حاصل  $\sqrt{4^{(-4)^{-4}}}$  کدام است؟

- ۱  $4^{(-4)^{-2}}$      
  ۲  $4^{(-2)^{-4}}$      
  ۳  $4^{(-4)^{-4}}$      
  ۴  $4^{(-4)^{-4}}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{4^{(-4)^{-4}}} = \sqrt{4^a} = (4^a)^{\frac{1}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^a = (\sqrt{4})^a = 2^a = 2^{(-4)^{-4}}$$

۲۱۴. فرض کنید  $a = \sqrt{** * 9}$  عددی طبیعی است. مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ ۲۹     
  ۲ ۲۳     
  ۳ ۱۹     
  ۴ چنین چیزی ممکن نیست

پاسخ: گزینه ۳ رقم یکان  $a$  باید ۹ باشد و  $19^3$  و  $10^3$  بین  $20^3$  است.

۲۱۵. دو رقم سمت راست عدد  $7^{2009}$  برابر است با:

- ۱ ۰۱     
  ۲ ۴۹     
  ۳ ۴۳     
  ۴ ۰۷

پاسخ: گزینه ۴

$$7^1 = 07$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

$$7^5 = 07$$

بنابراین دو رقمی سمت راست توان‌های عدد ۷ دوره‌ی گردش ۴ دارند.

$$2009 = 4 \times 502 + 1$$

پس دو رقم سمت راست عدد  $7^{2009}$  برابر است با اولین دو رقم دوره‌ی گردش‌ها یعنی ۰۷

۲۱۶. چند عدد طبیعی مانند  $n$  وجود دارند که فاصله‌ی  $\sqrt{n}$  تا ۱۰ از ۱ کمتر است؟

- ۱ ۱۹     
  ۲ ۲۰     
  ۳ ۳۸     
  ۴ ۳۹

پاسخ: گزینه ۴ چون  $81 = (10-1)^2$  و  $121 = (10+1)^2$  فقط  $n$ هایی در شرط مسئله صدق می‌کنند که  $82 \leq n \leq 120$  تعداد این عددها برابر است با:

$$120 - 82 + 1 = 39$$

۲۱۷. کوچکترین عدد صحیح مثبتی که باید به عدد  $2009$  اضافه شود تا حاصل مجذور کامل شود کدام است؟

- ۱ ۷     
  ۲ ۹     
  ۳ ۱۶     
  ۴ ۲۵

پاسخ: گزینه ۳ نزدیک‌ترین مجذور کامل به  $2009$  که از آن بزرگتر است  $2025$  می‌باشد.

$$45^2 = 2025 \Rightarrow 2025 - 2009 = 16$$

۲۱۸. اگر  $a = \sqrt{2010}$ ،  $b = 8\sqrt{30}$  و  $c = \sqrt{10 \times 3^5}$  کدام گزینه درست است؟

- ۱  $a < b < c$      
  ۲  $b < c < a$      
  ۳  $c < a < b$      
  ۴  $b < a < c$

پاسخ: گزینه ۴ می‌توان نوشت:  $b = \sqrt{1920}$  و  $c = \sqrt{2430}$

۲۱۹. کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- ۱  $\sqrt{20} \times \sqrt{13}$      
  ۲  $\sqrt{20} \times 13$      
  ۳  $20 \times \sqrt{13}$      
  ۴  $\sqrt{201} \times 3$

پاسخ: گزینه ۳

۲۲۰. حاصل  $\sqrt{\sqrt{(x^4)^2} \times x^{16}}$  کدام است؟

- ۱  $x^8$      
  ۲  $x^3$      
  ۳  $x^6$      
  ۴  $x^4$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{\sqrt{(x^4)^2} \times x^{16}} = \sqrt{\sqrt{x^8} \times x^{16}} = \sqrt{\sqrt{x^{24}}} = \sqrt{x^{12}} = x^6$$

۲۲۱. تارا یک عدد طبیعی را در نظر گرفته است. اختلاف آن را با ۳ حساب می‌کند، مجذور حاصل تفریق را با ۱ جمع می‌زند و در پایان به عدد ۱۰ رسیده است. عدد اولیه‌ای که انتخاب کرده چند است؟

- ۱) ۶      ۲) ۵      ۳) ۴      ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

$$(x - 3)^2 + 1 = 10 \Rightarrow (x - 3)^2 = 9 \Rightarrow x - 3 = 3 \Rightarrow x = 6$$

۲۲۲. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{5}{3}}}{\sqrt{15}}$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{8}{5}$       ۲)  $\frac{2}{15}$       ۳)  $-\frac{2}{15}$       ۴)  $\frac{8}{15}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{15}} = \frac{\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{5} \times \sqrt{5}}{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}}{\sqrt{15}} = \frac{3 - 5}{\sqrt{15}} = \frac{-2}{15}$$

۲۲۳. کدام یک از اعداد زیر مجذور کامل می‌باشد؟

- ۱) ۵۹۷۴۲۷۰۰۰۰      ۲) ۵۹۷۴۲۷۰۰۰      ۳) ۱۶۶۱۵۲۱      ۴) ۷۸۲۵۳

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{1661521} = 1289$$

تعداد صفرهای مجذور کامل (اگر داشته باشد) زوج است پس گزینه‌ی ۲ مجذور کامل نیست. اولین رقم سمت راست هیچ مجذور کاملی ۲، ۳، ۵، ۷ نمی‌تواند باشد پس گزینه‌ی ۱ و ۴ هم مجذور کامل نیستند.

۲۲۴. حاصل عبارت  $\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2+1}}$  برابر است با:

- ۱)  $2\sqrt{2} - 1$       ۲) ۲      ۳) ۱      ۴)  $\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1) \times (\sqrt{2} - 1)} = \frac{2\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = +1$$

۲۲۵. یک عدد سه رقمی داریم که رقم صدگان آن  $(2x + 1)$  و رقم دهگان آن  $(x - 1)$  و رقم یکان آن  $x$  می‌باشد این عدد سه رقمی در مبنا  $x$  کدام است؟

- ۱)  $2x^3 - x^2 - x$       ۲)  $211x + 90$       ۳)  $211 + 90x$       ۴)  $211x^2 + 90x$

پاسخ: گزینه ۲

$$100(2x + 1) + 10(x - 1) + x = 200x + 100 + 10x - 10 + x = 211x + 90$$

۲۲۶. حاصل عبارت  $(\sqrt{27} - 2\sqrt{3} - \sqrt{12})^3$  برابر است با:

- ۱) -۹      ۲) -۲۷      ۳)  $-3\sqrt{3}$       ۴)  $-2\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$(\sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{4 \times 3})^3 = (3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3})^3 = (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3}$$

۲۲۷. حاصل  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{48}$  برابر است با:

- ۱) ۵      ۲) ۷      ۳)  $2\sqrt{3}$       ۴)  $3\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۲ برای گویا کردن از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})} = \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{4 + 3 - 4\sqrt{3}}{4 - 3} = 7 - 4\sqrt{3}$$

عبارت حاصل =  $7 - 4\sqrt{3} + \sqrt{48} = 7 - 4\sqrt{3} + \sqrt{16 \times 3} = 7 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7$

۲۲۸. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{6}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{12}$$

۱)  $1 - 4\sqrt{6}$

۲)  $2$

۳)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

۴)  $-2\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \quad \text{و} \quad 2\sqrt{12} = 2\sqrt{4 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

۲۲۹. آیا می‌دانید که  $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ . اگر اعداد زیر را از کوچکترین به بزرگترین مرتب کرده باشیم عدد میانی کدام است؟

۱)  $3 + \sqrt{3} + \sqrt{10}$

۲)  $5 + \sqrt{12}$

۳)  $\sqrt{78}$

۴)  $3 + \sqrt{27}$

پاسخ: گزینه ۲ اگر  $\sqrt{3} = 1,7$  و  $\sqrt{10} = 3,1$  فرض کنیم

۱)  $3 + 1,7 + 3,1 = 7,8$

۲)  $5 + 2(1,7) = 8,4$

۳)  $\sqrt{78} = 8,83$

۴)  $3 + 3(1,7) = 8,1$

۲۳۰. ساده شده‌ی عبارت  $5\sqrt{128} - 3\sqrt{72} + 2\sqrt{200} + 4\sqrt{98} - 4\sqrt{242}$  برابر است با:

۱)  $26\sqrt{2}$

۲)  $20\sqrt{2}$

۳)  $17\sqrt{2}$

۴)  $-20\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} & 5\sqrt{64 \times 2} - 3\sqrt{36 \times 2} + 2\sqrt{100 \times 2} + 4\sqrt{49 \times 2} - 4\sqrt{121 \times 2} \\ &= 5 \times 8\sqrt{2} - 3 \times 6\sqrt{2} + 2 \times 10\sqrt{2} + 4 \times 7\sqrt{2} - 4 \times 11\sqrt{2} \\ &= 40\sqrt{2} - 18\sqrt{2} + 20\sqrt{2} + 28\sqrt{2} - 44\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}(40 + 20 - 18 + 28 - 44) = 26\sqrt{2} \end{aligned}$$

۲۳۱. حاصل عبارت  $5\sqrt{48} - \sqrt{64} \div \sqrt[3]{64} \times 4\sqrt{27}$  کدام است؟

۱)  $-4$

۲)  $-4\sqrt{3}$

۳)  $44\sqrt{3}$

۴)  $\frac{359\sqrt{3}}{18}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} & 5\sqrt{16 \times 3} - 8 \div 4 \times 4\sqrt{9 \times 3} = 20\sqrt{3} - 8 \div 4 \times 12\sqrt{3} \\ &= 20\sqrt{3} - 24\sqrt{3} = -4\sqrt{3} \end{aligned}$$

۲۳۲. چند تا از اعداد  $5\sqrt{2}$ ،  $2\sqrt[3]{10}$ ،  $2\sqrt{11,5}$ ،  $2\sqrt[3]{-7}$ ،  $-4\sqrt[3]{-7}$ ،  $\sqrt{(-2)^6}$  از عدد ۷ بزرگترند؟

۱) تا ۳

۲) تا ۵

۳) تا ۲

۴) تا ۴

پاسخ: گزینه ۱ به بررسی اعداد می‌پردازیم:

$$5\sqrt{2} = \sqrt{50} \rightarrow \sqrt{50} > \sqrt{49} \rightarrow \sqrt{50} > 7$$



۲۳۷. اگر  $n$  عدد طبیعی باشد باتوجه به روابط زیر مقدار  $n$  را بیابید.

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$8^2 + 15^2 = 17^2$$

$$10^2 + 24^2 = 26^2$$

$$12^2 + 35^2 = 37^2$$

⋮

$$18^2 + n^2 = x^2$$

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۷۰ (۲)

۶۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

۱۰

↓ +۷

۱۷

↓ +۹

۲۶

↓ +۱۱

۳۷

↓ +۱۳

$$37 + (13 + 15 + 17) = 82 \Rightarrow n = 80$$

۲۳۸. اگر  $0 < x < 1$ ، داشته باشیم، کدام گزینه درست است؟

$x < \sqrt{x} < x^2$  (۴)

$x^2 < x < \sqrt{x}$  (۳)

$\sqrt{x} < x^2 < x$  (۲)

$\sqrt{x} < x < x^2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ در عبارت  $0 < x < 1$  ما  $x$  را  $0,25$  در نظر گرفته و جایگذاری می کنیم.

$$\sqrt{x} < x < x^2 \rightarrow \sqrt{0,25} < 0,25 < (0,25)^2 \rightarrow 0,5 < 0,25 < 0,0625$$

$$\sqrt{x} < x^2 < x \rightarrow \sqrt{0,25} < (0,25)^2 < 0,25 \rightarrow 0,5 < 0,0625 < 0,25$$

$$x^2 < x < \sqrt{x} \rightarrow (0,25)^2 < 0,25 < \sqrt{0,25} \rightarrow 0,0625 < 0,25 < 0,5$$

$$x < \sqrt{x} < x^2 \rightarrow 0,25 < \sqrt{0,25} < (0,25)^2 \rightarrow 0,25 < 0,5 < 0,0625$$

روش دوم: نکته: اگر  $a$  بین صفر و یک باشد هرچه توانش بالاتر باشد کوچکتر می شود پس:

$$a^2 < a < \sqrt{a}$$

۲۳۹. مجموع ارقام حاصل ضرب  $5^{104} \times 4^{52}$  برابر است با:

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$5^{104} \times 4^{52} = 5^{104} \times 2^{104} = 10^{104} = 10 \underbrace{0000}_{104 \text{ تا صفر}}$$

مجموع ارقام برابر است با ۱

۲۴۰. عبارت  $\sqrt[4]{(x-1)^4}$  برابر با کدام است؟

همه ی موارد صحیح است (۴)

$-x+1$  (۳)

$x-1$  (۲)

$|x-1|$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ چون توان زیررادیکال و فرجه زوج هستند. پس:

$$\sqrt[4]{(x-1)^4} = |x-1| \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ -x+1 & x < 1 \end{cases}$$

۲۴۱. مجذور یک عدد به کدام رقم ختم نمی شود؟

۹ (۴)

۵ (۳)

۸ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ اعداد یک رقمی ۱ تا ۹ را به توان ۲ می رسانیم هیچ گاه رقم ۸ در یکان درست نمی شود.

۲۴۲. حاصل عبارت  $\sqrt[6]{(2 - \sqrt{5})^6}$  کدام است؟

- ۱  $\sqrt{5} + 2$       ۲  $-2 + \sqrt{5}$       ۳  $-2 - \sqrt{5}$       ۴  $2 + \sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt[6]{(2 - \sqrt{5})^6} = |2 - \sqrt{5}| \begin{cases} 2 - \sqrt{5} \times \\ -2 + \sqrt{5} \checkmark \end{cases}$$

۲۴۳. تمام اعداد مربع کامل به صورت یک دنباله به صورت  $149162536 \dots$  نوشته شده است ۸۵ امین رقم این دنباله چند است؟

- ۱ ۴      ۲ ۵      ۳ ۶      ۴ ۷

پاسخ: گزینه ۱ اعداد  $1^2$  و  $2^2$  و  $3^2$  یک رقمی اند اعداد  $4^2$  و  $5^2$  تا  $9^2$  دو رقمی هستند (۶ تا عدد) و  $10^2$  و  $31^2$  سه رقمی هستند (۲۲ تا عدد)

$$(3 \times 1) + (6 \times 2) + (22 \times 3) = 81$$

عدد بعدی  $1024 = 32^2$  که چهار رقمی است و دقیقاً رقم ۴ رقم ۸۵ ام است.

۲۴۴. به ازای چه مقادیری از  $n$  رابطه  $\sqrt[n]{a^n b} = |a| \sqrt[n]{b}$  برقرار است؟

- ۱  $n \neq 0$       ۲  $n$  های فرد      ۳  $n \in Z$       ۴  $n$  های زوج

پاسخ: گزینه ۴ به ازای  $n$  های زوج رابطه بالا برقرار است.

۲۴۵. از تساوی  $2 = \sqrt{ab^2 c^3} \times \sqrt{-a^2 b^3 c}$  کدام یک از گزینه‌های زیر نتیجه می‌شود؟

- ۱  $a > 0$       ۲  $b < 0$       ۳  $abc < 0$       ۴  $ab < 0$

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{ab^2 c^3} \times \sqrt{-a^2 b^3 c} = 2 \Rightarrow \sqrt{(ab^2 c^3)(-a^2 b^3 c)} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{-a^3 b^5 c^4} = 2 \Rightarrow \sqrt{-ab(a^2 b^4 c^4)} = |ab^2 c^2| \sqrt{-ab} = 2$$

چون زیررادیکال باید مثبت باشد پس  $-ab > 0$ ,  $ab < 0$

۲۴۶. می‌دانیم  $\sqrt{(-5)^4 a^5 b^3}$  عددی حقیقی است. در مورد ادعاهای زیر چه می‌توان گفت؟

$$(1) \sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = (-5)^2 a^2 b \sqrt{ab}$$

$$(2) \sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = 5^2 a^2 |b| \sqrt{ab}$$

$$(3) \sqrt{(-5)^4 a^5 b^3} = 5^2 a^2 \sqrt{ab^3}$$

- ۱ هر سه ادعا درست است.      ۲ فقط ادعای دوم درست است.      ۳ فقط ادعای دوم و سوم درست است.      ۴ فقط ادعای اول و دوم درست است.

پاسخ: گزینه ۳ در ادعای اول چون  $b$  داخل قدر مطلق نیست پس غلط است اما ادعای دوم و سوم صحیح است.

۲۴۷. مقدار  $333333^3 - 27 \times 111111^3$  کدام است؟

- ۱  $-222222^5$       ۲ ۰      ۳  $222222^3$       ۴  $222222^3$

پاسخ: گزینه ۲ می‌توان نوشت:

$$(3 \times 111111)^3 - 27 \times 111111^3 = 27 \times 111111^3 - 27 \times 111111^3 = 0$$

۲۴۸. عدد  $2 + 10^{2002}$  بر کدام عدد بخش پذیر است؟

- ۱ ۴      ۲ ۵      ۳ ۶      ۴ ۹

پاسخ: گزینه ۳

حاصل جمع رقم‌های  $2 + 10^{2002}$  برابر ۳ است و خود عدد هم زوج است؛ پس بر ۶ بخش پذیر است.

۲۴۹. اگر  $13 \times 11 \times 7^2 \times 5^3 \times 3^6 \times 2^{15} = n!$ ،  $n$  کدام است؟

- ۱ ۱۳      ۲ ۱۴      ۳ ۱۵      ۴ ۱۶



پاسخ: گزینه ۴ چون  $n!$  سه عامل ۵ دارد،  $15 \leq n < 20$  و چون عامل ۱۷ ندارد  $n \leq 16$  پس  $n = 15$  یا  $n = 16$  تعداد عامل‌های ۲ در  $15!$  برابر ۱۱ است و در  $16!$  برابر ۱۵ است پس  $n = 16$

۲۵۰. آن‌هیتا عددهای طبیعی  $m$  و  $k$  را طوری پیدا کرده که  $2012 = m^m \times (m^k - k)$  مقدار  $k$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) ۹

پاسخ: گزینه ۴

$$2012 = 2^2 \times 503 = 2^2 \times (2^9 - 9)$$

۲۵۱. آخرین رقم ناصفر عدد  $2^{59} \times 3^4 \times 5^{53}$  چیست؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۴      ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳ اگر  $10^{53} = 5^{53} \times 2^{53}$  را کنار بگذاریم،  $2^6 \times 3^4$  باقی می‌ماند که رقم یکانش برابر است با ۴

۲۵۲. کدام کوچکتر از بقیه است؟ (روبوکاپ - دومین دوره)

- ۱)  $3^{500}$       ۲)  $4^{300}$       ۳)  $5^{300}$       ۴)  $6^{200}$

پاسخ: گزینه ۴

۱)  $3^{500} = (3^5)^{100} = 243^{100}$

۲)  $4^{300} = (4^3)^{100} = 256^{100}$

۳)  $5^{300} = (5^3)^{100} = 125^{100}$

۴)  $6^{200} = (6^2)^{100} = 36^{100}$

پس  $36^{100}$  از بقیه کوچکتر است.

۲۵۳. مجموع ارقام عدد  $1000^{1000} - 1000^{100}$  کدام است؟ (روبوکاپ - دومین دوره)

- ۱) ۱۵۳۱۹      ۲) ۱۵۳۰۹      ۳) ۱۵۳۰۰      ۴) ۱۵۶۰۰

پاسخ: گزینه ۳

$$1000^{1000} = (10^3)^{1000} = 10^{3000}$$

$$1000^{100} = (10^3)^{100} = 10^{300}$$

$$10^{3000} - 10^{300} = 10^{300}(10^{1700} - 1) = 10^{300} \times \underbrace{(9990009)}_{1700}$$

مجموع ارقام برابر است با:  $15300 \times 9 = 15300$

۲۵۴. اولین عدد مربع کامل بزرگتر از  $17^4$  کدام است؟ (روبوکاپ - دومین دوره)

- ۱)  $18^4$       ۲)  $25^4$       ۳)  $290^2$       ۴)  $17^4 + 1$

پاسخ: گزینه ۳ عدد  $17^4$  برابر است با:  $17^4 = (17^2)^2 = 289^2$

عدد مربع کامل بعد از  $289^2$ ،  $290^2$  است.

۲۵۵. حاصل ضرب دو عدد  $20^{50}$  و  $50^2$  دقیقاً چند رقم صفر در راست خود دارد؟ (روبوکاپ - سومین دوره)

- ۱) ۷۰      ۲) ۷۱      ۳) ۹۰      ۴) ۱۴۰

پاسخ: گزینه ۳

$$20^{50} \times 50^2 = (2^2 \times 5)^{50} \times (2 \times 5^2)^2 = 2^{100} \times 5^{50} \times 2^4 \times 5^4 = 2^{104} \times 5^{54}$$

چون  $120 < 90$  پس ۹۰ صفر در سمت راست خود دارد.

۲۵۶. کدام ترتیب درست است؟ (روبوکاپ هشتمین دوره ۱۳۹۲)

- ۱)  $3^{222} < 5^{444} < 7^{333}$       ۲)  $7^{222} < 3^{444} < 5^{333}$       ۳)  $7^{222} < 5^{333} < 3^{444}$       ۴)  $3^{444} < 7^{222} < 5^{333}$

پاسخ: گزینه ۲

$$5^{333} = (5^3)^{111} = 125^{111}$$

$$3^{444} = (3^4)^{111} = 81^{111}$$



$$7^{222} = (7^2)^{111} = 49^{111}$$

واضح است:  $7^{222} < 3^{444} < 5^{333}$

۲۵۷. حاصل جمع  $n$  عدد فرد برابر است با:  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots = 2304$  تا عدد  $n$  برابر است با:

- ۱) ۱۲۳      ۲) ۵۰      ۳) ۴۶      ۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۴

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$\Rightarrow 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2 = 2304 \Rightarrow n = 48$$

۲۵۸. اگر  $x$  و  $y$  اعدادی طبیعی باشند و داشته باشیم  $2^x + 3^y = 41$ ، مقدار  $x + y$  برابر است با:

- ۱) ۹      ۲) ۸      ۳) ۷      ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳

$$2^x + 3^y = 41 \xrightarrow{x, y \in \mathbb{N}} \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow x + y = 7$$

۲۵۹. رقم یکان عدد  $3^{100}$  کدام است؟

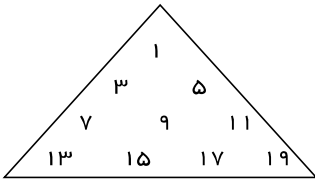
- ۱) ۱      ۲) ۳      ۳) ۷      ۴) ۹

پاسخ: گزینه ۱

$$3^{100} = (3^2)^{50} = 9^{50}$$

منظور از رقم یکان یعنی باقی مانده ی آن عدد بر ۱۰. باقی مانده ی عدد ۹ بر ۱۰ برابر است با ۱- (به شرطی که مجاز باشیم از باقی مانده ی منفی استفاده کنیم)

$$9^{50} \Rightarrow (-1)^{50} = 1$$



۲۶۰. اعداد فرد را در مثلث مقابل چیده ایم. اولین عدد سطری که مجموع اعدادش ۱۰۰۰۰۰ است؟

- ۱) ۹۹      ۲) ۹۹۰۰۰۱      ۳) ۹۹۰۱      ۴) ۹۹۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

شماره ی سطر	مجموع هر سطر	اولین عدد هر سطر
۱	$1^3 = 1$	$1 \times 0 + 1 = 1$
۲	$2^3 = 8$	$2 \times 1 + 1 = 3$
۳	$3^3 = 27$	$3 \times 2 + 1 = 7$
۴	$4^3 = 64$	$4 \times 3 + 1 = 13$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n$	$n^3$	$n(n - 1) + 1$

$$1000000 = n^3 \Rightarrow n = 100 \Rightarrow \text{اولین عدد سطر دهم} = 100 \times 99 + 1 = 9901$$

۲۶۱. رقم یکان عدد  $4^{2003}$  چیست؟

- ۱) ۲      ۲) ۸      ۳) ۶      ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴. یکان همه ی توان های زوج عدد ۴، ۶ است و یکان همه ی توان های فرد عدد ۴، ۴ می باشد.

$$4^1 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$4^4 = 256$$

۲۶۲. رقم یکان عدد  $2^{2004} - 2$  برابر است با:

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴



پاسخ: گزینه ۴ نماد  $\equiv$  که نماد هم‌نهشتی نام دارد برای به دست آوردن باقیمانده‌ی عددی بر عددی مانند ۱۰ استفاده می‌شود به عنوان مثال:

$$102 \equiv \boxed{2} \rightarrow \begin{array}{r} 102 \\ 10 \\ \hline 100 \\ 2 \end{array}$$

برای به دست آوردن رقم یکان باید باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۱۰ را به دست آوریم.

$$\begin{aligned} 2^{2004} &= (2^9)^{222} \times 2^6 \equiv (512)^{222} \times 2^6 \equiv 2^{222} \times 2^6 \equiv (2^9)^{24} \times 2^6 \times 2^6 \\ &\equiv (512)^{24} \times 2^9 \times 2^3 \equiv 2^{24} \times 512 \times 2^3 \equiv 2^{24} \times 2 \times 2^3 \\ &\equiv 2^{27} \times 2 \equiv (2^9)^3 \times 2 \equiv (512)^3 \times 2 \equiv 2^3 \times 2 \equiv 16 \end{aligned}$$

در نتیجه باقی‌مانده‌ی عدد ۱۶ بر ۱۰ برابر است با ۶. بنابراین باقی‌مانده‌ی عدد  $2^{2004} - 2$  بر ۱۰ برابر است با  $6 - 2 = 4$

۲۶۳. کوچک‌ترین عدد سه رقمی که بر ۸ و ۱۲ و ۳۰ بخش پذیر است، کدام است؟

- ۱۰۸ (۱)      ۲۴۰ (۲)      ۱۲۰ (۳)      ۳۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ باید ک.م.م. این سه عدد را بیابیم:

$$\left. \begin{aligned} 8 &= 2^3 \\ 12 &= 3 \times 2^2 \\ 30 &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [8, 12, 30] = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

۲۶۴. اگر عدد  $12^2 \times 4 \times 3$  به صورت  $n^3$  نوشته شود و  $n$  عددی طبیعی باشد، مقدار  $n$  چیست؟

- ۱۲ (۱)      ۲۴ (۲)      ۳۶ (۳)      ۴۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$12^2 \times 4 \times 3 = 12^2 \times 12 = 12^3 = n^3 \Rightarrow n = 12$$

۲۶۵. رقم یکان عدد  $3^6 - 2^6$  برابر است با:

- ۷ (۱)      ۵ (۲)      ۳ (۳)      ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ نماد  $\equiv$  که نماد هم‌نهشتی نام دارد برای به دست آوردن باقیمانده‌ی عددی بر عددی مانند ۱۰ استفاده می‌شود به عنوان مثال:

$$102 \equiv \boxed{2} \rightarrow \begin{array}{r} 102 \\ 10 \\ \hline 100 \\ 2 \end{array}$$

برای به دست آوردن رقم یکان باید باقی‌مانده تقسیم آن بر ۱۰ را بیابیم.

$$3^6 - 2^6 \equiv (3^2)^3 - 64 \equiv 9^3 - 4 \equiv (-1)^3 - 4 \equiv -1 - 4 \equiv -5 \equiv 5$$

۲۶۶. چند عدد طبیعی مثل  $n$  وجود دارد به طوری که  $n^2$  بین ۱۰۱ و ۳۰۰ باشد؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} 17^2 &= 289 \\ 11^2 &= 121 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 17 - 11 + 1 = 7$$

۲۶۷. در حاصل ضرب  $n \times 13 \times 21 \times 75 \times 34 \times 16$  کوچک‌ترین مقدار  $n$  چند باشد تا حاصل ضرب به ۶ تا صفر ختم شود؟

- ۱۲۵ (۱)      ۶۲۵ (۲)      ۱۲۵۰ (۳)      ۱۰۰۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ اگر عامل‌های ۲ و ۵ در هم ضرب شوند، صفر تولید می‌کنند.

$$\begin{aligned} 2^4 \times (2 \times 17) \times (5^2 \times 3) \times (3 \times 7) \times 13 \times n \\ = 2^5 \times 5^2 \times 17 \times 3^2 \times 13 \times 7 \times n \end{aligned}$$

در حال حاضر این عدد ۲ تا صفر دارد. اگر ۳ تا عامل ۵ دیگر داشته باشیم، ۵ تا صفر خواهیم داشت و اگر یک عامل ۲ دیگر و ۴ عامل ۵ دیگر داشته باشیم، ۶ تا صفر خواهیم داشت.  
 $n = 2 \times 5^f = 1250$

۲۶۸. اگر  $4^{2x-1} \times 3^{y+2} = 96$  باشد، آن گاه حاصل عبارت  $\frac{4}{9}(x+y)$  کدام است؟

- ۱  $\frac{10}{9}$      
  ۲  $\frac{1}{3}$      
  ۳  $\frac{9}{10}$      
  ۴  $\frac{2}{9}$

پاسخ: گزینه ۲

$$4^{2x-1} \times 3^{y+2} = 96 \xrightarrow[\text{پایه ها}]{\text{تجزیه}} (2^2)^{2x-1} \times 3^{y+2} = 2^5 \times 3^1 \Rightarrow 2^{4x-2} \times 3^{y+2} = 2^5 \times 3^1$$

$$\begin{cases} \text{حل معادله} \\ 4x - 2 = 5 \longrightarrow x = \frac{7}{4} \\ \text{حل معادله} \\ y + 2 = 1 \longrightarrow y = -1 \end{cases} \quad \frac{4}{9}(x+y) = \frac{4}{9}\left(\frac{7}{4} + (-1)\right) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3}$$

۲۶۹. حاصل عبارت  $\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 30^3}$  برابر است با:

- ۱ ۴۶۵     
  ۲ ۴۶۵<sup>۲</sup>     
  ۳ ۴۵۵     
  ۴ ۴۵۵<sup>۲</sup>

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا الگو را مرحله به مرحله پیدا می کنیم. مشاهده می کنیم که پاسخ هر کدام حاصل جمع پایه ها می باشد.

$$\begin{aligned} \sqrt{1^3} &= 1 \\ \sqrt{1^3 + 2^3} &= \sqrt{1 + 8} = 3 \\ \sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 30^3} &= 1 + 2 + 3 + \dots + 30 = \frac{30 \times (30 + 1)}{2} = 465 \end{aligned}$$

۲۷۰. مهندسی مساحت زمینی مربع شکل را بر کاغذی نوشت، اما روی دو رقم آن مقداری جوهر ریخت اگر مساحت زمین  $5 * 497$  متر باشد، اندازه ی ضلع این زمین چند متر است؟

- ۱ ۷۰۵ متر     
  ۲ ۷۱۵ متر     
  ۳ ۷۰۱ متر     
  ۴ ۲۳۵ متر

پاسخ: گزینه ۱ هر عدد که رقم یکانش ۱ باشد، رقم یکان مربعش (مجذورش) هم یک می باشد پس عدد مورد نظر گزینه ی (۳) نمی تواند باشد. عدد ۲۳۵ هم از ۳۰۰ کمتر است پس مربعش از ۹۰۰۰۰ کمتر است یعنی گزینه ی (۴) هم رد می شود. از بین گزینه های «۲ و ۱» فقط ۷۰۵ می باشد که اگر به توان ۲ برسد به شکل داده شده می باشد، زیرا:  
 $705^2 = 497025$

۲۷۱. اگر  $3^{2x-1} = 12$  باشد، مقدار  $3^{2x-1}$  کدام است؟

- ۱ ۲     
  ۲  $\frac{1}{2}$      
  ۳ ۴     
  ۴  $\frac{1}{64}$

پاسخ: گزینه ۱

$$3^{2x-1} = 12 \Rightarrow \frac{3^{2x}}{3} = 12 \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 3^{2x} = 36 \Rightarrow (3^x)^2 = 6^2 \Rightarrow 3^x = 6 \Rightarrow 3^{2x-1} = \frac{3^{2x}}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

۲۷۲. کدام یک از اعداد زیر اول است؟

- ۱  $3^{15} + 3^{17} + 2$      
  ۲ ۱۰۰۱     
  ۳ ۲۳۳     
  ۴ ۱۱۹

پاسخ: گزینه ۳ سایر گزینه ها را بررسی می کنیم:  $3^{15} + 3^{17} + 2 \leftarrow$  عدد زوج است پس مرکب است.  
 ۱۰۰۱ و ۱۱۹ هم بر ۷ بخش پذیرند پس مرکب هستند.

۲۷۳. اگر  $0 < a < 1$  باشد، کدام یک بزرگترین است؟

- ۱  $a^3$      
  ۲  $a^6$      
  ۳  $a^f$      
  ۴  $a^{100}$

پاسخ: گزینه ۳ با وجود آن که  $a$  عددی منفی است، اما وقتی به توان زوج می رسد، مثبت می شود پس  $a^f$  بزرگترین است.



۲۷۴. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟  $\frac{4^{n+1}}{36^n} \times 3^{2n+1}$

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{4^{n+1}}{36^n} \times 3^{2n+1} = \frac{2^{2n+2} \times 3^{2n+1}}{(3^2 \times 2^2)^n} = \frac{\cancel{2^{2n}} \times 2^2 \times \cancel{3^{2n}} \times 3^1}{\cancel{3^{2n}} \times \cancel{2^{2n}}} = 4 \times 3 = 12$$

۲۷۵. اگر  $a < -1$  و  $n \in \mathbb{N}$  باشد، آن‌گاه می‌توان گفت:

$a^{2n} < 3a^{2n-1}$  (۴)

$a^{2n} = a^{2n-1}$  (۳)

$a^{2n} < a^{2n-1}$  (۲)

$a^{2n} > a^{2n-1}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ نکته (۱): اگر اعداد منفی به توان زوج برسند مثبت می‌شوند و به توان فرد برسند منفی می‌مانند.

نکته (۲): هر عدد به شکل  $2n$  عددی زوج و به شکل  $2n - 1$  عددی فرد است. در گزینه‌ی (۱) که  $a^{2n}$  عددی مثبت است از  $a^{2n-1}$  که عددی منفی است بزرگتر است.

۲۷۶. اگر  $5^x = 2$  و  $a = 0$  باشد مقدار عبارت  $25^{2x-1} \times 125^{2a}$  برابر است با:

$\frac{9}{125}$  (۴)

$\frac{12}{125}$  (۳)

$\frac{9}{25}$  (۲)

$\frac{16}{25}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$25^{2x-1} \times 125^{2a} = (5^2)^{2x-1} \times 125^{2 \times 0} = 5^{4x-2} \times 125^0 = 5^{4x-2} \times 1 = \frac{5^{4x}}{5^2} = \frac{2^4}{25} = \frac{16}{25}$$

۲۷۷. عدد  $18^{11} \times 42^5 \times 125^8$  بر چند عدد اول بخش‌پذیر است؟

عدد ۵ (۴)

عدد ۴ (۳)

عدد ۳ (۲)

عدد ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

تعداد اعداد اولی که هر عدد بر آن بخش‌پذیر است برابر است با تعداد عوامل اول در تجزیه‌ی آن:

$$18^{11} \times 42^5 \times 125^8 = \overset{(2 \times 3 \times 7)^5}{\text{تجزیه}} \times \overset{(2 \times 3)^{11}}{\text{تجزیه}} \times \overset{(5^3)^8}{\text{تجزیه}} = 2^{11} \times 3^{22} \times 2^5 \times 3^5 \times 7^5 \times 5^{24} = 2^{16} \times 3^{27} \times 5^{24} \times 7^5$$

جمعاً ۴ عامل مشاهده می‌شود.

۲۷۸. در عبارت  $5^{y+3} = 3^{2x-y+1}$  مقادیر  $x$  و  $y$  برابر است با:

$x = -2, y = -3$  (۴)

$x = 2, y = 3$  (۳)

$x = -3, y = -2$  (۲)

$x = 3, y = 2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ دو عبارت زمانی مساوی هستند که توان‌ها صفر باشد  $5^{y+3} = 3^{2x-y+1}$

$$y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$$

$$2x - y + 1 = 0 \Rightarrow 2x - (-3) + 1 = 0 \Rightarrow 2x + 3 + 1 = 0 \Rightarrow 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

۲۷۹. حاصل عبارت  $3^0 + 3^0 + 3^0 + 3^1 + 3^1 + 3^1 + 3^2 + 3^2 + \dots + 3^{100} + 3^{100}$  به صورت یک عدد توان‌دار برابر است با:

$(3^{100})^2$  (۴)

$3^{100}$  (۳)

$3^{102}$  (۲)

$3^{101}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ توجه: هر حاصل جمع یکسان را به ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$\underbrace{3^0 + 3^0 + 3^0}_{3 \times 3^0 = 3^1} + 3^1 + 3^1 + 3^1 + 3^2 + 3^2 + \dots + 3^{100} + 3^{100}$$

$$3^1 + 3^1 + 3^1 = 3 \times 3^1 = 3^2$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

⋮

$$3^{100} + 3^{100} + 3^{100} = 3 \times 3^{100} = 3^{101}$$

می‌دانیم:

۲۸۰. اگر  $e = 3^{315}$ ,  $d = 2^{431}$ ,  $c = 3^{421}$ ,  $b = 21^{43}$  و  $a = 31^{42}$  باشد، آنگاه کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- (۱)  $a$       (۲)  $b$       (۳)  $c$       (۴)  $e$

پاسخ: گزینه ۳ رابطه‌ی (۱)

$$e = 3^{315} = (2^2)^{315} = 2^{630} \Rightarrow 2^{630} > 2^{431} \Rightarrow e > d$$

$$d = 2^{431}$$

رابطه‌ی (۲)

اگر طرف اول در ۲۱ ضرب شود باز هم ۲۱ طرف اول در ۲۱ ضرب شود باز هم ۲۱ طرف اول در ۲۱ ضرب شود باز هم

$$21 < 31 \xrightarrow{\text{دو طرف را به توان ۴۲ می‌بریم}} 21^{42} < 31^{42} \xrightarrow{\text{خیلی کوچکتر از ۳۱ می‌شود}} 21 \times 21^{42} < 31^{42}$$

$$\Rightarrow 21^{43} < 31^{42} < (31^0)^{42} \times 31 \Rightarrow b < a < c$$

توجه: ( $2^9 = 512$ ,  $3^6 = 729$ )

رابطه‌ی (۳)

به توان ۷۰ می‌بریم

$$2^9 < 3^6 \xrightarrow{\text{به توان ۷۰ می‌بریم}} 2^{630} < 3^{420} < 3^{421} \Rightarrow e < c$$

از رابطه‌ی ۱، ۲، ۳

$$\xrightarrow{\text{از همه بزرگ‌تر است}} c = 3^{421}$$

۲۸۱. باقی‌مانده و خارج قسمت تقسیم  $5^{1392} + 5^{1393} + 5^{1394} + 5^{1395}$  بر ۷۸۰ به ترتیب عبارتند از:

- (۱) صفر و  $5^{1392}$       (۲) صفر و  $5^{1391}$       (۳)  $5^{1391}$  و  $5^{1391}$       (۴)  $5^{1392}$  و  $5^{1392}$

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم:

$$5^{1393} = 5^1 \times 5^{1392}, \quad 5^{1394} = 5^2 \times 5^{1392} = 25 \times 5^{1392}$$

$$5^{1395} = 5^3 \times 5^{1392} = 125 \times 5^{1392}$$

از  $5^{1392}$  فاکتور می‌گیریم:

$$5^{1392} + 5^{1393} + 5^{1394} + 5^{1395} = 1 \times 5^{1392} + 5 \times 5^{1392} + 25 \times 5^{1392} + 125 \times 5^{1392} = 156 \times 5^{1392}$$

$$\text{برای تعیین خارج قسمت} \quad \frac{156 \times 5^{1392}}{780} = \frac{5^{1392}}{5^1} = 5^{1391}$$

چون بخش‌پذیر بود، پس باقی‌مانده صفر است.

۲۸۲. کدام یک از اعداد زیر اول هستند؟

- (۱) ۹۱      (۲) ۳۵      (۳)  $(\sqrt{16})^{\frac{1}{2}}$       (۴) ک.م.م (۵ و ۷)

پاسخ: گزینه ۳ ۹۱ مرکب است چون بر ۷ بخش‌پذیر است. ۳۵ مرکب است، چون بر ۳ بخش‌پذیر است.

ک.م.م ۵ و ۷ عدد ۳۵ می‌شود که بر ۵ و ۷ بخش‌پذیر است و عدد مرکب است.

$$(\sqrt{16})^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{2 \times \frac{1}{2}} = 2^1 = 2$$

۲۸۳. اگر  $2^x = 6^y$  باشد، حاصل  $2^{x-y}$  کدام است؟

- (۱)  $6^0$       (۲)  $3^y$       (۳)  $6^y - 2^y$       (۴)  $6^y \times 2^y$

پاسخ: گزینه ۲

$$2^x = 6^y$$

$$2^{x-y} = 2^x \div 2^y = 6^y \div 2^y = 3^y$$

۲۸۴. اگر  $2^{x-y+5} = 3^{x-4}$  باشد، مقدار  $y$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۴      (۳) ۹      (۴) قابل حل نیست

پاسخ: گزینه ۳ نکته (۱): این دو معادله‌ی توانی زمانی مساوی می‌شوند که توان آنها صفر باشد تا به صورت  $2^0 = 3^0$  تبدیل شوند.

نکته (۲): هر عدد (غیر از خود صفر) به توان صفر برسد حاصل برابر یک می‌باشد.

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$x - y + 5 = 0 \xrightarrow{x=4} 4 - y + 5 = 0 \Rightarrow 9 - y = 0 \Rightarrow y = 9$$

۲۸۵. مجموعه‌ی  $\{2^{11} + 2, 2^{11} + 4, 2^{11} + 6, \dots, 2^{12}\}$  چند عضو دارد؟

۲<sup>۱۱</sup> (۴)

۲<sup>۱۰</sup> (۳)

۲<sup>۹</sup> (۲)

۲<sup>۱۲</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$2^{11} + 2 \rightarrow 2^{11} + 2 \times 1 \quad 2^{11} + 4 \rightarrow 2^{11} + 2 \times 2$$

$$2^{11} + 6 \rightarrow 2^{11} + 2 \times 3 \quad 2^{12} \rightarrow 2^{11} + 2^{11} = 2^{11} + (2 \times 2^{10})$$

$$\text{تعداد} = \frac{\text{جمله‌ی اول} - \text{جمله‌ی آخر}}{\text{فاصله}} + 1 \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{(2^{11} + 2^{11}) - (2^{11} + 2)}{2} + 1 = 2^{10}$$

۲۸۶. حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{50} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{50}$$

۸<sup>۵۰</sup> (۴)

۸<sup>۲۵</sup> (۳)

۴<sup>۵۰</sup> (۲)

۴<sup>۲۵</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{50} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{50} = [(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})]^{50}$$

$$= [(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2]^{50} = [5 - 3]^{50} = 2^{50}$$

$$\text{اتحاد مزدوج: } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \rightarrow 4^{25} = (2^2)^{25} = 2^{50}$$

۲۸۷. کدامیک از اعداد مقابل از بقیه اعداد بزرگتر است؟

۲۰<sup>۲۳</sup> (۴)

۲<sup>۲۳۱</sup> (۳)

۳<sup>۴۰۱</sup> (۲)

۴<sup>۳۰۰</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} 20 < 2^{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲۳ می‌بریم}} 20^{23} < 2^{230} < 2^{231} \\ 2^3 < 3^2 \xrightarrow{\text{به توان ۲۰۰ می‌بریم}} 2^{600} < 3^{400} < 3^{401} \end{array} \right\} \Rightarrow 20^{23} < 2^{231} < 2^{600} < 3^{401}$$

۲۸۸. اگر  $\frac{1}{2}x = 2$  و  $3y = 3$  باشد، مقدار عددی عبارت  $-2x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x} + 4xy$  چند است؟

+۱۷ (۴)

-۱ (۳)

+۵ (۲)

-۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{2}x = \frac{2}{1} \rightarrow x = \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{1} = 4 \rightarrow x = 4$$

$$3y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{3} = 1 \rightarrow y = 1$$

$$-2x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x} + 4xy = -2(4)\sqrt{1} - 3(1)\sqrt{4} + 4(4)(1) = -8 - 3 + 16 = -11 + 16 = +5$$

۲۸۹. اگر  $2^z = 10$  باشد، مقدار  $2^{3z-1}$  کدام یک از اعداد زیر است؟

۵۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۰۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$2^{3z-1} = 2^{3z} \div 2^1 = (2^z)^3 \div 2^1 = 10^3 \div 2^1 = 1000 \div 2 = 500$$

۲۹۰. اگر  $3^{x+1} + 3^x = 324$  باشد، مقدار عددی عبارت جبری  $-5x$  کدام است؟

-۲۰ (۴)

۱۷ (۳)

-۸۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{3^{x+1} + 3^x}_{\text{از } 3^x \text{ فاکتور می‌گیریم}} = \underbrace{324}_{\text{تجزیه می‌کنیم}} \Rightarrow 3^x(3+1) = 3^x \times 2^2 \Rightarrow 3^x \times 4 = 3^x \times 4 \Rightarrow x = 4$$

با جایگزینی ۴ به جای  $x$  در عبارت داریم:  $-5x = -5 \times 4 = -20$

۲۹۱. کدام گزینه مجذور کامل نیست؟

- ۱)  $2 \times 18^5$       ۲)  $4^5 + 4^5$       ۳)  $2^{90} + 2^{46} + 1$       ۴)  $2^{36} + 2^{19} + 1$

پاسخ: گزینه ۲ نکته‌ی اتحاد مربع دو جمله‌ای:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مجذور کامل  $2 \times 18^5 = 2 \times (3^2 \times 2)^5 = 2 \times 3^{10} \times 2^5 = 2^6 \times 3^{10}$  (۱)

مجذور کامل نیست  $4^5 + 4^5 = 2 \times 4^5 = 2 \times (2^2)^5 = 2 \times 2^{10} = 2^{11}$  (۲)

مجذور کامل  $2^{90} + 2^{46} + 1 = (2^{45})^2 + 2 \times 2^{45} + 1 = (2^{45} + 1)^2$  (۳)

مجذور کامل  $2^{36} + 2^{19} + 1 = (2^{18})^2 + 2 \times 2^{18} + 1 = (2^{18} + 1)^2$  (۴)

۲۹۲. حاصل عبارت  $\frac{2 \times 4 \times 8 + 444 \times 888 \times 1776 + 888 \times 1776 \times 3552}{8 + 222 \times 444 \times 888 + 444 \times 888 \times 1776}$  برابر است با:

- ۱) ۴      ۲) ۶      ۳) ۸      ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۳ در صورت ۳ جمله و در مخرج نیز ۳ جمله وجود دارد (جملات با + و - از هم جدا می‌شوند) مشاهده می‌گردد که هر جمله‌ی صورت ۸ برابر هر جمله‌ی متناظرش در مخرج می‌باشد یعنی  $2 \times 4 \times 8$  که اولین جمله‌ی مخرج است ۸ برابر اولین جمله‌ی مخرج که ۸ است می‌باشد و به همین ترتیب اگر از ۸ صورت فاکتور بگیریم بقیه‌ی عبارت از صورت و مخرج ساده می‌شود.

$$\text{عبارت سؤال} = \frac{2 \times 4 \times 8 + (444 \times 888 \times 222 \times 8) + (888 \times 1776 \times 444 \times 8)}{8 + 222 \times 444 \times 888 + 444 \times 888 \times 1776}$$

فاکتور = ۸

۲۹۳. کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- ۱) ۲۲۲۲۲      ۲)  $2222^2$       ۳)  $222^{22}$       ۴)  $2^{2222}$

پاسخ: گزینه ۴ واضح است که:

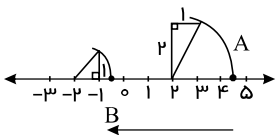
$$2^{2222} < 222^{22} < (222^2)^2 < 222^{22} < (2^5)^{222} < 2^{2222}$$

۲۹۴. حاصل عبارت  $[(-7)^{\frac{-1}{4}}]^{-4}$  کدام گزینه است؟

- ۱) -۷      ۲) +۷      ۳) -۴۹      ۴) +۴۹

پاسخ: گزینه ۱

$$[(-7)^{\frac{-1}{4}}]^{-4} = (-7)^{\cancel{4} \times \frac{-1}{4}} = (-7)^1 = -7$$



۲۹۵. در شکل زیر عدد متناظر با بردار  $\overrightarrow{AB}$  کدام است؟

۱)  $-5 + \sqrt{2} - \sqrt{5}$

۳)  $-5 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$

۲)  $-4 - \sqrt{5} + \sqrt{2}$

۴)  $-4 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$

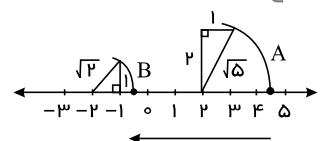
پاسخ: گزینه ۲ برای به دست آوردن عدد متناظر برای بردار  $\overrightarrow{AB}$  کافی است محل قرار گرفتن نقاط  $A$  و  $B$  را به دست آوریم.

نقطه  $B$ :  $1^2 + 1^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$

نقطه  $B$ :  $-2 + \sqrt{2}$

نقطه  $A$ :  $2^2 + 1^2 = y^2 \Rightarrow y^2 = 5 \Rightarrow y = \sqrt{5}$

نقطه  $A$ :  $2 + \sqrt{5}$







حال برای به دست آوردن عدد متناظر با بردار  $\overrightarrow{AB}$  داریم:

$$\begin{aligned} (A) - (B) &= -2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{5}) \\ &= -2 + \sqrt{2} - 2 - \sqrt{5} = -4 + \sqrt{2} - \sqrt{5} = -4 - \sqrt{5} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

۲۹۶. چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

$$-(-3)^{400} > -3^{-400}$$

اگر  $0 < x < y$  باشد، آنگاه  $\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{y^3}$  برابر  $x - y$  است.

اگر  $x < y$  باشد، آنگاه  $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$  است.

اگر  $x^2 > y^2$  باشد، آنگاه  $y < x$  است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ به بررسی درستی عبارتهای می پردازیم:

$$-(-3)^{400} > -3^{-400} \quad (\text{۳- به توان زوج مثبت می شود})$$

$$\Rightarrow -3^{400} > -3^{-400} \Rightarrow -3^{400} > -\frac{1}{3^{400}} \quad \text{نادرست است.}$$

$$\sqrt{y^2} = |y| = -y$$

$$\sqrt[3]{x^3} = x$$

$$\Rightarrow \sqrt{y^2} + \sqrt[3]{x^3} = -y + x = x - y \quad \text{درست است.}$$

اگر  $x < y$  باشد، آنگاه  $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$  است.

اگر  $0 < x < y$  باشد، آنگاه  $\sqrt[3]{y^3} + \sqrt[3]{x^3}$  برابر  $x - y$  است.

مثال نقض:  $2 < 3$ ، ولی  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ .

اگر  $x^2 > y^2$  باشد، آنگاه  $x < y$  است.

مثال نقض:  $(-1)^2 > (-2)^2$ ، ولی  $1 > 4$ .

پس فقط یک مورد از عبارتهای صورت سؤال صحیح است.

۲۹۷. اگر  $a^2c = 35$ ،  $ab^2 = 25$  و  $bc^2 = 49$  باشد، حاصل عبارت  $abc$  برابر است با: ( $a, b, c > 0$ )

۷۰ (۴)

۷ (۳)

۳۵ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ اگر تمام عبارتهای فرض سؤال را در هم ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$a^2c \times ab^2 \times bc^2 = a^3b^3c^3 = 7^3 \times 5^3$$

$$\sqrt[3]{a^3b^3c^3} = \sqrt[3]{7^3 \times 5^3} = 7 \times 5 = abc \rightarrow abc = 35$$

حالا ریشه سوم می گیریم تا  $abc$  بدست آید:

۲۹۸. حاصل عبارت روبهرو برابر است با:

$$\sqrt[6]{6 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{\sqrt{5} - 1}$$

۱ (۴)

$\sqrt[3]{2}$  (۳)

$\sqrt[2]{4}$  (۲)

$\sqrt[3]{2}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt[6]{6 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{\sqrt{5} - 1} = \sqrt[6]{6 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{(\sqrt{5} - 1)^2}$$

$$\sqrt[6]{6 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{5 + 1 - 2\sqrt{5}} = \sqrt[6]{6 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{6 - 2\sqrt{5}} =$$

$$\sqrt[6]{(6+2\sqrt{5})(6-2\sqrt{5})} = \sqrt[6]{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt[6]{36 - 20} = \sqrt[6]{16} = \sqrt[3]{4}$$

۲۹۹. کدام گزینه امکان دارد که جذر کامل داشته باشد؟

- ۱  $xyz^2$       ۲  $xyz^3$       ۳  $xyz^4$       ۴  $xyz^7$

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اعدادی که یکان آن‌ها ۲، ۳، ۷ و ۸ باشد هرگز جذر دقیق ندارند به عبارت دیگر اعدادی که مجذور کامل دارند یکان آن‌ها ارقام ۱، ۴، ۵، ۶ و ۹ است. طبق نکته فوق عدد  $xyz^4$  امکان دارد جذر کامل داشته باشد.

۳۰۰. اگر  $3^x = 7$  و  $11^y = 7$  حاصل  $3^{xy+2}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱ ۱۲۱      ۲ ۶۳      ۳ ۴۹      ۴ ۷۷

پاسخ: گزینه ۲ طبق فرض سوال داریم:

$$11^6 = 7 \xrightarrow{3^x=11} (3^x)^6 = 7 \rightarrow 3^{xy} = 7 \quad (I)$$

$$3^{xy+2} = 3^{xy} \times 3^2 \stackrel{(I)}{=} 7 \times 9 = 63$$

۳۰۱. اگر  $n^b = b$  باشد حاصل  $n^{5n} \times n^{n^{n+1}}$  برابر است با:

- ۱  $b^{5+b}$       ۲  $b^6$       ۳  $b^{5b}$       ۴  $b^{6b}$

پاسخ: گزینه ۱ از قوانین توان استفاده می‌کنیم:

$$n^{5n} \times n^{n^{n+1}} = (n^n)^5 \times n^{n \times n} = b^5 \times n^{b \times n} = b^5 \times (n^n)^b = b^5 \times b^b = b^{5+b}$$

۳۰۲. در معادله رو به رو مقدار  $x$  برابر با کدام گزینه است؟

$$5^{\frac{x}{3}-1} = 7^{5x-15}$$

- ۱ چنین  $x$  وجود ندارد.      ۲ ۶      ۳ ۲      ۴ ۳

پاسخ: گزینه ۴ شاید در ابتدا فکر کنید چنین چیزی امکان پذیر نیست اما اگر توان دو طرف صفر باشد، امکان پذیر است.

$$5^0 = 7^0 = 1$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{3} - 1 = 0 &\rightarrow \frac{x}{3} = 1 \rightarrow x = 3 \\ 5x - 15 = 0 &\rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow x = 3$$

۳۰۳. کدام رابطه بین سه عدد  $5^{2222}$ ،  $3^{3333}$  و  $2^{5555}$  درست است؟

- ۱  $5^{2222} < 3^{3333} < 2^{5555}$       ۲  $5^{2222} < 2^{5555} < 3^{3333}$       ۳  $2^{5555} < 5^{2222} < 3^{3333}$       ۴  $3^{3333} < 5^{2222} < 2^{5555}$

پاسخ: گزینه ۲ اعداد را به صورتی می‌نویسیم که قابل مقایسه باشند:

$$5^{2222} = (5^2)^{1111} = 25^{1111}$$

$$3^{3333} = (3^3)^{1111} = 27^{1111}$$

$$2^{5555} = (2^5)^{1111} = 32^{1111}$$

مشخص است که هرچه پایه بزرگتر باشد به‌خاطر این که توان‌ها برابرند آن عدد بزرگتر است.

۳۰۴. عدد  $3^{\frac{1}{16}}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱  $\sqrt[3]{3^{16}}$       ۲  $\sqrt[19]{8^3}$       ۳  $\sqrt[16]{16^3}$       ۴  $\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۴ نکته: رابطه تبدیل رادیکال به توان داریم:

طبق نکته بالا خواهیم داشت:

$$3^{\frac{1}{16}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

۳۰۵. در عبارت مقابل مقدار  $x$  را بیابید.

$$\sqrt{\sqrt{25x + 5\sqrt{13 + 3\sqrt{2^x + 3^x} - 1}}} = 10$$

- ۱      ۲      ۳      ۴

پاسخ: گزینه ۲ از درونی ترین رادیکال شروع به محاسبات می کنیم:

$$\sqrt{25x+5} \sqrt{13+3\sqrt{2^3+3^3}-1} = \sqrt{25x+5} \sqrt{13+3 \times 4} = \sqrt{25x+25}$$

$$\Rightarrow \sqrt{25x+25} = 10 \rightarrow 25x+25 = 100 \rightarrow 25x = 75 \rightarrow x = 3$$

۳۰۶. جذر یک عدد ۱۲ رقمی، ..... رقم صحیح و جذر یک عدد ۱۹ رقمی ..... رقم صحیح دارد.

۱۰-۶ (۴)

۸-۶ (۳)

۱۹-۱۲ (۲)

۹-۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ نکته: جذر اعداد  $2k$  رقمی،  $k$  رقم صحیح و جذر  $2k+1$  رقمی،  $k+1$  رقم صحیح دارد.

طبق نکته بالا داریم:

$2k = 12 \rightarrow k = 6$

$2k + 1 = 19 \rightarrow k = 9 \Rightarrow k + 1 = 10$

۳۰۷. حاصل  $\sqrt{21+4\sqrt{21+4\sqrt{21+4\sqrt{21+\dots}}}}$  برابر است با:

۳ (۴)

۷ (۳)

-۳ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ اگر دقت عبارت در خودش تکرار می شود پس داریم:

$$A = \sqrt{21+4\sqrt{21+4\sqrt{21+4\sqrt{21+\dots}}}} \rightarrow A = \sqrt{21+4A} \Rightarrow A^2 = 21+4A$$

اتحاد جمله مشترک  $\rightarrow A^2 - 4A - 21 = 0 \rightarrow (A-7)(A+3) = 0 \rightarrow A = +7$

$A = -3 \rightarrow$  غیر قابل قبول است زیرا  $A$  مثبت است

۳۰۸. اگر  $2^n = 100$  باشد، حاصل  $\frac{\sqrt{16^n}}{2^{-n+3}}$  به صورت نماد علمی، کدام است؟

$8 \times 10^{-3}$  (۴)

$1,25 \times 10^{-3}$  (۳)

$1,25 \times 10^5$  (۲)

$8 \times 10^5$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$2^n = 100, 16^n = (2^4)^n = (2^n)^4 \Rightarrow \sqrt{16^n} = (2^n)^2 = 100 \times 100 = 10000$  (۱)

$2^{-n+3} = 2^{-n} \times 2^3 = \frac{1}{2^n} \times 8 = \frac{8}{100}$  (۲)

$\Rightarrow \frac{\sqrt{16^n}}{2^{-n+3}} \stackrel{(1),(2)}{=} \frac{10000}{\frac{8}{100}} = \frac{1000000}{8} = 1,25 \times 10^5$

۳۰۹. مقدار عبارت « $(-5)^{-2}$ » با کدام یک از گزینه های زیر برابر است؟

$-(-5^{-2})$  (۴)

$-(-5^2)^{-1}$  (۳)

$-(-5^{-1})^2$  (۲)

$-(-5)^2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$-(-5)^{-2} = -\left(\frac{1}{-5}\right)^2 = -\frac{1}{25}$

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱:  $-(-5)^2 = -25$

گزینه ۲:  $-(-5^{-1})^2 = -\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = -\frac{1}{25}$

گزینه ۳:  $-(-5^2)^{-1} = -(-25)^{-1} = \frac{1}{25}$

گزینه ۴:  $-(-5^{-2}) = -\left(-\frac{1}{25}\right) = \frac{1}{25}$

۳۱۰. چند تا از عددهای زیر به صورت نماد علمی نوشته شده است؟

•  $\sqrt{7} \times 10^{-20}$

•  $5,3 \times 2^{10}$

•  $(\frac{1}{2})^{-1} \times 10^{15}$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۳  $\sqrt{7} \times 10^{-20}$  چون  $\sqrt{7}$  عدد اعشاری نیست پس این عدد نماد علمی نیست.

$5,3 \times 2^{10}$  و  $(\frac{1}{2})^{-1} \times 10^{15} = 3 \times 10^{15}$  هر دو به صورت نماد علمی هستند.

۳۱۱. سلولی در هر ۲۰ دقیقه یک تکثیر انجام می‌دهد؛ یعنی به دو سلول جدید تبدیل می‌شود و این اتفاق برای سلول‌های جدید نیز بعد از ۲۰ دقیقه رخ می‌دهد. اگر با دو سلول شروع کنیم، بعد ۵ ساعت تعداد سلول‌ها کدام گزینه است؟

۲<sup>۲۵</sup> (۴)

۲<sup>۱۶</sup> (۳)

۲<sup>۱۵</sup> (۲)

۲<sup>۱۴</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۳ یعنی، در هر ساعت ۳ مرحله تکثیر انجام می‌شود و در هر مرحله ۲ برابر می‌شوند؛ پس تعداد نهایی برابر است با:

$$2 \times \underbrace{(2 \times 2 \times \dots \times 2)}_{15 \text{ بار}} = 2^{16}$$

۳۱۲. خارج قسمت تقسیم عدد  $6^{100} + 6^99 + 6^98 + \dots + 6^2 + 6^1$  بر ۷ کدام است؟

(۴) این عدد بر ۷ بخش پذیر نیست.

(۳)  $6^{99} - 1$

(۲)  $6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{98}$

(۱)  $6 + 6^3 + 6^5 + \dots + 6^{99}$

پاسخ: گزینه ۱ عبارت را چنین می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} & 6 + 6^2 + 6^3 + 6^4 + \dots + 6^{99} + 6^{100} \\ &= 6(1 + 6) + 6^2(1 + 6) + \dots + 6^{99}(1 + 6) \\ &= 7(6 + 6^3 + \dots + 6^{99}) \end{aligned}$$

حالا باید بر ۷ تقسیم کنیم. حاصل عبارت داخل پرانتز است.

۳۱۳. کم‌ترین مقدار طبیعی  $n$  چقدر باشد تا نامساوی  $10 \cdot 11 > 10 \cdot 11 \times 10 \cdot 11 \times \dots \times 10 \cdot 11 > 100000$  برقرار باشد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم  $10^5 = 100000$ ؛ پس:

$$\frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \dots + \frac{n}{11} > 5 \Rightarrow 1 + 2 + \dots + n > 55$$

$$\frac{n(n+1)}{2} > 55 \Rightarrow n(n+1) > 110 = 10 \times 11$$

بنابراین  $n > 10$ ؛ پس کم‌ترین مقدار طبیعی  $n$  باید ۱۱ باشد!

۳۱۴.  $A$  کوچک‌ترین عددی است که نصف آن مربع کامل و ثلث آن مکعب کامل است. مجموع ارقام عدد  $A$  چقدر است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ باید توجه داشت عدد باید به شکل  $3^a \times 2^b$  باشد، بعد از این سراغ یافتن  $a, b$  می‌رویم. از آنجایی که نصف عدد مربع کامل است،  $a$  باید به شکل  $2k + 1$  یعنی ۱ یا ۳ یا ۵ یا ... و مضرب ۳ هم باشد (چون مکعب کامل هم هست) و چون ثلث آن مکعب کامل است  $b$  باید به شکل  $3k + 1$  باشد مثل ۱ و ۴ و ۷ و ... زوج هم باشد یعنی ۴. (البته چون کوچک‌ترین را می‌خواهیم)

با این اوصاف کوچک‌ترین عددی که این شرایط را داشته باشد:  $3^4 \times 2^3$  است که برابر است با: ۶۴۸

و جمع ارقام:

$$6 + 4 + 8 = 18$$

در چنین سؤالاتی اگر خود عدد در گزینه‌ها آورده شود، (نه مجموع ارقام) شاید امتحان گزینه‌ها راه ساده‌تری برای آن باشد!

۳۱۵. کوچک ترین مجذور کامل ۷ رقمی را  $a^2$  می نامیم و بزرگ ترین عدد مکعب کامل ۶ رقمی را  $b^3$  می نامیم، مجموع ارقام عدد  $a + b$  چند است؟

- ۱ (۱)      ۱۹ (۲)      ۱۸ (۳)      ۱۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ واضح است  $1000000 = 1000^2$  کوچک ترین مجذور کامل ۷ رقمی است؛ پس  $a^2 = 1000^2$  پس  $a = 1000$ .

از طرفی هم بزرگ ترین عدد مکعب کامل ۶ رقمی باید کم تر از  $100^3$  باشد چون  $100^3$  کوچک ترین مکعب کامل ۷ رقمی است و عدد کم تر از آن ۶ رقمی می شود! که برابر است با  $99^3$  پس  $b = 99$ .

$$a + b = 1000 + 99 = 1099$$

$$\Rightarrow 1 + 9 + 9 = 19$$

۳۱۶. حاصل عبارت  $\frac{625^3 \times 48^4 \times 1.25}{0.00016 \times (0.005)^2}$  را به شکل نماد علمی می نویسیم. توان عدد ۱۰ در آن عدد چیست؟

- ۱۹ (۱)      ۲۱ (۲)      ۲۲ (۳)      ۲۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{625^3 \times 48^4 \times 1.25}{0.00016 \times (0.005)^2}$$

$$= \frac{(5^4)^3 \times (2^4 \times 3)^4 \times 125 \times 10^{-2}}{16 \times 10^{-5} \times (5 \times 10^{-3})^2}$$

$$= \frac{5^{12} \times 2^{16} \times 3^4 \times 5^3 \times 10^{-2}}{2^4 \times 10^{-5} \times 5^2 \times 10^{-6}}$$

$$= 5^{13} \times 2^{12} \times 81 \times 10^9$$

$$= 5^1 \times (5^{12} \times 2^{12}) \times 81 \times 10^9 = 405 \times 10^{21}$$

$$= 4,05 \times 10^{23}$$

۳۱۷. بزرگ ترین عدد طبیعی که مقسوم علیه همه اعداد زیر باشد، کدام است؟

$$2^5 - 2, 3^5 - 3, \dots, n^5 - n$$

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ همه اعداد به شکل  $n^5 - n$  می باشند، پس این عبارت را تجزیه می کنیم:

$$n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1)$$

$$= n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1)$$

$$= (n - 1)(n)(n + 1)(n^2 + 1)$$

۳ عدد  $(n - 1)$  و  $n$  و  $n + 1$  متوالی اند و می دانیم حاصل ضرب ۳ عدد متوالی، همیشه بر ۶ بخش پذیر است و به خاطر داشته باشید:

از هر دو عدد متوالی، حتماً یکی بر ۲ بخش پذیر است.

از هر سه عدد متوالی، حتماً یکی بر ۳ بخش پذیر است.

۳۱۸. عبارت  $N = 8 \times 10^8 \times x^{-\frac{3}{2}}$  تعداد افرادی را مشخص می کند که درآمد آن ها از  $x$  تومان بیش تر است در گروهی که شامل ۸۰۰ نفر از ثروتمندترین افراد است، کم ترین درآمد چند تومان است؟

- ۱۰<sup>۲</sup> (۱)      ۱۰<sup>۴</sup> (۲)      ۱۰<sup>۶</sup> (۳)      ۱۰<sup>۸</sup> (۴)

پاسخ: گزینه ۲ با کمی دقت در صورت مسئله متوجه می شوید که باید عبارت را مساوی ۸۰۰ قرار دهیم و  $x$  را حساب کنیم:

$$800 = 8 \times 10^2 \times x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow x^{-\frac{3}{2}} = 10^{-6} \Rightarrow (x^{-\frac{3}{2}})^{-\frac{2}{3}} = (10^{-6})^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow x = 10^4$$

۳۱۹. عدد  $1 - 2^{48}$  بر دو عدد ۲ رقمی بخش پذیر است. این دو عدد عبارتند از:

۶۳, ۶۵ (۴)

۶۵, ۶۳ (۳)

۶۵, ۶۱ (۲)

۶۵, ۶۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ از اتحاد مزدوج استفاده کرده، عدد را به شکل ضرب دو عدد می نویسیم:

$$\begin{aligned} 2^{48} - 1 &= (2^{24} - 1)(2^{24} + 1) \\ &= (2^{12} - 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \times 65 \times (2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \end{aligned}$$

۳۲۰.  $a, b, c, d$  چهار عدد طبیعی هستند و  $2^{3a} = b, 3^{2c} = d$  حاصل  $\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{d}$  کدام است؟

۲۳ (۴)

۱۷ (۳)

۱۳ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} b = 2^{3a} &\Rightarrow \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{2^{3a}} = 2^a = 8 \\ d = 3^{2c} &\Rightarrow \sqrt[3]{d} = \sqrt[3]{3^{2c}} = 3^c = 9 \\ &\Rightarrow \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{d} = 8 + 9 = 17 \end{aligned}$$

۳۲۱. اگر داشته باشیم  $(a-b)^2 + (b-c)^2 = 0$  حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{abc}}{\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}}$  برابر است با: ( $a > 0$ )

$-\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$-\frac{1}{6}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اگر مجموع دو عبارت نامنفی صفر باشد، تک تک آن‌ها صفرند.

$$\begin{aligned} (a-b)^2 + (b-c)^2 &= 0 \\ \begin{cases} a-b=0 \Rightarrow a=b \\ b-c=0 \Rightarrow b=c \end{cases} &\Rightarrow a=b=c \end{aligned}$$

حالا به جای هر یک از سه حرف، مقدار  $a$  را قرار می دهیم:

$$\frac{\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt{a^2} + \sqrt{a^2} + \sqrt{a^2}} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$$

۳۲۲. اگر  $A = 3\sqrt{8} + \sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{18}$  و  $B = \sqrt{2}(\sqrt{6} + 3)$  باشد، مقدار  $\frac{B}{A}$  کدام است؟

۱ (۴)

$\sqrt{2} + 1$  (۳)

$\sqrt{6} + 3$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{4 \times 2} + \sqrt{25 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{9 \times 2} \\ &= 6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \\ B &= \sqrt{2}(\sqrt{6} + 3) = \sqrt{12} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$B = A \Rightarrow \frac{B}{A} = 1$$

۳۲۳. اگر  $x > 1$  باشد، حاصل  $\sqrt{x+2}\sqrt{x-1}$  به ساده‌ترین شکل کدام است؟

$1 - \sqrt{x+1}$  (۴)

$1 + \sqrt{x+1}$  (۳)

$1 - \sqrt{x-1}$  (۲)

$1 + \sqrt{x-1}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ چون  $x > 1$  پس  $x - 1 > 0$  است؛ بنابراین:

$$\sqrt{x+2}\sqrt{x-1} = \sqrt{(x-1) + 2}\sqrt{x-1} = \sqrt{(x-1) + 2(x-1) + 1}$$



$$= \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = |\sqrt{x-1}+1| = \sqrt{x-1}+1$$

۳۲۴. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1+\sqrt{7-\sqrt{24}}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{7+\sqrt{24}}}$  چقدر است؟

۴  $\sqrt{3}$

۳  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۲  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱  $\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۱ مخرج‌ها را به شکل ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{7-\sqrt{24}} = \sqrt{6-2\sqrt{6}+1} = \sqrt{(\sqrt{6}-1)^2} = \sqrt{6}-1$$

$$\sqrt{7+\sqrt{24}} = \dots = \sqrt{6}+1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1+\sqrt{6}-1} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{6}-1} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

۳۲۵. اگر  $x$  و  $y$  اعداد طبیعی باشند، با افزایش مقادیر  $x$  و  $y$ ، مقادیر  $A$  و  $B$  چه تغییری می‌کند؟

$$A = \frac{1}{1+x^{-1}}$$

$$B = (2+x)^{-2}$$

۴ افزایش - افزایش

۳ افزایش - کاهش

۲ کاهش - کاهش

۱ کاهش - افزایش

پاسخ: گزینه ۳

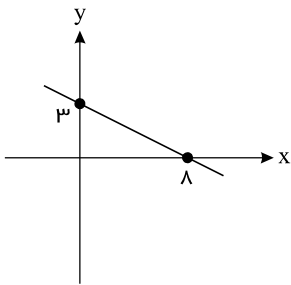
$$A = \frac{1}{1+x^{-1}} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$$

افزایش  $A \Rightarrow \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \uparrow \Rightarrow \frac{1}{x} \downarrow \Rightarrow 1+\frac{1}{x} \downarrow \Rightarrow \frac{1}{x} \uparrow \Rightarrow x \uparrow$  معکوس

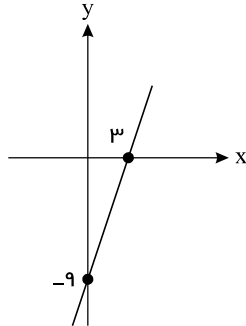
$$B = (2+x)^{-2} = \left(\frac{1}{x+2}\right)^2$$

کاهش  $B \downarrow \Rightarrow \left(\frac{1}{x+2}\right)^2 \downarrow \Rightarrow \frac{1}{x+2} \downarrow \Rightarrow x+2 \uparrow \Rightarrow x \uparrow$

۳۲۶. نمودار معادله خط  $y = a^{-1}x - b^{-2}$  به یکی از دو صورت روبرو است. با انتخاب نمودار مناسب حاصل  $(ab^2)^{-1}$  کدام است؟



(۱)



(۲)

۱ ۱۶

۲  $\frac{1}{9}$

۳  $\frac{1}{8}$

۴ ۲۷

پاسخ: گزینه ۴ با توجه به معادله خط  $y = a^{-1}x - b^{-2}$  و دقت به عرض از مبدأ این معادله یعنی  $-b^{-2}$  داریم:

$$-b^{-2} = -\left(\frac{1}{b}\right)^2 \Rightarrow \text{عددی منفی است}$$

نتیجه می‌گیریم عرض از مبدأ مقداری منفی هست. پس نمودار مناسب نمودار (۲) است. و نقاط  $\begin{bmatrix} 0 \\ -9 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$  در معادله صدق می‌کند.



$$\text{شیب} = \frac{0 - (-9)}{3 - 0} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow y = 3x - 9 \Rightarrow \begin{cases} a^{-1} = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \\ b^{-2} = 9 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow ab^2 = \frac{1}{27} = (ab^2)^{-1} = 27$$

۳۲۷. اگر  $A = (x^{2x})^{x^2}$  باشد،  $A^x$  برابر است با:

- ۱  $x^{2x^2}$     
  ۲  $x^{2x^2}$     
  ۳  $x^{2^{2x+1}}$     
  ۴  $x^{2^{2x+2}}$

پاسخ: گزینه ۳

$$A = (x^{2x})^{x^2} \Rightarrow A^x = (x^{2x})^{x^2 \times x} = x^{2^{2x+1}}$$

۳۲۸. اگر  $3^x = 12$  باشد، مقدار  $\frac{2^{x+1} + 2^{x+2}}{6^x}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{2}$     
  ۲  $\frac{13}{2}$     
  ۳ ۲    
  ۴  $\frac{8}{6}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{2^{x+1} + 2^{x+2}}{6^x} = \frac{2^x(2+4)}{6^x} = \frac{2^x \times 6}{6^x} = \frac{6}{3^x} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

۳۲۹. اگر  $-1 < a < -4$  باشد، کدام عدد از همه بزرگ تر است؟ ( $n$  عدد طبیعی زوج و  $a$  عدد صحیح است.)

- ۱  $a^n$     
  ۲  $-a$     
  ۳  $a^{n+3}$     
  ۴  $a^{n-1}$

پاسخ: گزینه ۱ با مثال روش حل ارائه می گردد. اگر  $a = -5$  و  $n = 2$  باشد، داریم:

$$a^{n-1} : (-5)^{2-1} = -5, a^{n+3} : (-5)^{2+3} = -3125, -a : -(-5) = 5, a^n : (-5)^2 = 25$$

۳۳۰. در معادله  $5^{2x} \times 2^{2x+3} = 0,008$  مقدار  $x$  برابر است با:

- ۱  $-\frac{3}{2}$     
  ۲  $-\frac{2}{3}$     
  ۳  $-\frac{9}{2}$     
  ۴  $\frac{9}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

$$5^{2x} \times 2^{2x+3} = 0,008 \Rightarrow 5^{2x} \times 2^{2x} \times 2^3 = 2^3 \times 10^{-3} \Rightarrow 10^{2x} = 10^{-3} \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

۳۳۱. اگر  $8^{x+2} = 10$  باشد، مقدار  $\sqrt{2^{3x+6} + 2^{3x+7} + 2^{(x+2)-10}}$  کدام است؟

- ۱ ۳۶۱    
  ۲ ۱۱    
  ۳ ۱۹    
  ۴ ۱۲۱

پاسخ: گزینه ۲

$$8^{x+2} = (2^3)^{x+2} = 2^{3x+6} = 10$$

$$\sqrt{2^{3x+6} + 2^{3x+6} \times 2 + 2^{10-10}} = \sqrt{(2^{3x+6})^2 + 2^{3x+6} \times 2 + 1} = \sqrt{10^2 + 20 + 1} = \sqrt{121} = 11$$

۳۳۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$5\sqrt[4]{a^3} + 2\sqrt[4]{a^6} + \frac{\sqrt[4]{a^8 \times a^6}}{2} + \frac{\sqrt[4]{(196)^2 a^3}}{14} = ?$$

- ۱  $\frac{15}{2}\sqrt[4]{a^3}$     
  ۲  $\frac{17}{2}\sqrt[4]{a^3}$     
  ۳  $17\sqrt[4]{a^3}$     
  ۴  $\frac{15}{2}\sqrt[4]{a^6}$

پاسخ: گزینه ۲

$$5\sqrt[4]{a^3} + 2\sqrt[4]{a^6} + \frac{1}{2}\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a^3} = (5 + 2 + 1 + \frac{1}{2})\sqrt[4]{a^3} = \frac{17}{2}\sqrt[4]{a^3}$$

۳۳۳. اگر  $(\sqrt{2}\sqrt[4]{2})^a$  برابر ۲ باشد، حاصل  $a - 3$  کدام است؟

- ۱ ۱    
  ۲  $2\sqrt{2} - 3$     
  ۳ ۳    
  ۴  $\sqrt{2} - 3$



پاسخ: گزینه ۴

$$(\sqrt{2}\sqrt{2})^a = 2 \xrightarrow{m\sqrt{a^n} = a^{\frac{m}{n}}} ((2^{\frac{1}{2}})^{\sqrt{2}})^a = 2 \Rightarrow 2^{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2^1 \Rightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = 1 \Rightarrow a = 1 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a - 3 = \sqrt{2} - 3$$

۳۳۴. حاصل  $a^b$ ,  $(a, b \neq 0)$  را پس از دو برابر کردن  $a$  و  $b$  با  $r$  نشان می‌دهیم. اگر  $r$  برابر حاصل ضرب  $a^b$ ,  $a^b$  باشد،  $x$  برابر است با:

- ۱)  $a$       ۲)  $2a$       ۳)  $4a$       ۴)  $6a$

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} r &= (2a)^{2b} = (4a^2)^b \\ r &= a^b \times x^b = (ax)^b \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4a^2 = ax \Rightarrow x = 4a$$

۳۳۵. عبارت  $x\sqrt{-x}$  با کدام برابر است؟

- ۱)  $-\sqrt{-x^3}$       ۲)  $\sqrt{-x^3}$       ۳)  $-\sqrt{x^3}$       ۴)  $|x|\sqrt{-x}$

پاسخ: گزینه ۱ برای این که  $\sqrt{-x}$  با معنی باشد باید  $-x \geq 0$  و یا  $x \leq 0$  باشد پس:

$$x \leq 0 \Rightarrow x = -(\sqrt{-x})^2 \Rightarrow x\sqrt{-x} = -(\sqrt{-x})^2 \cdot \sqrt{-x} = -(\sqrt{-x})^3 = -\sqrt{-x^3}$$

۳۳۶. بزرگ‌ترین، عددهای زیر کدام است؟ « $n$  عدد طبیعی است»

- ۱)  $0.99 \times 10^{-n} + 1$       ۲)  $0.9 \times 10^{-n}$       ۳)  $9 \times 10^{-n+1}$       ۴)  $99 \times 10^{-n}$

پاسخ: گزینه ۴ با انتخاب  $n = 1$  گزینه «۴» بزرگ‌ترین است.

$$n = 1$$

$$99 \times 10^{-1} = 9.9$$

۳۳۷. حاصل  $m^{-1}\sqrt{\frac{a}{m}}$  کدام است؟

- ۱)  $a$       ۲)  $\frac{1}{a}$       ۳)  $m\sqrt{a}$       ۴)  $\frac{1}{m\sqrt{a}}$

پاسخ: گزینه ۳

$$m^{-1}\sqrt{\frac{a}{m}} = m^{-1}\sqrt{\frac{a}{1} \times \frac{1}{m}} = m^{-1}\sqrt{a \times a^{-\frac{1}{m}}} = m^{-1}\sqrt{a^{1-\frac{1}{m}}} = m^{-1}\sqrt{a^{\frac{m-1}{m}}} = a^{\frac{1}{m}} = m\sqrt{a}$$

۳۳۸. به ازای چند  $n$  از اعضای  $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ،  $n^2$  مربع کامل است؟

- ۱) ۱۰۰      ۲) ۵۵      ۳) ۵۴      ۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۲ اگر  $n$  عددی زوج باشد  $n^2$  مربع کامل است و اگر  $n$  فرد باشد  $n^2$  وقتی مربع کامل است که  $n$  مربع کامل باشد یعنی به ازای ۱، ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱ پس تعدادی  $n$  های مطلوب برابر است با:

$$50 + 5 = 55$$

۳۳۹. اگر  $A = \{\sqrt[3]{x} | x \in \mathbb{N}, \sqrt{x} \notin \mathbb{N}\}$ ، کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر صحیح است؟

- ۱)  $\{2, 4\} \subseteq A$       ۲)  $2\sqrt[3]{2} \in A$       ۳)  $3 \in A$       ۴)  $5 \notin A$

پاسخ: گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\{2, 3, 4\} \not\subseteq A \rightarrow 4 \notin A$$

$$\sqrt[3]{x} = 4 \rightarrow x = 64 \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{64} = 8 \in \mathbb{N} \Rightarrow 4 \notin A \quad \times$$

گزینه «۲»:

$$2\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16} \Rightarrow x = 16 \in \mathbb{N} \text{ و } \sqrt{16} = 4 \in \mathbb{N} \Rightarrow 2\sqrt[3]{2} \notin A \quad \times$$

گزینه «۳»:

$$3 = \sqrt[3]{x} \Rightarrow x = 27 \in \mathbb{N} \quad \sqrt{27} \notin \mathbb{N} \Rightarrow 3 \in A \quad \checkmark$$

گزینه ۴:

$$5 = \sqrt[3]{x} \Rightarrow x = 125 \in \mathbb{N} \quad \sqrt{125} \notin \mathbb{N} \Rightarrow 5 \in A \quad \times$$

۳۴۰. ضخامت یک برگ از کتابی  $19 \times 10^{-3}$  و تعداد صفحات آن ۱۵۲ صفحه است. اگر در هفته کتابخوانی ۲۰۰۰ جلد از این کتاب را بین دانش‌آموزان یک شهر توزیع کرده باشند و هر دانش‌آموز موظف باشد کتاب خود را به ۵ نفر از دوستانش برای مطالعه امانت بدهد. اگر هدف، محاسبه مجموع ضخامت تمامی صفحات مطالعه شده توسط تمامی افراد باشد، نماد علمی آن در این طرح کتابخوانی کدام گزینه است؟

۱  $1,44 \times 10^5$       ۲  $14,44 \times 10^4$       ۳  $1,444 \times 10^4$       ۴  $1,444 \times 10^5$

پاسخ: گزینه ۳ تعداد صفحات کتاب ۱۵۲ صفحه است، پس تعداد برگ‌های کتاب نصف این عدد است که می‌شود ۷۶. ضخامت یک کتاب برابر است با  $76 \times 19 \times 10^{-3}$  و حال برای محاسبه ضخامت تعداد برگ‌ها در طرح مطالعه دانش‌آموزان باید این عدد را در  $2000 \times 5$  ضرب کنیم.

$$76 \times 19 \times 2000 \times 5 \times 10^{-3} = 14440 = 1,4444 \times 10^4$$

۳۴۱. مقدار  $x$  از معادله زیر کدام است؟

$$\frac{2^{-2x+2} + 4^{1-x} \times 2 + 4^{2-x} \times 2}{8^{x+1} + 2^{3x} + 2^{3x+1}} = 2$$

۴ صفر

۳  $\frac{1}{2}$

۲  $\frac{3}{15}$

۱  $-\frac{1}{5}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{2^{-2x+2} + (2^2)^{1-x} \times 2 + (2^2)^{2-x} \times 2}{(2^3)^{x+1} + 2^{3x} + 2^{3x+1}} = \frac{2^{-2x+2} + 2^{-2x+3} + 2^{-2x+5}}{2^{3x+3} + 2^{3x} + 2^{3x+1}}$$

$$= \frac{2^{-2x+2}(1 + 2 + 2^3)}{2^{3x}(2^3 + 1 + 2)} = \frac{1}{2^{5x-2}}$$

$$\frac{1}{2^{5x-2}} = \frac{1}{2^{-1}} \rightarrow 5x - 2 = -1 \rightarrow x = \frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

۳۴۲. حاصل عبارت زیر کدام است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^{-n} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)^{n+1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2n}$$

۴  $\frac{1}{12}$

۳  $-\frac{1}{12}$

۲  $\left(\frac{1}{12}\right)^{-n}$

۱  $\left(\frac{-1}{12}\right)^n$

پاسخ: گزینه ۳

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{3-4}{6}\right)^n \times \left(\frac{1-9}{12}\right)^{n+1} \times 4^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{-1}{6}\right)^n \times \left(\frac{-1}{12}\right)^{n+1} \times 4^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} \times \left(\frac{-1}{3}\right)^{-n} \times \left(\frac{-1}{3}\right)^{n+1} \times \left(\frac{+1}{4}\right)^{n+1} \times 4^n$$

$$= \left(\frac{-1}{3}\right)^1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \left(\frac{-1}{12}\right)$$

۳۴۳. اگر  $\frac{25 \times 3^{-y}}{36} = \frac{5^3 \times 3^2 \times 4^x}{2^8 \times 15}$  باشد، حاصل  $3^y \times x$  کدام است؟

۴ -۲۷

۳ ۳۶

۲ -۱۸

۱ ۹

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{5^2 \times 3^{-y}}{6^2} = \frac{5^3 \times 3^2 \times 2^{2x}}{2^8 \times 3^1 \times 3^1} \rightarrow \frac{3^{-y}}{3^2 \times 2^2} = \frac{5^1 \times 2^{2x}}{2^6 \times 3^2} \rightarrow 2^6 \times 3^{-y} = 3^3 \times 2^{2x} \rightarrow -y = 3 \rightarrow y = -3, 2x = 6 \rightarrow x = 3$$

$$3^y \times x = -9 \times 3 = -27$$

۳۴۴. دو دسته عدد داریم که می‌خواهیم بر اساس توان ۱۰ در نمایش نماد علمی‌شان از کوچک به بزرگ مرتب کنیم. مجموع توان ۱۰ اولین عدد در دسته اول و آخرین عدد در دسته دوم بعد از مرتب کردنشان چه عددی می‌شود؟

دسته اول :  $۲^{+۴}, ۰,۰۱۲۵, -۵^۳$

دسته دوم :  $۰,۰۰۸۳۳۴, ۳^۶, ۱۰۰۲۳۹$

○ (۴)

-۵ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا اعداد هر دسته را به نمایش نماد علمی درمی‌آوریم و سپس توان های عدد ۱۰ را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} ۲^۴ &= ۱۶ = ۱,۶ \times ۱۰^1 \\ ۰,۰۱۲۵ &= ۱,۲۵ \times ۱۰^{-۲} \\ -۵^۳ &= -۱۲۵ = -۱,۲۵ \times ۱۰^۲ \end{aligned} \right\} -۲ < ۱ < ۲ \rightarrow ۰,۰۱۲۵, ۲^{-۴}, -۵^۳$$

$\rightarrow ۵ + (-۲) = ۳$

$$\left. \begin{aligned} ۰,۰۰۸۳۳۴ &= ۸,۳۳۴ \times ۱۰^{-۳} \\ ۳^۶ = ۷۲۹ &= ۷,۲۹ \times ۱۰^۲ \\ ۱۰۰۲۳۹ &= ۱,۰۰۲۳۹ \times ۱۰^۵ \end{aligned} \right\} \rightarrow -۳ < ۲ < ۵ \rightarrow ۰,۰۰۸۳۳۴, ۳^۶, ۱۰۰۲۳۹$$

۳۴۵. اگر  $A = \frac{۲^{۲k} - ۲^{۲k-۲}}{-۴^{۲k} - (-۴)^{۲k+1}}$  باشد، قرینه A برابر با کدام است؟

$\frac{1}{۲^{-k+1}}$  (۴)

$۲^{k+۲}$  (۳)

$۲^{-۲k-۲}$  (۲)

$\frac{1}{۲^{k+1}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

صورت کسر  $A = ۲^{۲k} - ۲^{۲k-۲} = ۲^{۲k} \left(1 - \frac{1}{۴}\right) = \frac{۳}{۴} \times ۲^{۲k} = ۳ \times ۲^{۲k-۲}$

مخرج کسر  $A = -۴^{۲k} - (-۴)^{۲k+1} = -۴^{۲k} + ۴^{۲k+1} = -۴^{۲k} (1 - ۴) = -۳ \times (-۴)^{۲k} \rightarrow A = \frac{۳ \times ۲^{۲k-۲}}{-۳ \times ۴^{۲k}} = \frac{-۲^{۲k-۲}}{۴^{۲k}}$

قرینه A  $= ۲^{-۲k-۲} = ۲^{-۲(k+1)}$

۳۴۶. اگر  $x = \sqrt[۳]{(-۴)^{-۲}} + \sqrt{۲^{-۴}}$ ، آن گاه حاصل  $\frac{x}{1 + \sqrt[۳]{۴}}$  برابر است با:

$\frac{1}{۴}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{1 + ۲\sqrt[۳]{۴}}{۴(1 + \sqrt[۳]{۴})}$  (۲)

$\frac{1 + \sqrt[۳]{۲}}{۴(1 + \sqrt[۳]{۴})}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$x = \sqrt[۳]{(-۴)^{-۲}} + \sqrt{۲^{-۴}} = \sqrt[۳]{۲^{-۴}} = \sqrt[۳]{۲^{-۴}} + ۲^{-۲}$

کسر را گویا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{x}{1 + \sqrt[۳]{۴}} &\times \frac{1 + \sqrt[۳]{۲^۴} - \sqrt[۳]{۲^۲}}{1 + \sqrt[۳]{۲^۴} - \sqrt[۳]{۲^۲}} = \frac{x \times (1 + \sqrt[۳]{۲^۴} - \sqrt[۳]{۲^۲})}{1 + ۴} = \frac{(\sqrt[۳]{۲^{-۴}} + ۲^{-۲})(1 + \sqrt[۳]{۲^۴} - \sqrt[۳]{۲^۲})}{۵} = \frac{\sqrt[۳]{۲^{-۴}} + 1 - \sqrt[۳]{۲^۲} + ۲^{-۲} + ۲^{-۲}\sqrt[۳]{۲^۲}}{۵} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{۴} + \sqrt[۳]{۲^{-۴}} - \sqrt[۳]{۲^{-۲}} + \sqrt[۳]{۲^{-۶}} \times ۲^۲ - \sqrt[۳]{۲^{-۶}} \times ۲^۲}{۵} = \frac{\frac{۵}{۴} + \sqrt[۳]{۲^{-۴}} - \sqrt[۳]{۲^{-۲}} + \sqrt[۳]{۲^{-۲}} - \sqrt[۳]{۲^{-۴}}}{۵} = \frac{\frac{۵}{۴}}{۵} = \frac{1}{۴} \end{aligned}$$