

جزوه فصل ۶ ریاضی هفتم

حجم

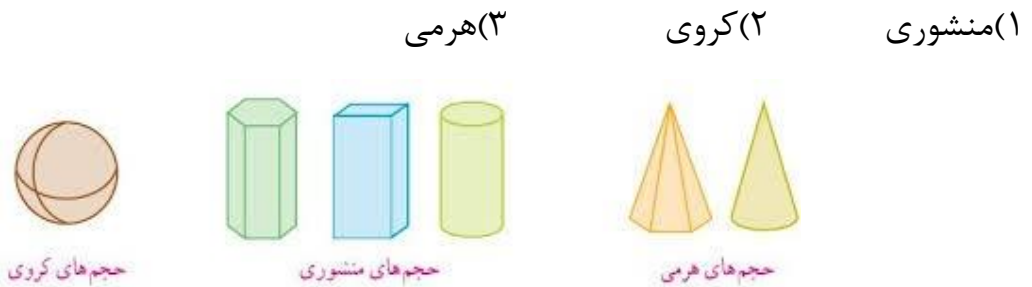
حجم به مقدار فضایی که هر جسم می گیرد، می گویند. همه وسایل اطراف ما به یک مقدار فضا یا جا نیاز دارند به عنوان مثال یخچال اشپزخونه
حجم ها به دودسته زیر تقسیم می شوند

(۱) حجم های هندسی

(۲) حجم های غیر هندسی

حجم های هندسی اسم و شکل مشخصی دارند اما حجم های غیر هندسی این طور نیستند مثلا اگه شما یه قوطی کبریت رو در نظر بگیرید کاملا مشخصه که این حجم هندسی هست چون شکل آن یک مکعب مستطیله ولی چیزهایی مثل مبل، قیچی و..... اینطور نیست

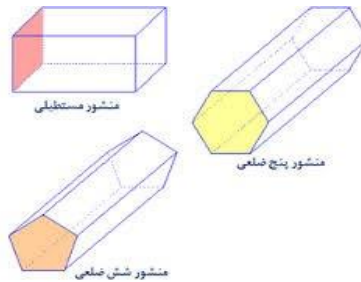
حجم های هندسی باز خودشون به سه دسته زیر تقسیم می شوند که شکل هر کدام در ادامه آورده می شود



البته یکسری از شکل ها ترکیبی از این سه دسته هستند. ولی ما در ریاضی هفتم با حجم های منشوری سروکار داریم

ویژگی حجم های منشوری

در حجم های منشوری قاعده ها که ان را با رنگ قرمز در شکل زیر نشان می دهیم یکی هستند یعنی اگر بالای شکل دایره ای شکل است ، کف شکل هم دایره شکل است اما در حجم های هرمی اینطور نیست و راس شکل یه حالت تیزی دارد.

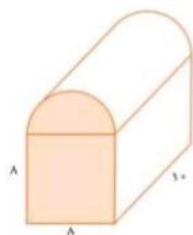


محاسبه حجم های منشوری

برای محاسبه حجم هر شکل هندسی فقط کافیست مساحت قاعده ان شکل را در بدست آوریم بعد ان را در ارتفاع ضرب کنیم

قسمت مهم در محاسبه حجم منشور ، محاسبه مساحت قاعده است به عنوان مثال چون قاعده ها در استوانه دایره شکل هستند پس در محاسبه حجم استوانه مساحت قاعده برابر همیشه با مساحت دایره یا مثلا چون قاعده ها در منشور به شکل مثلث هستند پس در محاسبه حجم منشور مساحت قاعده برابر همیشه با مساحت مثلث

مثال) حجم شکل زیر را بدست آورید



در مورد این سوال چون قاعده ما از یک نیم دایره و یک مربع تشکیل شده است پس

مساحت مربع + مساحت نیم دایره = مساحت قاعده

$$\text{مساحت مربع} = 8 \times 8$$

$$\text{مساحت دایره} = 4 \times 4 \times 3,14$$

چون شکل ما نیم دایره است پس مساحت دایره را تقسیم بر دو می کنیم بنابراین

$$\text{مساحت قاعده} = 64 + 25,12$$

حالا فقط کافیست این عدد رو در ارتفاع ضرب کنیم

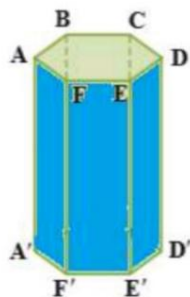
$$\text{حجم شکل} = 89,12 \times 10 = 891,2$$

مثال) در هر یک از منشورهای زیر تعداد وجه های جانبی، یال و راس ها را بیابید



اول بریم سراغ اینکده به وجه و یال و راس اصلا چی هستند

به سطح های اطراف حجم منشوری وجه جانبی گفته میشود، که آنها را در شکل زیر با رنگ ابی مشخص کرده ایم



به محل برخورد سطح ها، یال گفته میشود که در شکل ما

AA' ، BB' ، CC' ، DD' ، EE' ، FF'

یال هستند.

به محل برخورد سطوح هم، راس میگویند.

نکته: برای محاسبه تعداد راس های هر شکل فقط کافیست راس های قاعده بالا شمرده و آن را دو برابر کنیم چون دو تا قاعده داریم.

پس با توجه به توضیحات بالا در شکل سمت چپ ۶ وجه جانبی ، ۱۲ راس و ۱۸ یال داریم و در شکل سمت راست ۴ وجه جانبی ، ۸ راس و ۱۲ یال داریم.

مثال میخواهیم با مقوا یک جعبه به شکل منشور سه پهلو بسازیم که قاعده آن یک مثلث قائم الزاویه به ابعاد ۳، ۴، ۵ سانتی متر و ارتفاع جعبه ۶ سانتی متر باشد. چند سانتی متر مربع مقوا لازم داریم؟

منظور از مقدار مقوا لازم یعنی همان مساحت کل که فرمول آن برابر است با

(مساحت قاعده $\times 2$) + مساحت جانبی = مساحت کل

ارتفاع \times محیط قاعده = مساحت جانبی

اول بریم سراغ محاسبه مساحت جانبی، با توجه به اینکه قاعده ها در منشور مثلث شکل هستند پس محیط قاعده ما برابر است با محیط مثلثی با ابعاد ۳،۴،۵

$$\text{محیط قاعده} = 3 + 4 + 5 = 12$$

$$\text{مساحت جانبی} = 12 \times 6 = 72$$

حالا برای محاسبه مساحت کل باید مساحت قاعده رو هم داشته باشیم همانطور که در بالا اشاره شد چون قاعده ها در منشور مثلث شکل هستند پس مساحت قاعده برابر است با مساحت مثلثی با ابعاد ۳،۴،۵

$$\text{مساحت قاعده} = (\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}) \div 2$$

$$6 = 2 \div (3 \times 4) = \text{مساحت قاعده}$$

چون منشور دو قاعده داره یعنی یه مثلث بالا و یه مثلث پایین پس باید مساحت قاعده رو در دو ضرب کنیم

$$12 = 6 \times 2 = \text{مساحت قاعده ها}$$

پس مساحت کل برابر می شود با

$$84 = 12 + 72 = \text{مساحت کل}$$

مثال درستی (✓) یا نادرستی (×) عبارت زیر را مشخص کنید

الف) حجم منشور برابر است با حاصل ضرب محیط قاعده در ارتفاع

ب) به مجموع مساحت همه وجه های جانبی یک منشور مساحت جانبی می گویند

ج) هر منشور تنها یک قاعده دارد

د) گسترده سطح جانبی یک استوانه به شکل مستطیل است

ه) هر منشور ۸ پهلو دارای ۲۴ راس است

الف) \times حجم منشور برابر است با حاصل ضرب **مساحت قاعده** در ارتفاع

ب) \checkmark به دور تا دور هر چیز مساحت جانبی گفته می شود که به آنها قاعده بالا

و پایین هم اضافه شود به ان مساحت کل می گویند

ج) \times هر منشور دو قاعده دارد یکی در بالا یکی در پایین مثل استوانه که دو قاعده دایره شکل دارد

د) \checkmark استوانه همان کاغذ مستطیل شکلی هست که لول خورده

ه) \times با توجه به اینکه شکل ما ۸ پهلو هست پس دوبرابر اون یعنی ۱۶ تا راس داریم و سه برابر اون یعنی ۲۴ تا **یال** داریم

مثال) جاهای خالی با اعداد یا عبارات مناسب کامل شود

الف) منشور ۸ پهلو وجه دارد

ب) در حجم های منشوری به محل برخورد ۳ وجه گفته میشود

ج) یک جعبه دستمال کاغذی نمونه ای از حجم های است

الف) پهلو همان وجه می باشد پس منشور ۸ پهلو ۸ وجه دارد

ب) راس ج) منشوری