

- کلاس ششم
- تعریف علم آمار
  - جدول داده‌ها
  - نوع نمودارها
  - انواع نمودارها

## دسته‌بندی داده‌ها

بررسی علم آمار

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:

نمودار خط شکسته برای نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص

نمودار ستونی برای مقایسه تعداد

نمودار دایره‌ای برای نشان دادن تعداد داده‌ها نسبت به کل

نمودار تصویری برای مقایسه داده‌های تقریبی

اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا برحسب سانتی‌متر مشخص شده است. (۴۰ = n)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۳۰	Min

دامنه تغییرات =  $Max - Min$

به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

طول هر دسته =  $\frac{دامنه تغییرات}{تعداد دسته‌ها}$

$\frac{۷۵}{۵} = ۱۵$

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

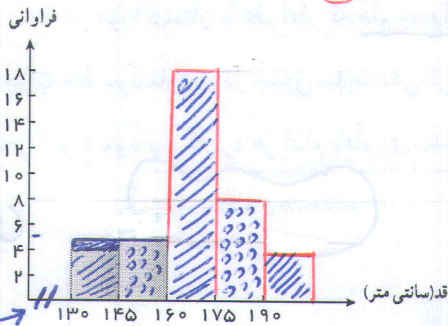
معنای  $۱۳۰ \leq x < ۱۴۵$  را توضیح دهید. چه تفاوتی بین  $<$  و  $\leq$  وجود دارد؟

۱۲۰ داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک‌تر از ۱۴۵ است



فراوانی

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$130 \leq x < 140$	###	۵
$140 \leq x < 150$	###	۵
$150 \leq x < 160$	#####	۱۸
$160 \leq x < 170$	###	۸
$170 \leq x < 180$	###	۴
مجموع		۴۰

اصطلاح

زمانی که داده‌ها بیشتر باشند در نمودار ستونی ها را به هم می‌چسبانیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

کار در کلاس

- با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
  - قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

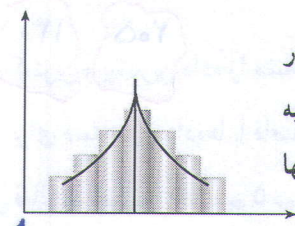
- ۱- با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
- ۲- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
- ۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟
- ۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

در دسته‌ی سوم یعنی (۱۷۵-۱۹۰) در برنامه ریزی‌ها آینده می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد

تیم بسکتبال - برای فروشندگانی که می‌خواهند برای فروش سبزه‌ها به این روستا بروند

برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار بلوکی متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و بیدار کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

نمودار بلوکی: هر نمودار نشان دهنده‌ی یک داده است



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است:

+۲	+۲	+۲	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	<span style="color: red;">-۸</span>	<span style="color: red;">+۸</span>	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳	+۴
				<span style="color: red;">Min</span>	<span style="color: red;">Max</span>									
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۴	+۶	+۷

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟  $۱ - (-۸) = ۹$  دائمی تغییرات

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟  $۹ \div ۴ = ۲$  طول هر دسته

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.  $۲۰ - ۵ = ۱۵$  دائمی تغییرات  $۱۵ \div ۵ = ۳$  طول هر دسته

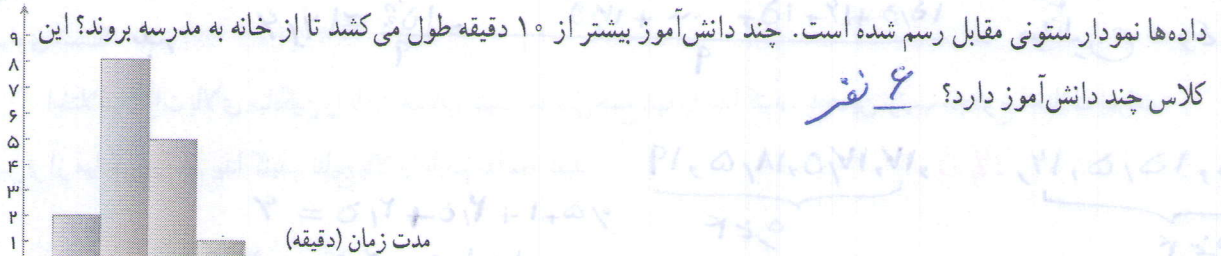
۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	<span style="color: red;">۵</span>	۱۳	۱۵
										<span style="color: red;">Min</span>		
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۵	<span style="color: red;">۲۰</span>	<span style="color: red;">Man</span>		
									<span style="color: red;">Man</span>			

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

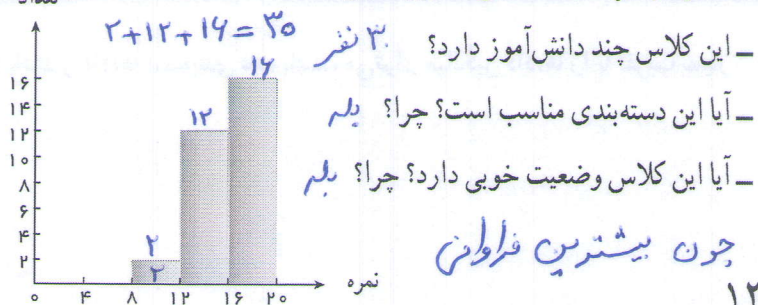
است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.  $۱۷۲ - ۱۵۲ = ۲۰$  دائمی تغییرات

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	<span style="color: red;">۱۷۲</span>	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
									<span style="color: red;">Man</span>					
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	<span style="color: red;">۱۵۲</span>	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶
				<span style="color: red;">Min</span>										

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی تعداد دانش‌آموز



۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.



چون بیشترین فراوانی ۱۲۲

در دسته ۱۶-۲۰ قرار دارد

$\frac{۲۰ - ۵}{۵} = ۳$  طول هر دسته



## میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$$115,5 + 15 + 17 = 147,5 \quad \text{مجموع نمرات ۷ درس}$$

$$147,5 \div 9 = 16,38 \quad \text{میانگین جدید}$$

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

$$\frac{15+17}{2} = 16 \quad \frac{16+16,5}{2} = 16,25 \quad 16,25 \neq 16,38$$

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵    ۱۶/۵    ۱۴    ۱۶/۵    ۱۹    ۱۸/۵    ۱۷    ۱۵    ۱۶    ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد ۴ نمره بالاتر

مساوی است؟ بله  $\frac{149}{9} \approx 16,5$  میانگین =  $\frac{15,5 + 16 + 15 + \dots + 17,5}{9}$  و ۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات

$$14, 15, 15,5, 16, 17, 17,5, 18,5, 19 \quad \text{۴ نمره}$$

$$15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 75 \quad \text{۴ نمره}$$

$$15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 75$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.



$$\frac{4499}{40} = 112,475$$

$$= 147,475$$

میانگین

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته  $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست

$$\frac{130 + 145}{2} = 137,5$$

آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.

برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

$147,5, 147,5, 147,5, 182,5, 152,5, 147,5, 182,5, 197,5, 152,5, 182,5, 147,5,$   
 $182,5, 152,5, 182,5, 152,5, 147,5, 147,5, 147,5, 137,5, 147,5,$   
 $137,5, 147,5, 137,5, 147,5, 197,5, 147,5, 147,5, 137,5, 182,5, 152,5,$   
 $182,5, 182,5, 147,5, 147,5, 197,5, 147,5, 147,5, 197,5, 137,5$

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد داده‌های این دسته ۴ تا بود

$$\frac{4715}{40} \approx 117,875$$

$$\approx 147,875$$

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$147,875 - 147,475 = 0,4$$

چقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

	حدود دسته‌ها	فراوانی	میانگین دسته	میانگین دسته × فراوانی
اصلاحی	$130 \leq x < 145$	۴	۱۳۷,۵	۵۵۰
	$145 \leq x < 160$	۵	۱۵۲,۵	۷۶۲,۵
	$160 \leq x < 175$	۱۸	۱۴۷,۵	۲۶۵۵
	$175 \leq x < 190$	۸	۱۸۲,۵	۱۴۶۰
اصلاحی	$190 \leq x \leq 205$	۴	۱۹۷,۵	۷۹۰
	مجموع			۴۷۱۵

$$\text{میانگین} = \frac{4715}{40} = 117,875$$



۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول

فراوانی استفاده کنید.

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$	##### /	6	2	12
$4 \leq x < 8$	////	4	6	24
$8 \leq x < 12$	###	8	10	80
$12 \leq x < 16$	### ####	17	14	238
$16 \leq x \leq 20$	### ////	9	18	162
جمع		44		514

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

11 12 12 13 13 13 14 14 15

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

17 14 11 15 13 18 17 13 16

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

$$\frac{12+18}{2} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد،  $17/25$  شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره  $3/5$  گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟

$$\frac{17/25 \times 30 - 3/5}{29} = \frac{517/5 - 3/5}{29} = \frac{514}{29} = 17/29$$

حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس ۳۰

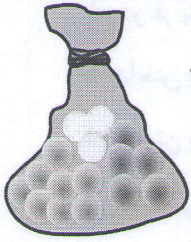
نفره  $10/25$  شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

کنار بگذاریم معدل کلاس چند می شود؟

$$\frac{30 \times 10/25 - 20}{29} = \frac{307/5 - 20}{29} = \frac{287/5}{29} \approx 9/9$$

نتیجه می گیریم نمرات بالا و پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند





۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟  
 زیرا از مهره سفید رنگ در کیسه را دریم و ما نگاه نمی کنیم

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوریم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟  
 آبی بیشتر است چون تعداد مهره های آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت، پشت یا رو  
 «اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر  
 زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردن همه سوال های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»  
 از این جملات روزانه زیاد استفاده می کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می افتد. شانس را بر تاپ می کنیم، احتمال اینکه سس بیاریم.

الرد در قرعه کشی برنده شوم، ماشین های خرم

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

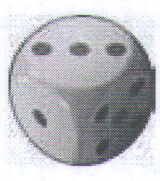
احتمال دارد	قطعاً اتفاق می افتد	امکان ندارد
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی کند. قطعی است
- هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می آید. احتمال دارد
- یک سکه را انداختیم، رو می آید. احتمال دارد
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعی است (نظر طراح نشاء)
- من درس هایم را خوانده ام و برای امتحان کاملاً آماده ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.

امکان ندارد



# MATH-HOME.IR



۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه: رو - پشت

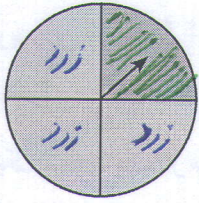
• انداختن یک تاس: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶

• حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد: روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از

کیسه بیرون می‌آید: سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد: سبز - زرد



۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳, ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۱, ۴), (۱, ۵), (۱, ۶), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۴), (۲, ۵), (۲, ۶)

(۵, ۳) نشان می‌دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟ آنتوسازی

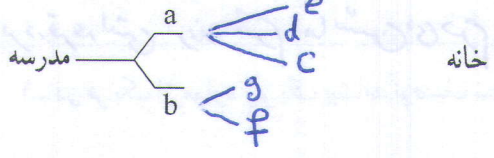
چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ تکراری نویسیم و جانبدازیم

۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه

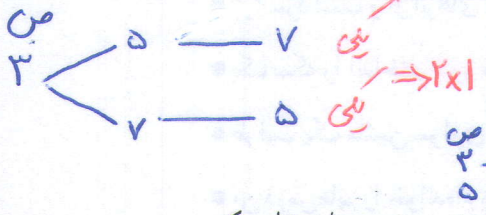
برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق



بیفتد؟ ۵ حالت

تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).



$3 \times 2 \times 1 = 6$  (آنتوسازی)

• حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

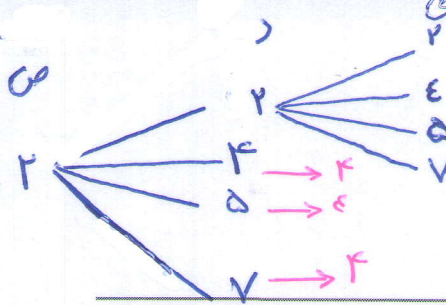
(یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.)

حالت ۱ مهره → ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)  
 حالت ۲ مهره → ۳ حالت  
 حالت ۳ مهره → ۱ حالت

• حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

تاس	سکه	تاس	سکه
۱	ر	۱	ر
۲	ر	۱	س
۳	ر	۲	ر
۴	ر	۲	س
۵	ر	۳	ر
		۳	س
		۴	ر
		۴	س
		۵	ر
		۵	س





۵۴

$$\Rightarrow \frac{4 \times 4 = 16}{\text{کل}}$$

$$\begin{aligned} 2 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 4 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 5 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 7 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4 \times 4 \times 4 = 64$$

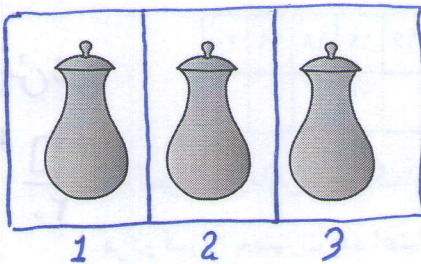
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۲، ۵، ۷، ۴ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته

باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b، c می‌توان ساخت، پیدا کنید. *یکبار از*

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زایاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟ *۵ حالت*

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ *اصلاح شود*

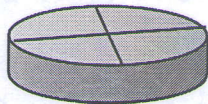


۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش

۱	۲	۳
ج	ش	ن
ج	ن	ش

۶ حالت می‌توان  
جای داد

۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$(4-1)! = 3! = 6$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

هر حالت ۳ بار  
تکرار می‌شود

۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

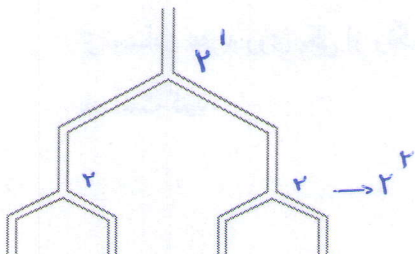
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ *پارو یا پشت*

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. *نادرست* ب) این بار هم رو می‌آید. *نادرست* احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است. *درست* زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت سانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان‌دار نشان دهید.



$$2^5 = 32 \text{ خروجی}$$

$$\begin{aligned} 1 \times 12 &= 12 & 4 \times 3 &= 12 \\ 2 \times 6 &= 12 & 6 \times 2 &= 12 \\ 3 \times 4 &= 12 & 12 \times 1 &= 12 \end{aligned}$$

۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ *۶ حالت*

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ *۶ حالت* (۱،۱۱)، (۲،۱۰)، (۳،۹)، (۴،۸)، (۵،۷)، (۶،۶)

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

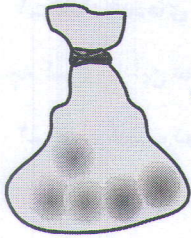
۱	۲	۳
۱	۱	۴
۱	۲	۵
۱	۳	۴
۲	۲	۴
۲	۳	۳

$\Rightarrow$  حالت ۵

مهره داشته باشد.

۱۲۸





۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

آزمایش شود  
 $\frac{3}{5}$

قرمز  
 $\frac{3}{5}$   
 آب

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

هر ۵ دانش آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

آبی  
 $\frac{3}{5}$   
 کل

$\frac{3}{100}$

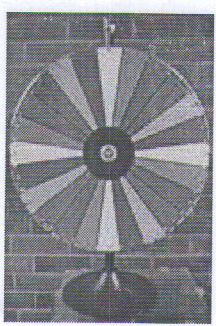
حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟ بله

اگر آزمایش ۱۰۰ بار (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک تر می‌شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟  $\frac{3}{5}$

هر چه قدر تعداد آزمایش‌ها بیشتر شود، جواب به  $\frac{3}{5}$  نزدیک تر شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

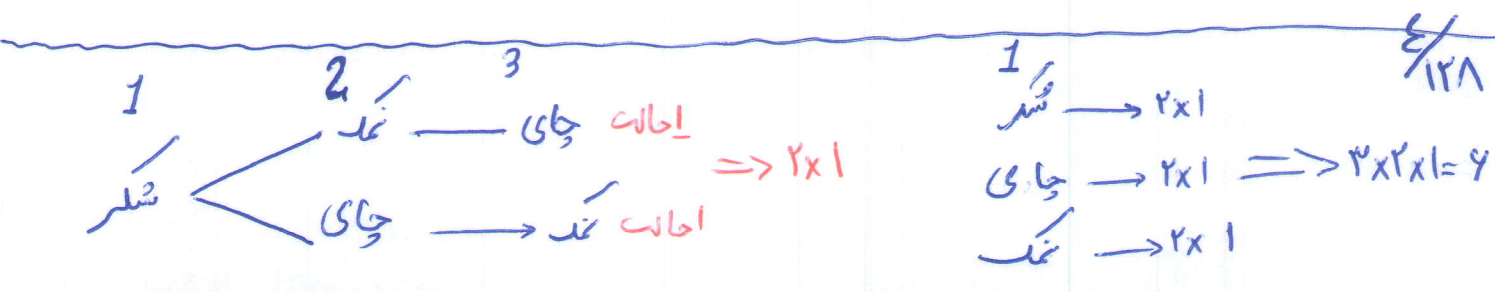
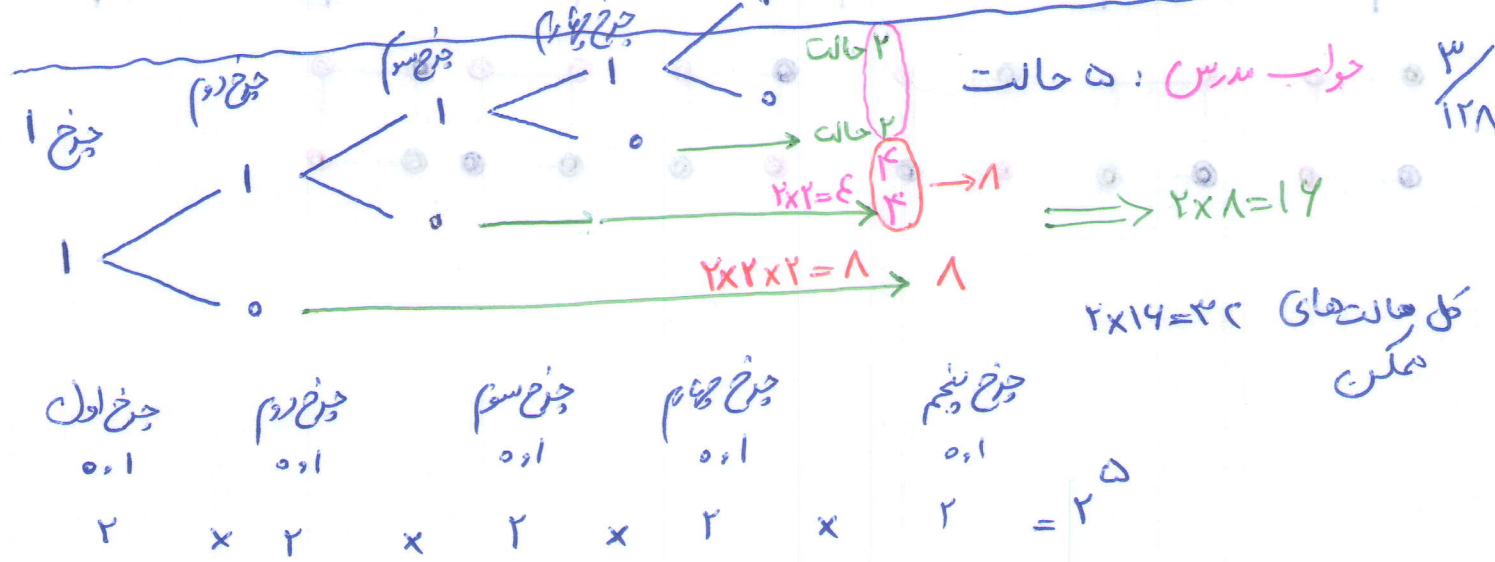
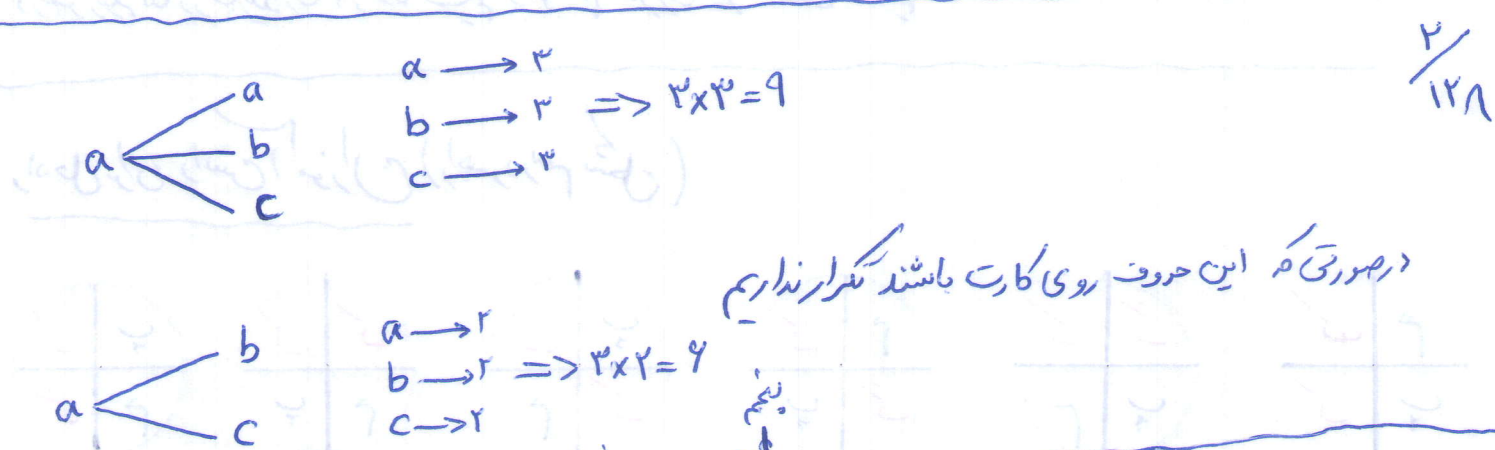
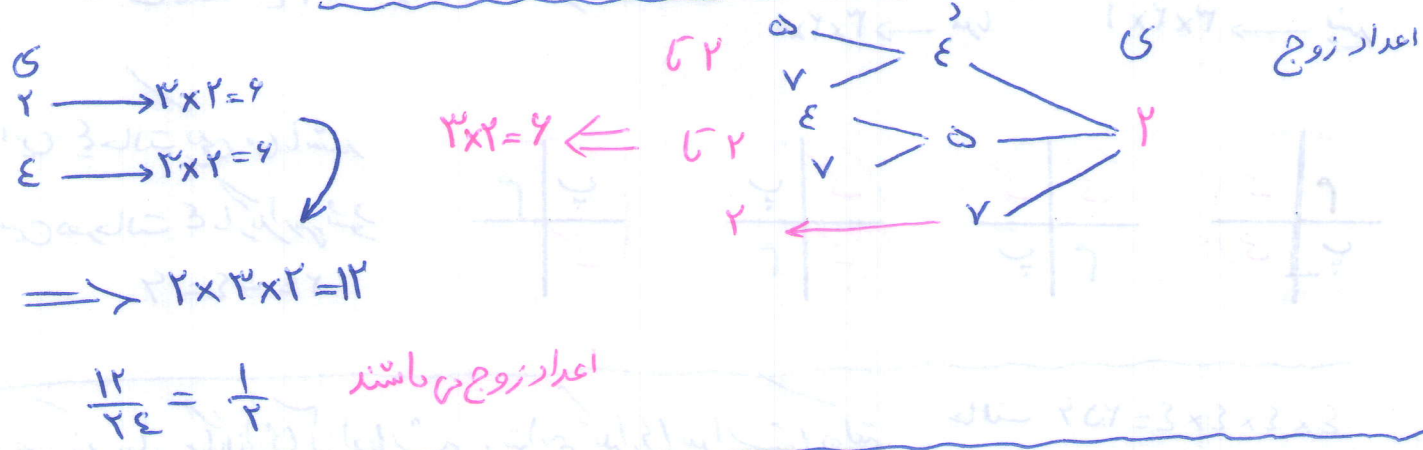
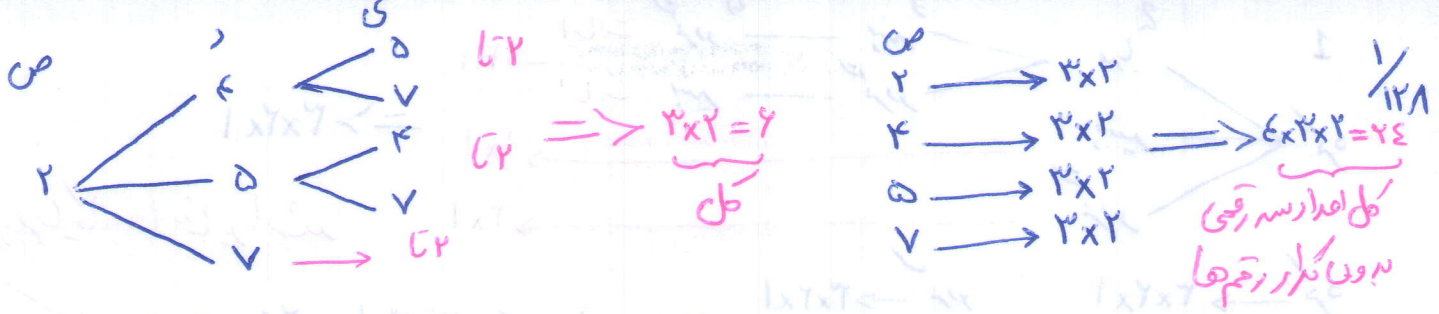
۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: — قرمز: — آبی: —

تعداد سبز  
 $\frac{1}{6}$   
 ۱۲۹ ۱۵۵

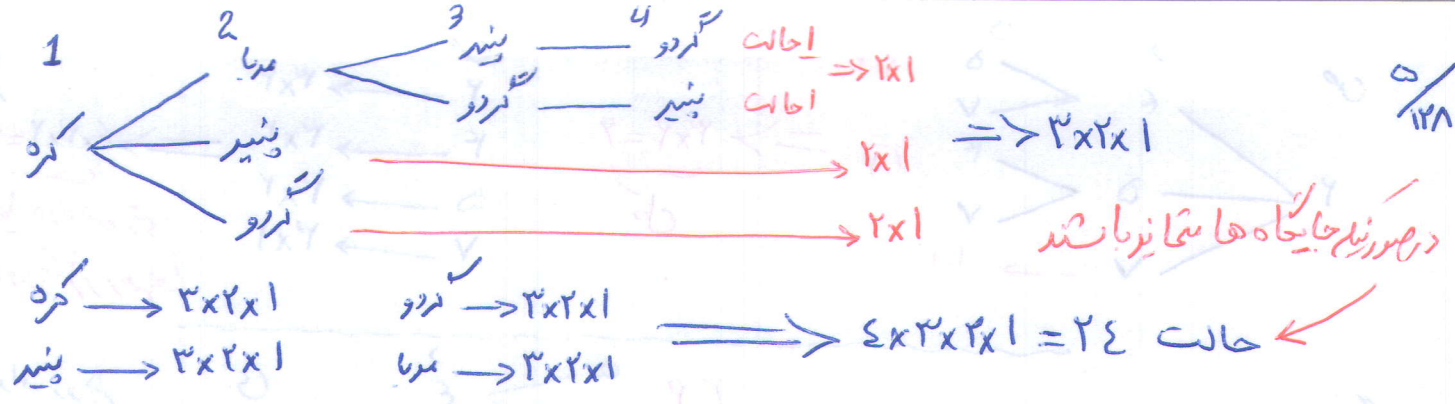
چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟  $\frac{1}{6}$  چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟ بله

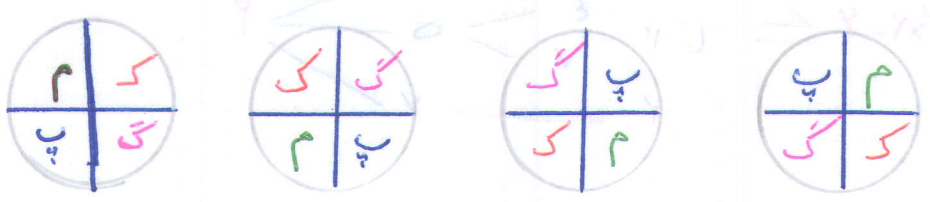








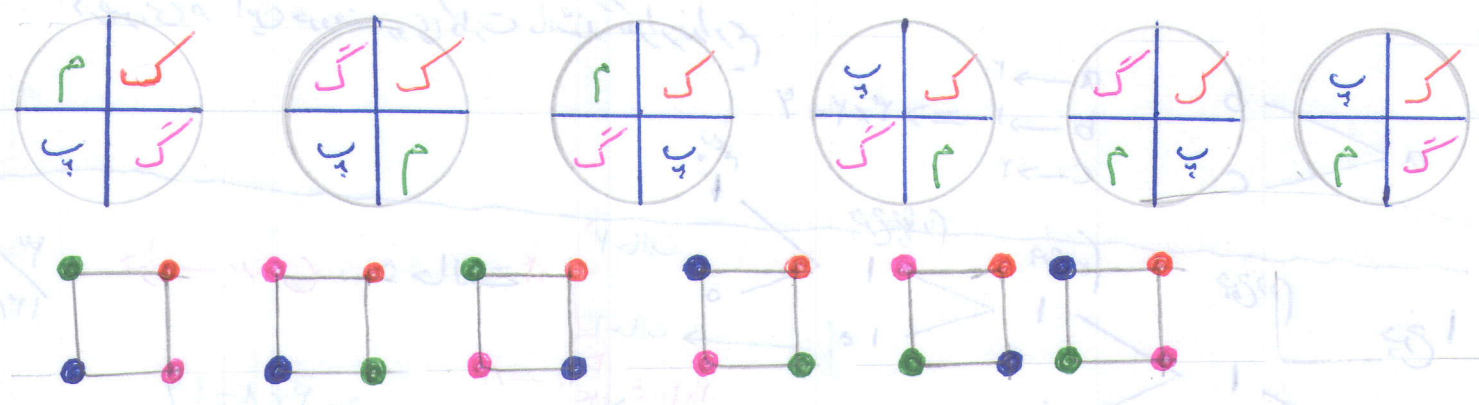
در صورتی که جایگاه‌ها متفاوت باشند



این ۴ حالت یکی می‌باشند  
 پس هر حالت ۴ بار تکرار می‌شود  
 $24 \div 4 = 6$

در صورتی که مادر جایگذاری آزاد باشیم و بتوانیم تکراری نیز استفاده کنیم  
 حالت  $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$

راه حل برای دانش آموزان (راهنما در رسم شکل)





در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد  $a$  را با  $P_a$ ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

را  $a$  با  $n(a)$  و تعداد پیشامدهای ممکن را با  $n(s)$  نمایش می‌دهیم. پس:

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن  $\frac{1}{2}$  و احتمال پشت آمدن آن  $\frac{1}{2}$  است. وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید  $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید  $\frac{1}{6}$  و عدد ۶ بیاید  $\frac{1}{6}$  است.

۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟  
 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$   
 $n(\text{زوج آمدن}) = 3$   
 چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.

چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

زوج آمدن

پس:

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ زیرا اگر اتفاق نیفتد برابر صفر است

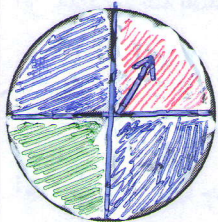
و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است  
 پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و یک است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

انداختن سکه : احتمال رو آمدن =  $\frac{1}{2}$  →  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$   
 احتمال پشت آمدن =  $\frac{1}{2}$

انداختن تاس :  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

ایستادن عقربه روی یک رنگ



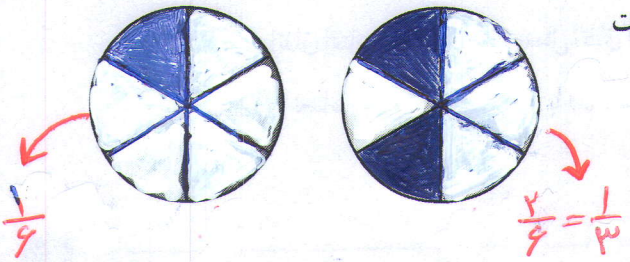
احتمال رنگ سبز =  $\frac{1}{4}$   
 احتمال رنگ قرمز =  $\frac{1}{4}$  →  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$   
 احتمال رنگ آبی =  $\frac{2}{4}$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

مجموع احتمال‌های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می‌شود

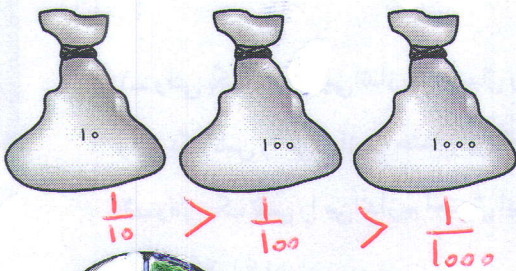


۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت



آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟  
 در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بجزرد بیشتر است زیرا  $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

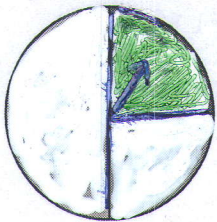


سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه‌ی اول که ما مهره دارد احتمال

بیشتری دارد چون  $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

اصلاح شود



بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟  
 سبز رنگ است  
 ۲۵۰ بار زیرا  $\frac{1}{4}$  شکل  
 برای یک دور  $\frac{1}{4}$

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

$\frac{4}{9}$

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است.  $\frac{1}{6}$  آنها سبز،  $\frac{1}{12}$  آنها زرد،  $\frac{1}{4}$  آنها سفید و  $\frac{1}{6}$  آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

$\frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12} > \frac{1}{6}$

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

است؟  
 $\frac{45}{1200} \times x = \frac{x}{1200} \Rightarrow x = 540$  پسر

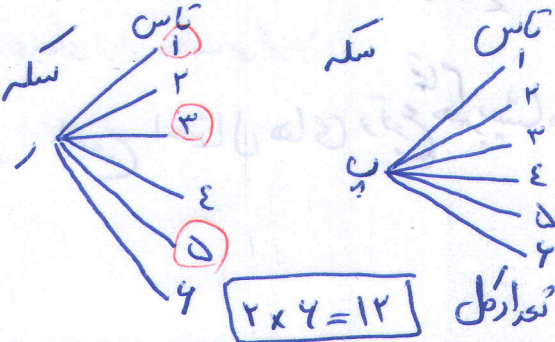
۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟  
 $\frac{100}{300} \times x = \frac{x}{300} \Rightarrow x = 150$

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$\frac{5}{12} = \frac{1}{6}$

$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

- آمار ● داده ● دامنه تغییرات ● حدود دسته ● متوسط دسته ● فراوانی
- در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- دانستن کاربرد هر یک از نمودارها ● پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- رسم نمودار بلوکی ● درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی
- پیدا کردن میانگین چند عدد ● پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- درک مفهوم پیشامد ● نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد ● پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد ● پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن
- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. ● مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

### کاربرد

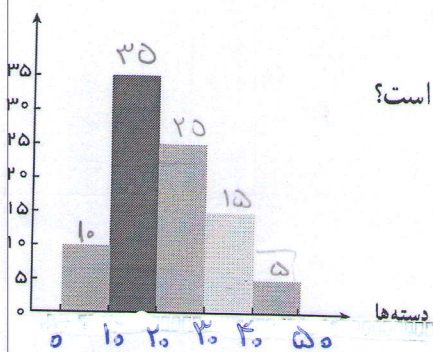
درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

پیشامدها را پیش‌بینی کنیم  $\frac{1950}{90} \approx 21\frac{2}{3}$

$$\text{میانگین} = \frac{10 \times 5 + 35 \times 15 + 25 \times 25 + 15 \times 35 + 5 \times 45}{90}$$

### تمرین‌های ترکیبی

فراوانی



در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

$21\frac{2}{3}$

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

کل حالت‌ها  $4 \times 4 = 16$

زوج زوج  $3 \times 3 = 9$

زوج فرد  $3 \times 3 = 9$

$\Rightarrow 9 + 9 = 18$

$\Rightarrow \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$

چون دو حالت هست یک بار اولی فرد

۱۳۲

زوجی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد

اصلاحیه