

سوالات فصل ششم شمارش بدون شمردن - سری دوم

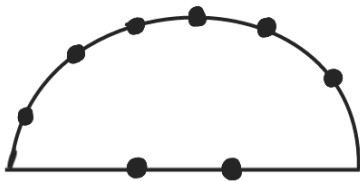
۱. در کیسه ای ۵ مهره آبی و ۶ مهره قرمز وجود دارد. می خواهیم سه مهره به تصادف انتخاب کنیم به چند طریق:

الف) $\binom{5}{3} + \binom{6}{3}$

الف) هر سه مهره هم رنگ هستند؟

ب) حداقل دو مهره آبی هستند؟

ب) $\binom{5}{2}\binom{6}{1} + \binom{5}{3}$



۲. با استفاده از نقاط موجود در شکل مقابل به چند طریق میتوان یک مثلث ساخت؟

$\binom{2}{2}\binom{6}{1} + \binom{2}{1}\binom{6}{2}$

$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ اگر $P(n, 4) = 12C(n - 2, 2)$ باشد مقدار n را بدست آورید.

$\frac{n!}{(n-4)!} = 4 \times \frac{(n-2)!}{(n-4)!} \Rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times (n-4)!}{(n-4)!} = \frac{4 \times (n-2) \times (n-3) \times (n-4)!}{(n-4)!}$

$n(n-1) = 4 \rightarrow n = 4$

۴. مقدار n را حساب کنید.

الف) $2P(n - 2, 1) = C(n, 3)$

$2 \times \frac{(n-2)!}{(n-3)!} = \frac{n!}{(n-3)! \times 3!}$

$\frac{2 \times (n-2) \times (n-3)!}{(n-3)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)!}{(n-3)! \times 3!}$

$2 = \frac{n(n-1)}{6} \rightarrow 12 = n(n-1) \Rightarrow n = 4$

$$P(n, 2) + C(15, 2) = C(7, 2)$$

$$\frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 2} = 3$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} + 1 = 21$$

$$C(7, 2) = \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 21$$

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times \cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 20 \rightarrow n \times (n-1) = 20 \rightarrow \boxed{n=5}$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \quad \text{8} \quad \text{خمول سببی}$$

۵. در کیسه ای ۹ مهره زرد و ۵ مهره سبز وجود دارد. می‌خواهیم سه مهره به تصادف انتخاب کنیم به چند طریق:

الف) هر سه مهره هم‌رنگ هستند؟

ب) حداکثر دو مهره سبز هستند؟

$$\text{الف)} \quad \binom{9}{3} + \binom{5}{3}$$

$$\text{ب)} \quad \binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \binom{4}{2} + \binom{5}{0} \binom{4}{3}$$

۶. می‌خواهیم از بین ۸ نفر که ۳ تای آنها برادرند یک تیم ۴ نفره انتخاب کنیم به چند حالت می‌توانیم این تیم را انتخاب کنیم به شرطی که:

الف) هیچ شرطی نداشته باشد؟

ب) حداکثر یک برادر در تیم باشد؟

ج) هیچ برادری در تیم نباشد؟

$$\text{الف)} \quad \binom{8}{4}$$

$$\text{ب)} \quad \binom{3}{3} \binom{5}{1} + \binom{3}{2} \binom{5}{2} + \binom{3}{1} \binom{5}{3} + \binom{3}{0} \binom{5}{4}$$

$$\text{ج)} \quad \binom{5}{4}$$

۷. گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۲ تا ۴ شاخه گل متمایز قرار میدهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

$$\binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4}$$

۸. از بین ۴ دانش آموز سال نهم و ۵ دانش آموز سال دهم به چند طریق میتوان کمیته ای چهار نفره تشکیل داد بطوریکه:

الف) کمیته شامل دقیقا دو دانش آموز سال دهم باشد؟

ب) تعداد دانش آموزان سال دهم بیشتر باشد؟

الف) $\binom{5}{2} \binom{4}{2}$

ب) $\binom{5}{3} \binom{4}{1} + \binom{5}{4}$

۹. در یک جعبه ۱۵ لامپ موجود است که ۵ تای آنها معیوب است. سه لامپ به تصادف با هم انتخاب می کنیم. تعداد حالت هایی را حساب کنید که: ۱۰ لامپ

الف) هر سه لامپ معیوب باشند؟

ب) فقط یکی معیوب باشد؟

الف) $\binom{5}{3}$

ب) $\binom{5}{1} \binom{10}{2}$

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

۱۰. مجموعه $\{1, 2, \dots, 9\}$ را داریم:

الف) چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟

ب) چند زیر مجموعه سه عضوی شامل عدد ۱ و فاقد ۳ و ۴ دارد؟

الف) $\binom{9}{3}$

ب) $\binom{6}{2}$

۱۱. مقدار n را حساب کنید.

$$3C(n, 2) + n = 70 \rightarrow 3 \times \frac{n \times (n-1)}{2} + n = 70 \xrightarrow{\times 2} 3n^2 - 3n + 2n = 140$$

$$3n^2 - n - 140 = 0 \rightarrow \frac{(3n-21)(n+20)}{3} = 0$$

$$4n^2 - 3n - 42 = 0$$

$$3n - 21 = 0 \rightarrow n = 7$$

$$3n + 20 = 0 \rightarrow n = -\frac{20}{3}$$