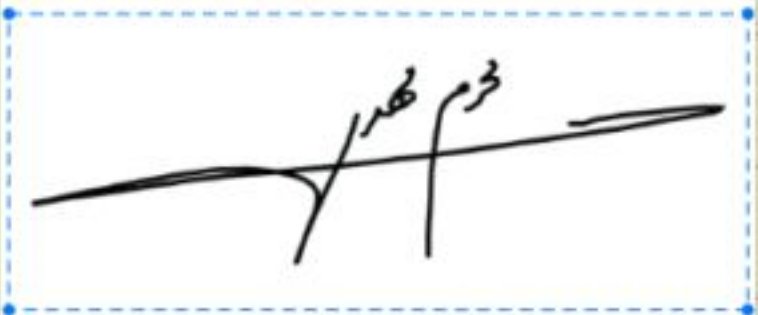


حل فعالیتها و کار در کلاسها و تمرین
درس دوم از فصل سوم حسابان 1

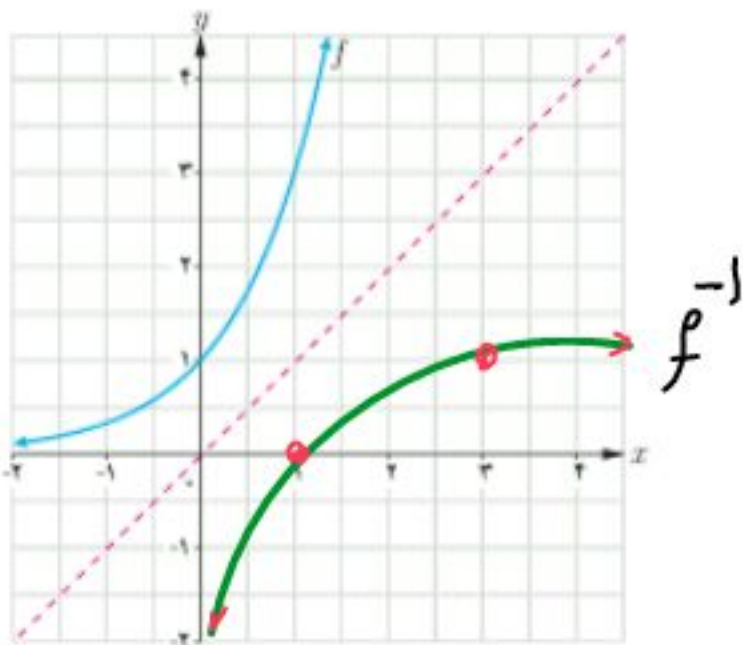


09213102271-09125102271-@moharrammahdi

فعالیت

صفحه ۸۱

۱ با توجه به نمودار تابع $f(x) = 3^x$ نمودار تابع f^{-1} را رسم کنید و جدول زیر را کامل کنید.



$f(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{9}$	\Leftrightarrow	$f^{-1}(\frac{1}{9}) = -2$
$f(-1) = \frac{1}{3}$	\Leftrightarrow	$f^{-1}(\frac{1}{3}) = -1$
$f(0) = 1$	\Leftrightarrow	$f^{-1}(1) = 0$
$f(1) = 3$	\Leftrightarrow	$f^{-1}(3) = 1$
$f(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$	\Leftrightarrow	$f^{-1}(3\sqrt{3}) = \sqrt{3}$
$f(2) = 9$	\Leftrightarrow	$f^{-1}(9) = 2$

$3\sqrt{3} \approx 5,19$

۲ گزینه درست را با ✓ و گزینه غلط را با × علامت بزنید.

- ✓ نقطه $(\frac{1}{9}, -2)$ روی نمودار f قرار دارد.
- ✗ نقطه $(\frac{1}{3}, -1)$ روی نمودار f^{-1} قرار دارد.
- ✗ نقطه $(1, 0)$ روی نمودار f قرار دارد.
- ✓ نقطه $(-2, \frac{1}{9})$ روی نمودار f^{-1} قرار دارد.
- ✓ تابع f^{-1} یک به یک است.

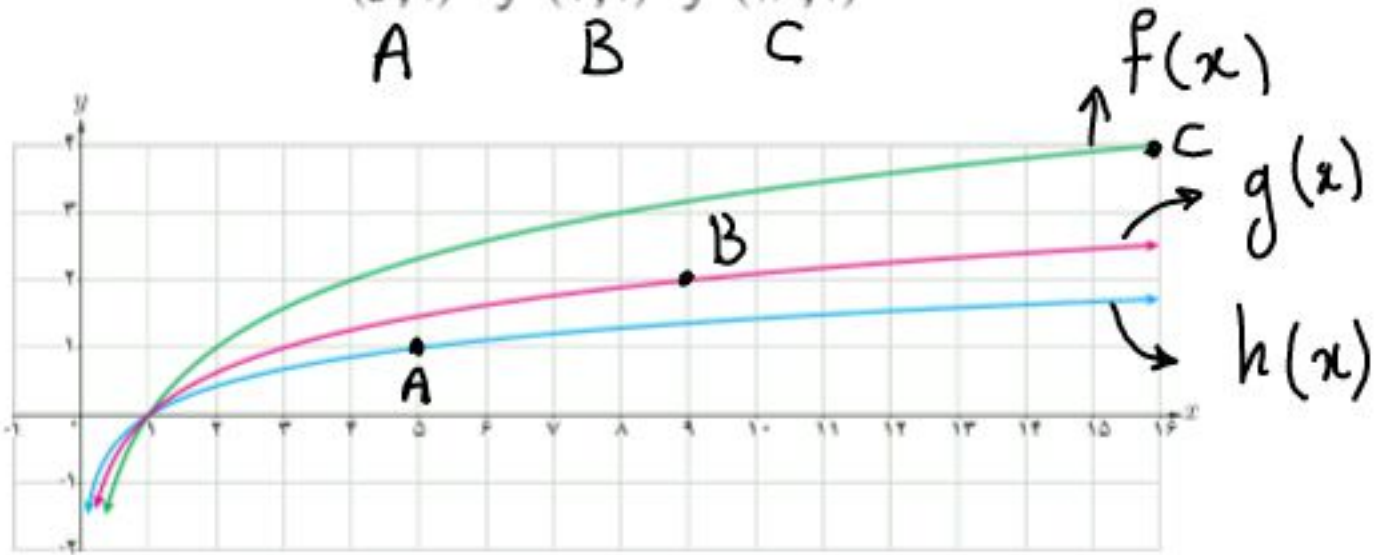
فرض کنید داریم $f(x) = 3^x$ و $y = f^{-1}(x)$. در این صورت y را لگاریتم x در پایه ۳ می خوانیم و آن را با نماد $y = \log_3 x$ نشان می دهیم و می خوانیم لگاریتم x در پایه ۳.

اگر a عددی مثبت و مخالف یک باشد، تابع نمایی $f(x) = a^x$ یک به یک است و از این رو دارای تابع وارون f^{-1} است که تابع لگاریتمی پایه a نامیده می شود و با نماد $y = \log_a x$ نشان داده می شود.

۱ الف) نمودار سه تابع $f(x) = \log_2 x$ ، $g(x) = \log_3 x$ و $h(x) = \log_5 x$ در شکل زیر رسم شده‌اند. ضابطه هر یک را روی نمودار آن بنویسید.

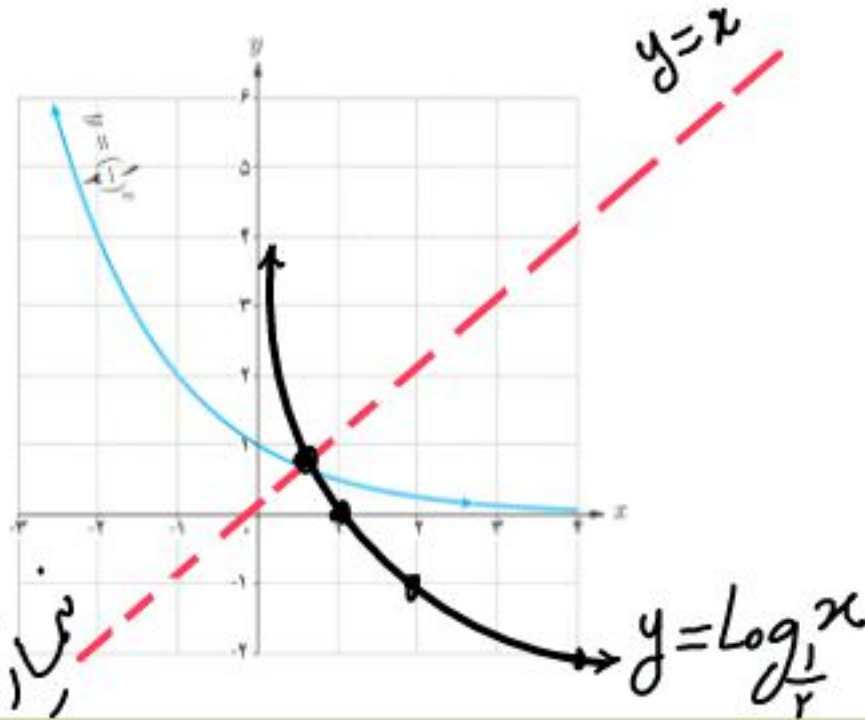
ب) محل دقیق هر یک از نقاط زیر را روی نمودار متناظرش نشان دهید.

$(5, 1)$ و $(9, 2)$ و $(16, 4)$
A B C



صفحه ۱۴

ب) با توجه به نمودار $y = (\frac{1}{2})^x$ نمودار $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ را رسم کنید و سپس آنها را با هم مقایسه کنید.



نمونه از این جدول رسم

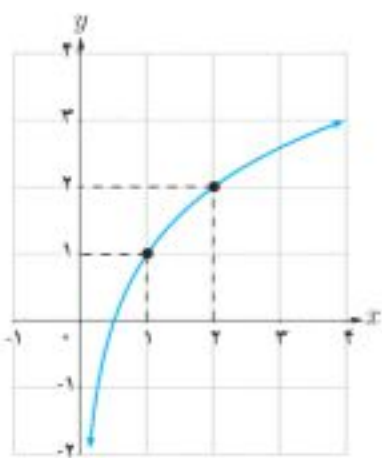
نمودار در تابع $y = (\frac{1}{2})^x$ و $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ نسبت به هم متناظر است

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$\log_{\frac{1}{2}} x$	2	1	0	-1	-2

اول رسم قرینه هتند. خط $y = x$

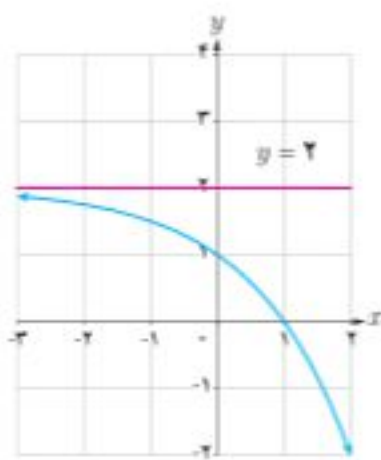
۲ مشخص کنید هر یک از نمودارهای زیر به کدام یک از ضابطه‌های زیر تعلق دارد؟

ب) $y = (\frac{1}{2})^{x-1}$



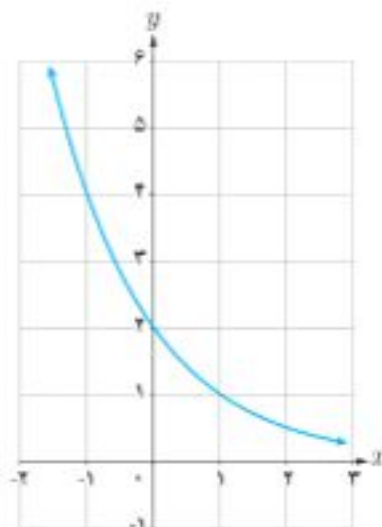
(ب)

ب) $y = \log_2 x + 1$



الف)

الف) $y = -2^x + 2$



(پ)

توجه: برای رسم نمودار تابع الف ابتدا $y = 2^x$ را رسم می‌کنیم، قرینه آن را نسبت به محور طول رسم می‌کنیم و از واحد به بالا مستقل می‌کنیم

۳

سوال

الف) $\log_3 11 = x \rightarrow 3^x = 11 \rightarrow 3^x = 3^4 \rightarrow x = 4$

ب) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} = y \Rightarrow (\frac{1}{4})^y = (\frac{1}{4})^1 \Rightarrow y = 1$

ب) $\log_2 8 = z \Rightarrow 2^z = 8 \Rightarrow 2^z = 2^3 \Rightarrow z = 3$

۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

ب) $\log_2 8$

ب) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}$

الف) $\log_2 11$

۱ با استفاده از تعریف لگاریتم، حاصل عبارت‌های زیر را بیابید:

$$\log_{10} 0.01, \log_4 \frac{1}{4}, \log_2 \sqrt{2}, \log_5 \sqrt[3]{5^2}$$

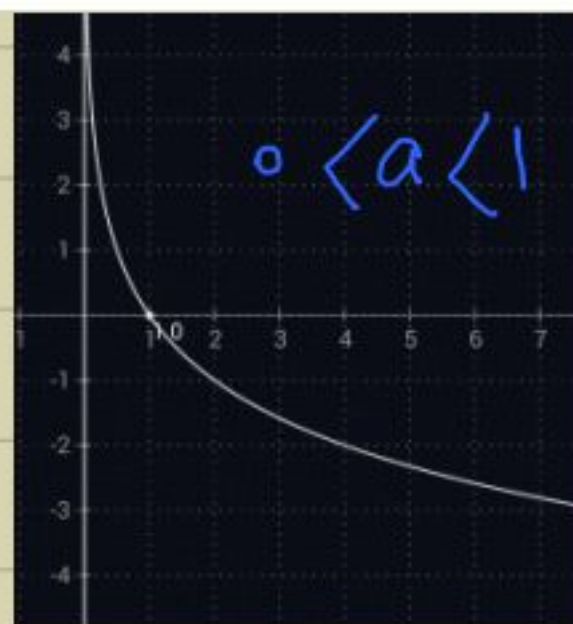
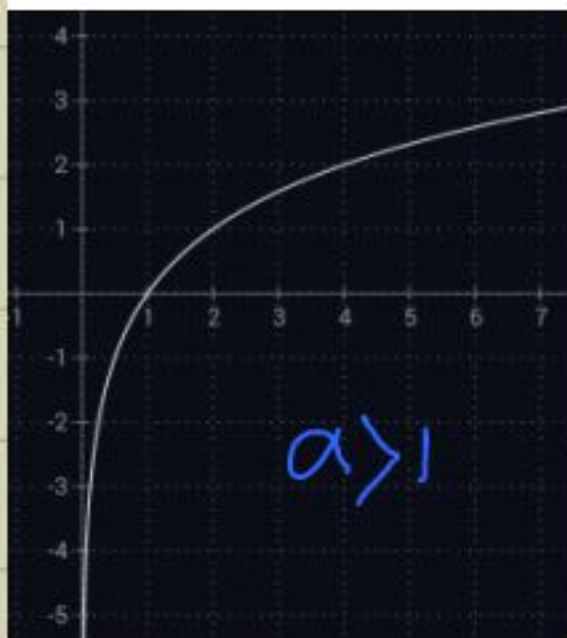
$$\log_{10} 0.01 = x \rightarrow 10^x = \frac{1}{100} \Rightarrow 10^x = 10^{-2} \Rightarrow x = -2$$

$$\log_4 \frac{1}{4} = y \Rightarrow 4^y = \frac{1}{4} \Rightarrow 4^y = 4^{-1} \Rightarrow y = -1$$

$$\log_2 \sqrt{2} = z \Rightarrow 2^z = \sqrt{2} \Rightarrow 2^z = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$$

$$\log_5 \sqrt[3]{5^2} = t \Rightarrow 5^t = \sqrt[3]{5^2} \Rightarrow 5^t = 5^{\frac{2}{3}} \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

۲ نمودار تابع $y = \log_a x$ را برای دو حالت $a > 1$ و $0 < a < 1$ با هم مقایسه کنید.



تابع صعودی $a > 1 \rightarrow$
افزایشی

تابع نزولی $0 < a < 1 \rightarrow$
کاهشی

$$D = (0, +\infty) \quad \text{دامنه} \quad D = (0, +\infty)$$

$$R = (-\infty, +\infty) \quad \text{بُرد} \quad R = (-\infty, +\infty)$$

نمودار هر ۲ محور طول را در نقطه $x=1$ قطع می کنند
نقطه $(1, 0)$

۳ الف) خط $y=27$ نمودار تابع $y=3^x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟
ب) خط $y=10$ نمودار تابع $y=(0.01)^x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟

$$\text{الف) } \begin{cases} y = 3^x \\ y = 27 \end{cases} \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$$

محل برخورد $(3, 27)$

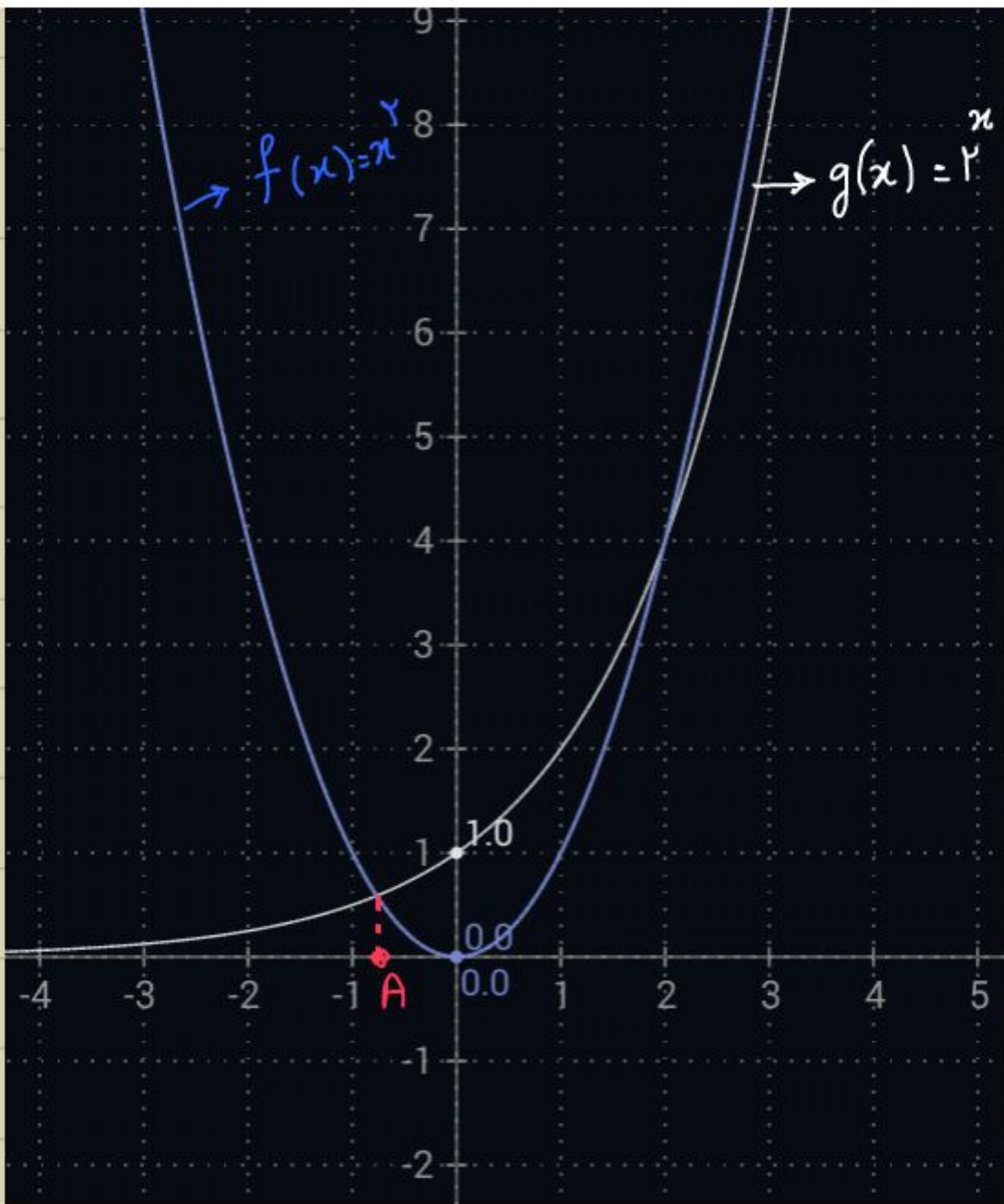
$$\text{ب) } \begin{cases} y = (0.01)^x \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow (0.01)^x = 10 \Rightarrow \left(\frac{1}{100}\right)^x = 10$$

$$\frac{-2x}{10} = 1$$

$$-2x = 1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

محل برخورد $(-\frac{1}{2}, 10)$

۴ نمودار دو تابع $f(x)=x^2$ و $g(x)=2^x$ را رسم کنید و سپس آنها را با هم مقایسه کنید.



تابع 2^x همیشه صعودی (افزایشی) است

تابع x^2 در بازه $(-\infty, 0)$ کاهش می‌دهد و در بازه $(0, +\infty)$ افزایشی است

تابع 2^x یک‌به‌یک است ولی تابع x^2 یک‌به‌یک نیست

دامنه هر دو تابع $(-\infty, +\infty)$ است ولی $R_f = [0, +\infty)$ و $R_g = (0, +\infty)$

۳ نقطه مشترک هستند $(x=4, x=2, x=A)$

نقطه در نقطه

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 1$$

- عبارت درست را با ✓ و عبارت غلط را با × علامت بزنید.
- لگاریتم اعداد مثبت کمتر از ۱ همواره عددی منفی است. X
 - لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی‌شود. ✓
 - تابع لگاریتم، تابعی یک به یک است. ✓
 - تابع لگاریتم محور y ها را قطع می‌کند. X
 - اگر نقطه (b,d) روی نمودار $y = a^x$ قرار داشته باشد، آنگاه (d,b) روی نمودار $y = \log_a x$ قرار دارد. ✓
 - اگر $a > b > 0$ آنگاه $\log_a a < \log_a b$. X

$$a = 1000$$

$$b = 100$$

$$a > b > 0$$

$$\log_{10} a = 3$$

$$\log_{10} b = 2$$

مثال نقصن

نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

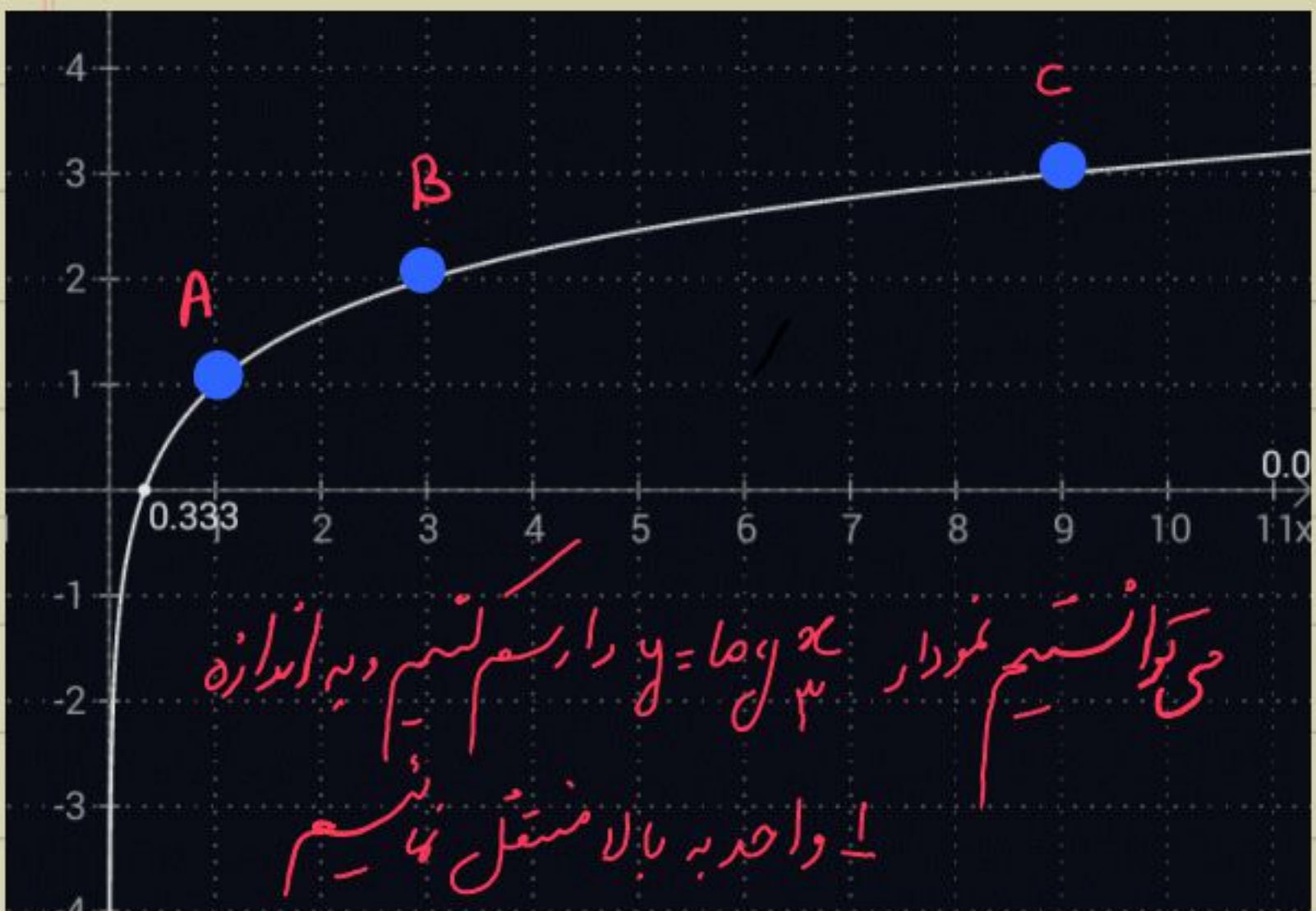
$$y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x \text{ (ب)}$$

$$y = -3^x - 2 \text{ (ب)}$$

$$y = 1 + \log_3 x \text{ (الف)}$$

$$\text{الف } y = \log_3 x + 1$$

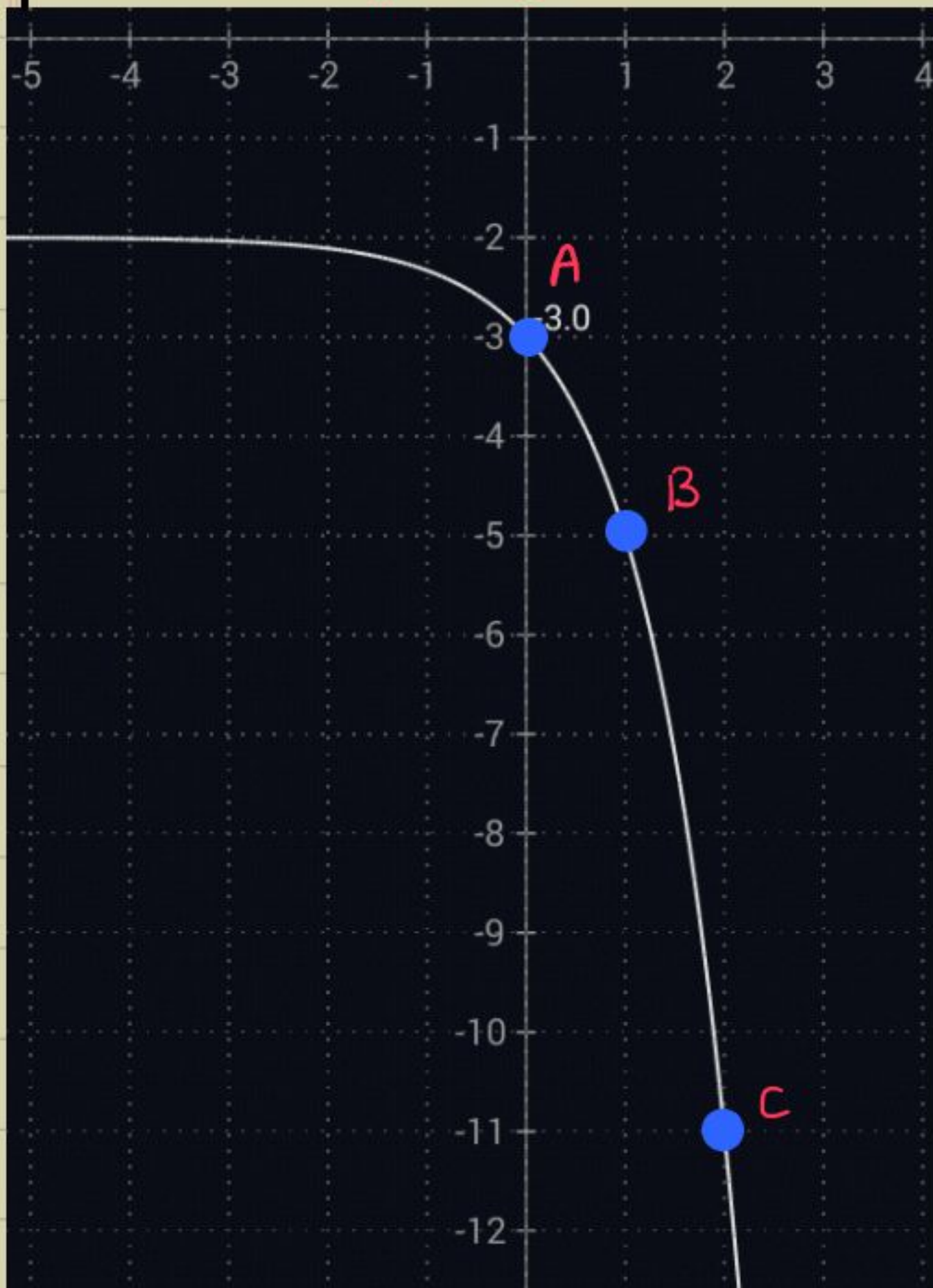
	A	B	C
x	1/9	1/3	1
y	-1	0	1



ب) $y = -2^x - 2$

x	-2	-1	0	1	2
2^x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
-2^x	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4
$y = -2^x - 2$	$-\frac{19}{9}$	$-\frac{5}{2}$	-3	-5	-11
			A	B	C

راه دوم
ابتدا $y = 2^x$ را رسم کنیم



نست به محور x
قرینه کنیم
↓
از واحد به
پایین
منتقل کنیم

ب) $y = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
$\left(\frac{1}{3}\right)^x$	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
y	36	12	4	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{9}$



سرور و سر بلند باشند

محمد محمدی

09213102271-09125102271-@moharrammahdi

تهران

بیست و پنجم آذر ماه سال 1399

