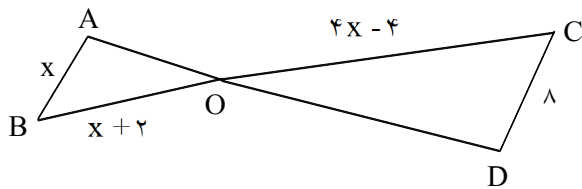


۱- مقدار x را حساب کنید. ($AB \parallel CD$)



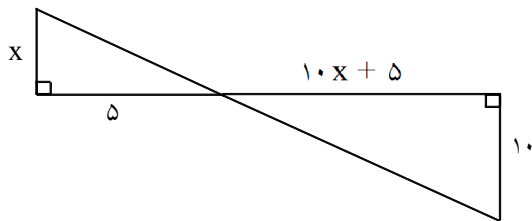
« پاسخ »

این دو مثلث بنا به دو زاویه برابر متشابه هستند.

$$\begin{cases} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ \widehat{A} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{BO}{OC} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{x+2}{4x-4} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow x^2 - x = 2x + 4$$

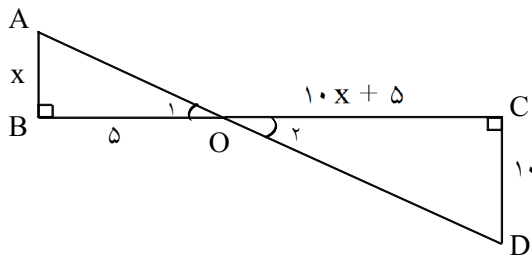
$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 4 \\ \text{غ ق ق } x = -1 \end{cases}$$

۲- مقدار x را حساب کنید.



« پاسخ »

این دو مثلث بنا به دو زاویه برابر متشابه هستند بنابراین داریم:



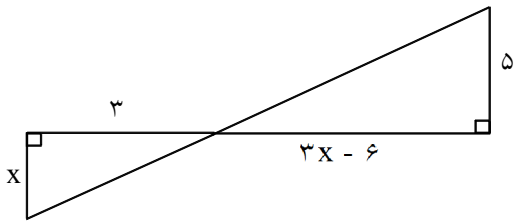
$$\begin{cases} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ \widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{5}{10x+5} \Rightarrow 10x^2 + 5x = 50$$

$$\Rightarrow 10x^2 + 5x - 50 = 0 \xrightarrow{\div 5} 2x^2 + x - 10 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(2)(-10) = 81$$

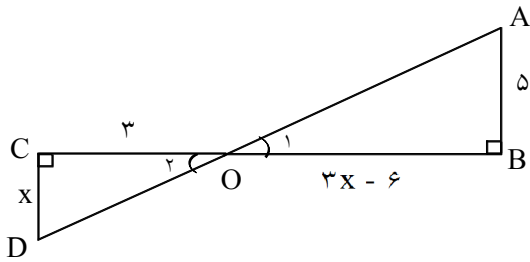
$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{4} \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق } x = \frac{-10}{4} = -2.5 \\ \text{ق ق } x = 2 \end{cases}$$

۳- مقدار X را حساب کنید.



« پاسخ »

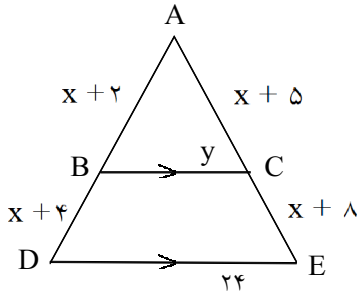
این دو مثلث بنا به دو زاویه برابر، مشابه هستند بنابراین داریم:



$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle OCD \sim \triangle OAB$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{OB}{OC} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{3x-6}{3} \Rightarrow 15x - 30 = 3x \Rightarrow 12x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{12} = 12/5$$

۴- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار X و y را حساب کنید.



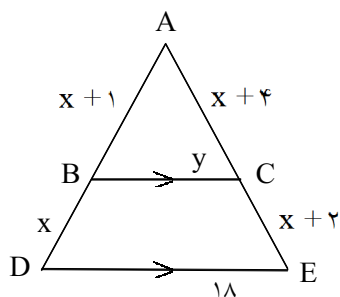
« پاسخ »

چون $BC \parallel DE$ است بنابراین طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+2}{x+4} = \frac{x+5}{x+8} \Rightarrow x^2 + 10x + 16 = x^2 + 9x + 20 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{6}{14} = \frac{y}{24} \Rightarrow y = \frac{6 \times 24}{14} \Rightarrow y = \frac{72}{7}$$

۵- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x و y را حساب کنید.



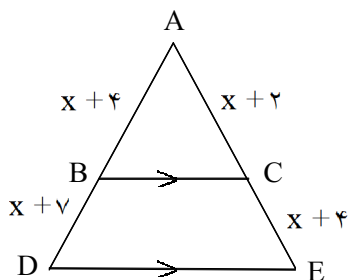
« پاسخ »

چون $BC \parallel DE$ است بنابراین طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+1}{x} = \frac{x+4}{x+2} \Rightarrow \cancel{x} + 3x + 2 = \cancel{x} + 4x \Rightarrow x = 2$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{y}{18} \Rightarrow y = 10/8$$

۶- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x را حساب کنید.

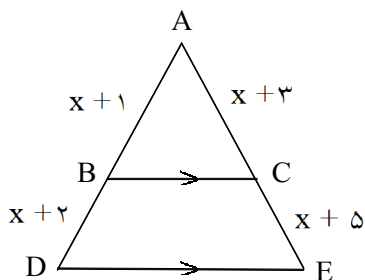


« پاسخ »

چون $BC \parallel DE$ است بنابراین طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+4}{x+7} = \frac{x+2}{x+4} \Rightarrow \cancel{x} + 8x + 16 = \cancel{x} + 9x + 14 \Rightarrow x = 2$$

۷- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x را حساب کنید.

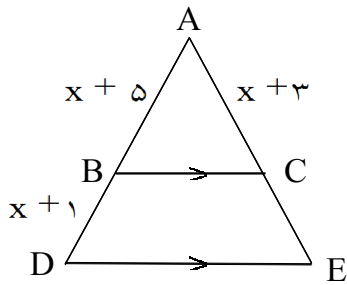


« پاسخ »

چون $BC \parallel DE$ است، بنابراین طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+1}{x+2} = \frac{x+3}{x+5} \Rightarrow \cancel{x} + 6x + 5 = \cancel{x} + 5x + 6 \Rightarrow x = 1$$

۸- مقدار x را حساب کنید، اگر $BC \parallel DE$ باشد.

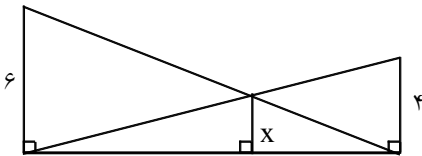


« پاسخ »

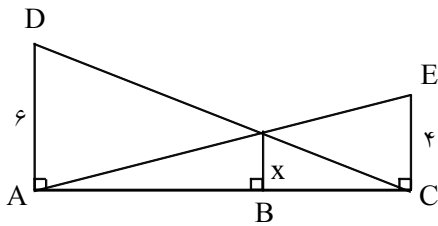
چون $BC \parallel DE$ است، بنابراین طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+5}{x+1} = \frac{x+3}{x} \Rightarrow \cancel{x} + 4x + 3 = \cancel{x} + 5x \Rightarrow x = 3$$

۹- مقدار x را حساب کنید.



« پاسخ »



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{AC} = \frac{x}{4} \\ \frac{BC}{AC} = \frac{x}{6} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{جمع می کنیم}} \frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \frac{x}{4} + \frac{x}{6}$$

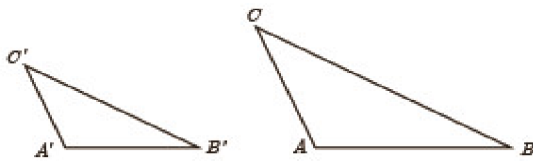
$$\Rightarrow \frac{\overbrace{AB+BC}^{AC}}{AC} = \frac{6x+4x}{24} \Rightarrow 1 = \frac{10x}{24} \Rightarrow x = \frac{24}{10} \Rightarrow x = 2.4$$

۱۰- دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ را با نسبت تشابه K در نظر بگیرید؛ به گونه‌ای که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ باشد.

حال ارتفاع‌های AH و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید.

(الف) ثابت کنید مثلث‌های AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند.

(ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را به دست آورید.



(پ) نسبت مساحت‌های $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}$ را محاسبه کنید.

(ت) نسبت محیط‌های دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را به دست آورید.

« پاسخ »

چون دو مثلث AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند. پس داریم:

$$\hat{C} = \hat{C}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{A} = \hat{A}', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K$$

(الف) چون $\hat{B} = \hat{B}'$ و $\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند.

(ب) دو مثلث AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'}, \frac{AB}{A'B'} = K \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = K$$

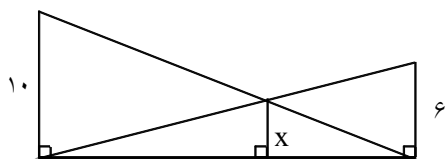
$$\text{پ) } \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \times AH}{\frac{1}{2}B'C' \times A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'} \times \frac{AH}{A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = K^2$$

$$\text{ت) } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K \Rightarrow AB = KA'B', BC = KB'C', AC = KA'C'$$

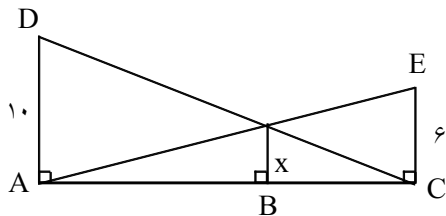
$$\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{AB + BC + AC}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{KA'B' + KB'C' + KA'C'}{A'B' + B'C' + A'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{K(A'B' + B'C' + A'C')}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = K$$

۱۱- مقدار X را حساب کنید.



« پاسخ »

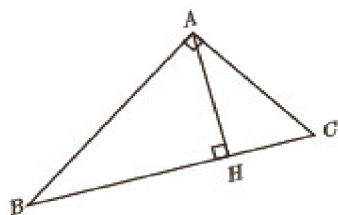


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{AC} = \frac{x}{6} \\ \frac{BC}{AC} = \frac{x}{10} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{جمع می کنیم}}$$

$$\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \frac{x}{6} + \frac{x}{10}$$

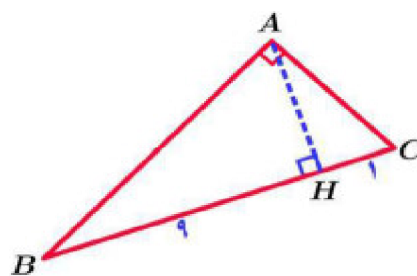
$$\Rightarrow \frac{\overbrace{AB + BC}^{AC}}{AC} = \frac{10x + 6x}{60} \Rightarrow 1 = \frac{16x}{60} \Rightarrow x = \frac{60}{16} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

۱۲- در مثلث قائم الزاویه‌ی روبه‌رو در هر حالت، اندازه پاره‌خط خواسته شده را به دست آورید.



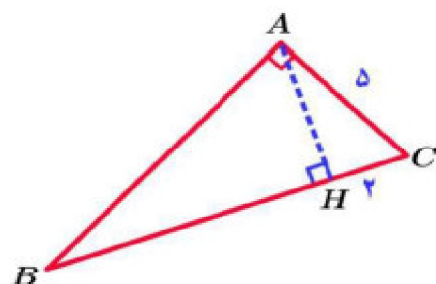
- الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$
 ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$
 پ) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$
 ت) $AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = 6$, $AB = 12$

« پاسخ »



الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$
 $BH + HC = BC \Rightarrow 9 + HC = 10 \Rightarrow HC = 10 - 9 \Rightarrow HC = 1$
 $(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = 9 \times 1 \Rightarrow (AH)^2 = 9 \Rightarrow AH = 3$
 $(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = 9 \times 10 \Rightarrow (AB)^2 = 90$
 $\Rightarrow AB = \sqrt{90}$

$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 1 \times 10 \Rightarrow (AC)^2 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$



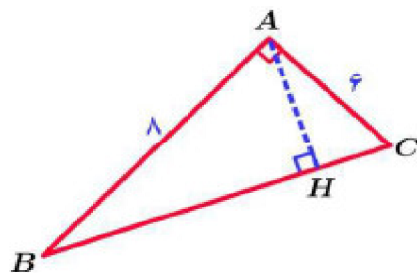
ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$

$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (5)^2 = 2 \times BC \Rightarrow BC = \frac{25}{2}$

$BH + HC = BC \Rightarrow BH + 2 = \frac{25}{2} \Rightarrow BH = \frac{25}{2} - 2 \Rightarrow BH = \frac{21}{2}$

$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = \frac{21}{2} \times 2 \Rightarrow (AH)^2 = 21 \Rightarrow AH = \sqrt{21}$

$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21 \times 25}{4} \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{21}}{2}$

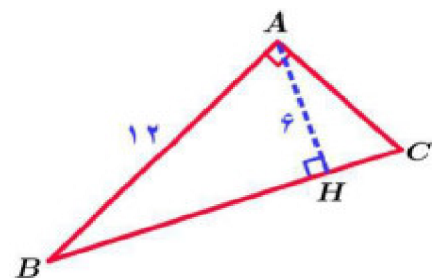


$AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$

$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 \Rightarrow (BC)^2 = (6)^2 + (8)^2$
 $= 36 + 64 = 100 \Rightarrow BC = 10$

$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (8)^2 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{64}{10}$

$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 8 \times 6 = AH \times 10 \Rightarrow AH = \frac{48}{10}$

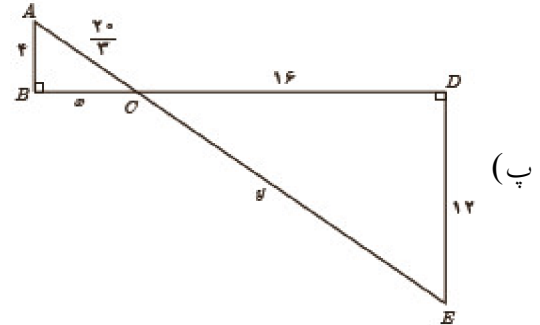
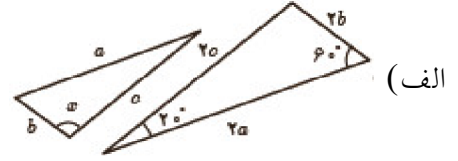
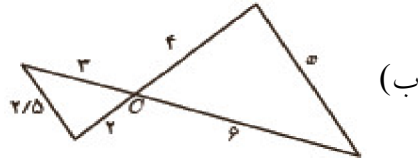


$AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = 6$, $AB = 12$

$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (12)^2 = (6)^2 + (BH)^2$
 $\Rightarrow (BH)^2 = 144 - 36 = 108 \Rightarrow BH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

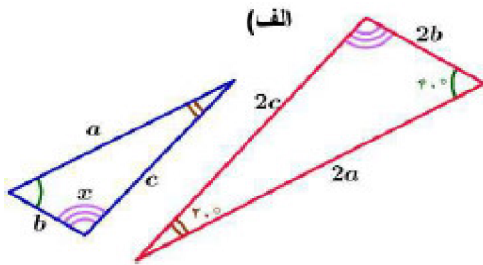
$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (12)^2 = 6\sqrt{3} \times BC \Rightarrow BC = \frac{144}{6\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$

۱۳- در هر قسمت تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و مقادیر X و Y را مشخص نمایید.



« پاسخ »

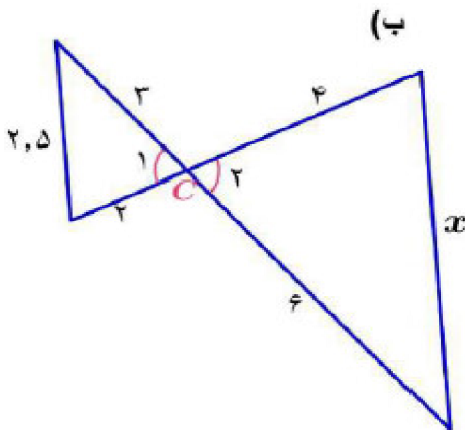
(الف) چون $\frac{2a}{a} = \frac{2b}{b} = \frac{2c}{c} = 2$ پس سه ضلع متناسب هستند در نتیجه دو مثلث متشابه‌اند بنابراین زاویه‌های متناظر آنها برابر است پس:



$$x + 60^\circ + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 60^\circ - 20^\circ$$

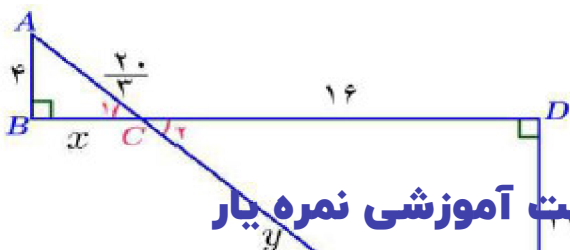
$$\Rightarrow x = 100^\circ$$

(ب) چون $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = 2$ و $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ پس بنا به حالت تناسب دو ضلع و برابر زاویه بین این دو ضلع این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. پس داریم:



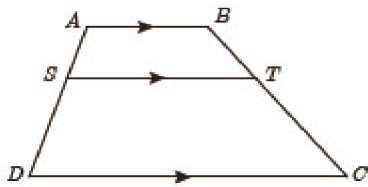
$$2 = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{x}{5} = 2 \Rightarrow x = 10$$

(پ) چون $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ و $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:



$$\frac{16}{x} = \frac{12}{4} = \frac{y}{20}$$

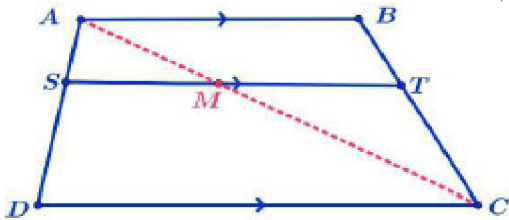
$$\frac{16}{x} = \frac{12}{4} \Rightarrow x = \frac{16 \times 4}{12} \Rightarrow x = \frac{16}{3}$$



۱۴- در ذوزنقه مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است. ثابت کنید: $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$ (راهنمایی: یکی از قطرها را رسم کنید.)

« پاسخ »

قطر AC را رسم می‌کنیم نقطه برخورد قطر AC با خط ST را M می‌نامیم.

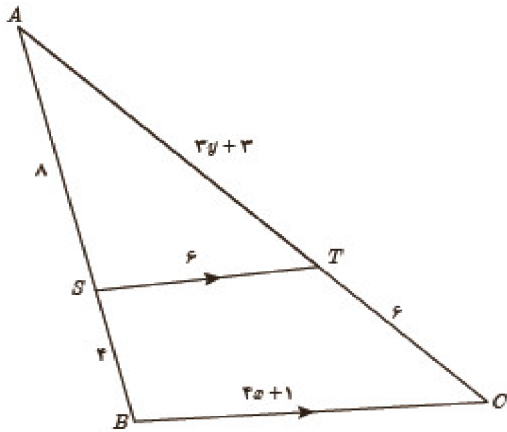


$$\Delta ADC : SM \parallel DC \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{AM}{MC} \quad (1)$$

$$\Delta CAB : AB \parallel MT \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{CT}{TB}$$

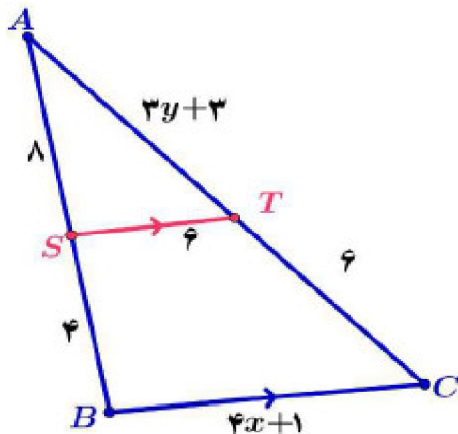
$$\Rightarrow \text{عکس تناسب} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{TB}{CT} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{طبق روابط ۱ و ۲} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{TB}{CT}$$



۱۵- در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقادیر x و y را به دست آورید.

« پاسخ »



$$ST \parallel BC \text{ طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{ST}{BC}$$

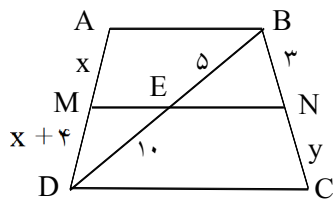
$$\frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{3y + 3}{3y + 9} \Rightarrow 24y + 72$$

$$= 36y = 36 \Rightarrow 36y - 24y = 72 - 36$$

$$y = \frac{36}{12} \Rightarrow y = 3$$

$$\frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{6}{4x + 1} \Rightarrow 32x + 8 = 72$$

$$\Rightarrow 32x = 72 - 8 \Rightarrow 32x = 64 \Rightarrow x = \frac{64}{32} \Rightarrow x = 2$$



۱۶- در ذوزنقه ABCD : $AB \parallel CD \parallel MN$ مقدار $x+y$ کدام است؟

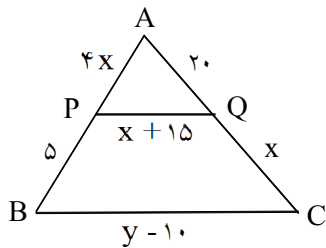
- ۱۲ (۲) ۱۰ (۱)
 ۱۱ (۴) ۸ (۳)

« پاسخ »

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\triangle ABD : AB \parallel ME \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MD}{MA} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow \frac{x+4}{x} = \frac{10}{5} \Rightarrow x = 4$$

$$\triangle BDC : DC \parallel EN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BN}{NC} = \frac{BE}{DE} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{3}{y} \Rightarrow 5y = 30 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x+y = 10$$



۱۷- در شکل زیر، PQ با BC موازی است، مقادیر x و y را محاسبه کنید.

« پاسخ »

با توجه به قضیه تالس داریم:

$$\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ} \Rightarrow \frac{4x}{5} = \frac{20}{x} \Rightarrow 4x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم:

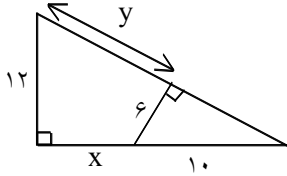
$$\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{20}{20+x} = \frac{x+15}{y-10} \Rightarrow \frac{20}{25} = \frac{20}{y-10} \Rightarrow y-10 = 25 \Rightarrow y = 35$$

۱۸- اگر $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{13}$ ، آنگاه حاصل عبارت $\frac{7a-4b}{2c}$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{5} = x \Rightarrow a = 5x \\ \frac{b}{7} = x \Rightarrow b = 7x \\ \frac{c}{13} = x \Rightarrow c = 13x \end{array} \right. \Rightarrow \frac{7a-4b}{2c} = \frac{7(5x)-4(7x)}{2(13x)} = \frac{35x-28x}{26x} = \frac{7x}{26x} = \frac{7}{26}$$

۱۹- در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو مقادیر X و Y را به دست آورید.



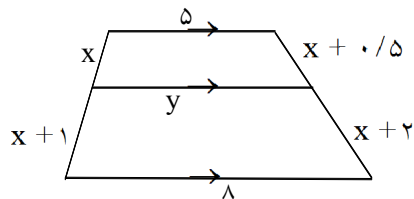
« پاسخ »

دو مثلث با حالت تساوی دو زاویه متشابه هستند.

$$\frac{6}{12} = \frac{10}{y+a} = \frac{a}{10+x}$$

$$a = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$x = 6, y = 12$$



۲۰- در شکل مقابل، X و Y را محاسبه کنید.

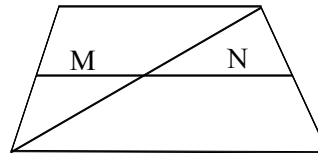
« پاسخ »

$$\frac{x}{x+1} = \frac{x+0.5}{x+2} \Rightarrow x^2 + 2x = x^2 + 1.5x + 0.5$$

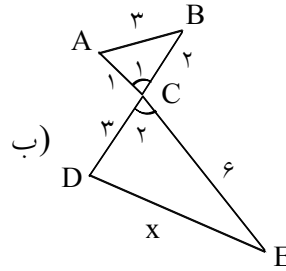
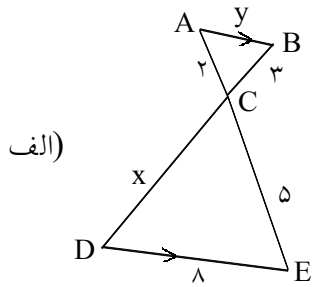
$$0.5x = 0.5 \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{M}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow M = \frac{10}{3}$$

$$\frac{N}{8} = \frac{1.5}{4.5} \Rightarrow N = \frac{8}{3}$$



۲۱- در شکل زیر تشابه دو مثلث را ثابت کنید و سپس مقادیر X و Y را بیابید.



« پاسخ »

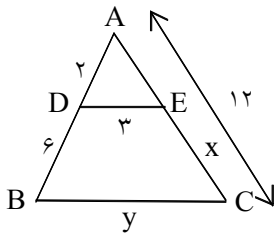
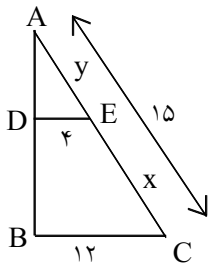
$$\text{(الف)} \quad \frac{2}{5} = \frac{3}{x} = \frac{y}{8}$$

$$x = 7.5$$

$$y = 3/2$$

$$\text{ب)} \quad \frac{1}{3} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 9$$

۲۲- مقادیر X و Y را بیابید.

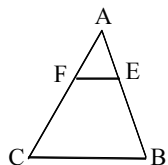


« پاسخ »

$$\frac{y}{15} = \frac{4}{12} \Rightarrow y = 5$$

$$x = 15 - 5 = 10$$

۲۳- در شکل مقابل، $BC \parallel EF$ و $AB = ۱۲$ و $AE = ۵$ ، AF چه کسری از CF است؟

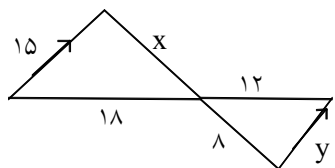


« پاسخ »

با توجه به این که EF و BC موازی‌اند و قضیه تالس جزء به کل و $AE = ۵$ و $AB = ۱۲$ در نتیجه داریم: $BE = ۱۲ - ۵ = ۷$

$$\frac{AF}{CF} = \frac{۵}{۷}$$

۲۴- در شکل مقابل مقدار x و y را محاسبه کنید.

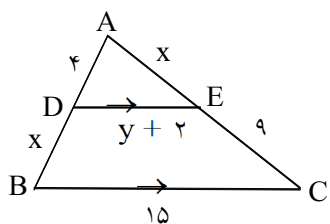


« پاسخ »

$$BC \parallel DE \Rightarrow \begin{cases} \text{مورب } CD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \\ \text{مورب } BE \Rightarrow \hat{B} = \hat{E} \end{cases} \Rightarrow ABC \sim AED \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۸}{۱۲} = \frac{x}{۸} = \frac{۱۵}{y} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱۸}{۱۲} = \frac{x}{۸} \Rightarrow \frac{x}{۸} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow x = ۱۲ \\ \frac{۱۸}{۱۲} = \frac{۱۵}{y} \Rightarrow \frac{۱۵}{y} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow y = ۱۰ \end{cases}$$

۲۵- در شکل زیر مقادیر مجهول را بیابید.

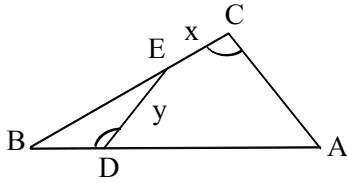


« پاسخ »

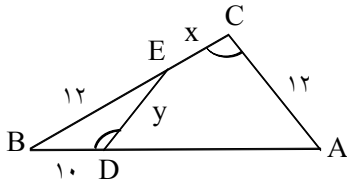
$$\frac{4}{x} = \frac{x}{9} \Rightarrow x = ۶$$

$$\frac{4}{۱۰} = \frac{y+2}{۱۵} \Rightarrow ۱۰y + ۲۰ = ۶۰ \Rightarrow y = ۴$$

۲۶- در شکل زیر $\widehat{BDE} = \widehat{ACB}$ اگر $BE = AC = 12$ و $BD = 10$ و $AB = 40$ مجهولات را بیابید.



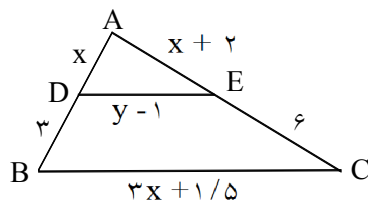
« پاسخ »



$$(\widehat{C} = \widehat{BDE}, \widehat{B} = \widehat{B}) \Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{12}{40} = \frac{y}{12} = \frac{10}{x+12}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 40y = 144 \Rightarrow y = \frac{18}{5} \\ 12x + 144 = 400 \Rightarrow x = \frac{64}{3} \end{cases}$$

۲۷- در شکل مقابل، پاره خط DE موازی BC است. مقادیر x و y را به دست آورید.



« پاسخ »

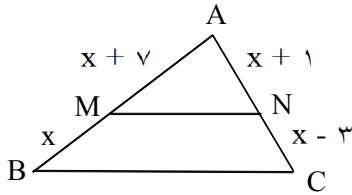
$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{x+2}{x+8} = \frac{y-1}{3x+1/5}$$

$$\frac{x}{x+3} = \frac{x+2}{x+8} \Rightarrow x(x+8) = (x+2)(x+3) \Rightarrow \cancel{x} + 8x + \cancel{x} + 5x + 6$$

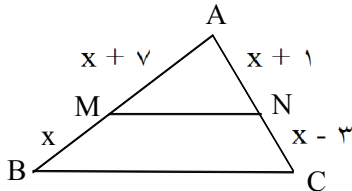
$$\Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$\frac{x}{x+3} = \frac{y-1}{3x+1/5} \xrightarrow{x=2} \frac{2}{5} = \frac{y-1}{6+1/5} \Rightarrow 5(y-1) = 2 \times 7/5 = 14 \Rightarrow y-1 = 3 \Rightarrow y = 4$$

۲۸- در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. مقدار x و سپس طول اضلاع AB و AC را بیابید.



« پاسخ »



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\Rightarrow \frac{x + 7}{x} = \frac{x + 1}{x - 3}$$

طرفین وسطین

$$\xrightarrow{\hspace{1cm}} (x + 7)(x - 3) = x(x + 1) \Rightarrow \cancel{x} + 4x - 21 = \cancel{x} + x$$

$$\Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$AB = x + 7 + x = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$AC = x + 1 + x - 3 = 7 + 1 + 7 - 3 = 12$$

از قضیه‌ی تالس یا عکس قضیه‌ی تالس، حتماً حتماً در تمام امتحانات سؤال طرح می‌شود، با این‌که ساده است ولی خیلی مهم است.

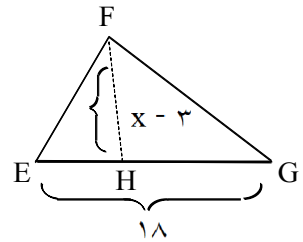
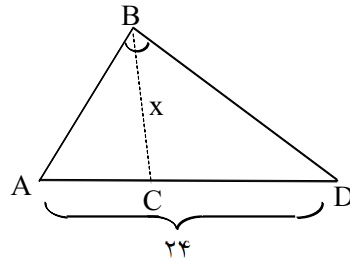
۲۹- درستی یا نادرستی هر قسمت را تعیین کنید، برای موارد نادرست مثال نقض بیاورید.
الف) در یک مثلث دو ضلع برابرند، اگر و تنها اگر زاویه‌های روبه‌روی آن‌ها برابر باشند.
ب) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه قطرهای بر هم عمودند و برعکس.

« پاسخ »

الف) درست است.

ب) نادرست است. چون مثلاً مستطیل، نوعی متوازی‌الاضلاع است ولی قطرهای آن بر هم عمود نیستند.

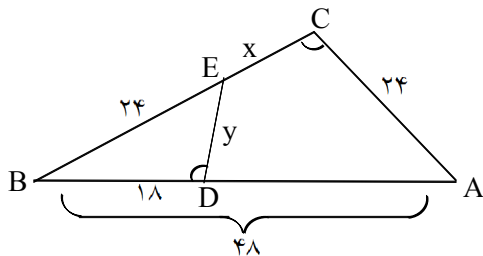
۳۰- در شکل زیر دو مثلث متشابه‌اند و BC نیمساز زاویه‌ی B و FH نیمساز زاویه‌ی نظیر B یعنی F است. با استفاده از مقادیر داده شده، X را حساب کنید.



« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت نیمسازهای نظیر با نسبت تشابه برابر است.

$$\triangle ABD \sim \triangle EFG \Rightarrow \frac{BC}{FH} = \frac{AD}{EG} \Rightarrow \frac{x}{x-3} = \frac{24}{18} \Rightarrow 18x = 24x - 72 \Rightarrow 6x = 72 \Rightarrow x = 12$$

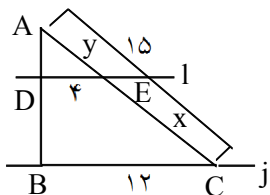


۳۱- در شکل مقابل، $\hat{C} = \hat{BDE}$ ، طول x و y را پیدا کنید.

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{BDE} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{ED}{AC} = \frac{BE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{18}{24+x} = \frac{y}{24} = \frac{24}{48} \Rightarrow \begin{cases} \frac{18}{24+x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 24+x = 36 \Rightarrow x = 12 \\ \frac{y}{24} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2y = 24 \Rightarrow y = 12 \end{cases}$$



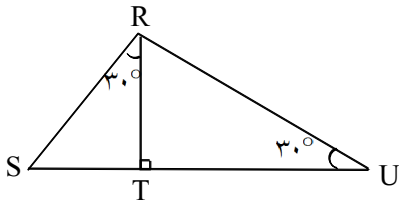
۳۲- در شکل زیر، خط l با خط j موازی است. طول‌های x و y را بیابید.

« پاسخ »

$$L \parallel j \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{4}{12} \Rightarrow y = 5$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 10$$

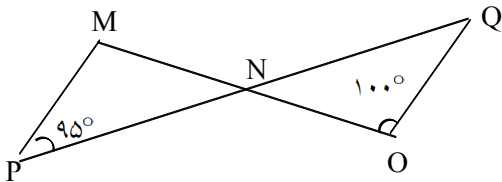
۳۳- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

دو مثلث متشابه هستند زیرا زوایای نظیر در آنها برابرند.

۳۴- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟

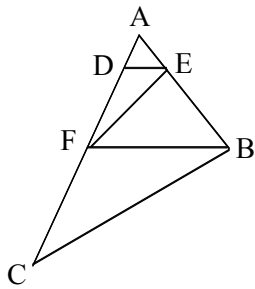


« پاسخ »

دو مثلث متشابه نیستند زیرا زوایای نظیر در آنها برابر نیستند.

۳۵- در مثلث ABC، در شکل مقابل، DE با FB موازی است و EF و BC موازی است. با دو بار استفاده

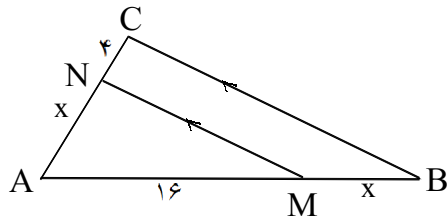
از قضیه‌ی تالس ثابت کنید $\frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$.



« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EB} \\ EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EB} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$$

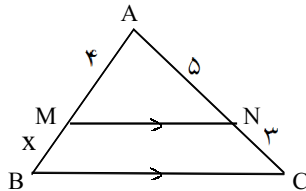
۳۶- در شکل مقابل طول مجهول X را محاسبه کنید.



« پاسخ »

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{16}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

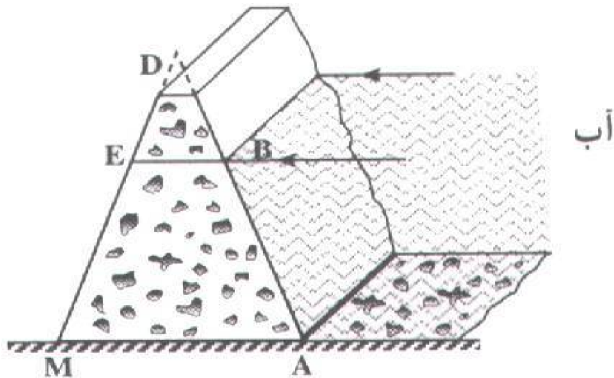
۳۷- در شکل مقابل طول مجهول X را محاسبه کنید.



« پاسخ »

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

۳۸- در شکل مقابل، اگر $DB = 30\text{ m}$ ، $DE = 20\text{ m}$ و $DM = 100\text{ m}$ باشد، با استفاده از قضیه‌ی تالس، طول BA را پیدا کنید.

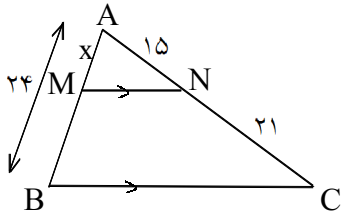


« پاسخ »

$$EM = DM - DE = 100 - 20 = 80$$

$$EB \parallel AM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DB}{BA} = \frac{DE}{EM} \Rightarrow \frac{30}{BA} = \frac{20}{80} \Rightarrow BA = \frac{30 \times 80}{20} \Rightarrow BA = 120$$

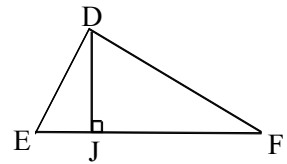
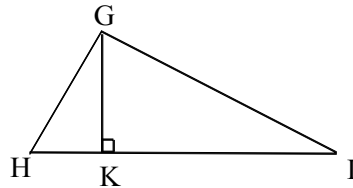
۳۹- در شکل مقابل طول مجهول X را محاسبه کنید.



« پاسخ »

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{15}{36} \Rightarrow x = \frac{24 \times 15}{36} = 10$$

۴۰- در شکل زیر دو مثلث DEF و GHI متشابه‌اند و $GK = \frac{3}{2}DJ$. اگر $HI = 20$ طول EF را حساب کنید.



« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاعهای نظیر با نسبت تشابه برابر است.

$$\triangle HGI \sim \triangle DEF \Rightarrow \frac{GK}{DJ} = \frac{HI}{EF} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{20}{EF} \Rightarrow EF = \frac{40}{3}$$