

فصل اول

عددهای گویا

Hasan.Roshangar@gmail.com

نمونه سوال امتحانی

۱- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید.

- الف- حاصل جمع هر دو عدد منفی همیشه مثبت است
- ب- قرینه هر عدد با خودش برابر است
- پ- هر عدد گویا را می توان به صورت یک کسر علامت دار نوشت.
- ت- حاصل هر عدد منفی که به توان عدد زوج برسد ، یک عدد مثبت است .
- ج- $2\frac{3}{4} - 2$ با $2 + \frac{3}{4}$ مساوی است .
- ح- $5\frac{3}{10} - 5$ با $-\frac{3}{10}$ برابر است
- چ- بین دو عدد گویا بی شمار کسر وجود دارد.
- خ- حاصل تفریق دو عدد صحیح برابر است با مجموع عدد صحیح اول با قرینه عدد صحیح دوم
- د- عدد مخلوط کسر $-\frac{92}{7}$ به صورت $13\frac{1}{7}$ می باشد

۲- جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید

- الف- اگر حاصل ضرب دو عدد صحیح صفر شود حتما یکی از آن دو عدد است.
- ب- بزرگترین عدد صحیح منفی عدد..... است .
- پ- بزرگترین عدد صحیح منفی سه رقمی است.
- ت- اگر عددی را بر قرینه اش تقسیم کنیم حاصل آن همواره می شود.
- ث- کوچکترین عدد مثبت سه رقمی عدد..... است.

ج- حاصل ضرب هر عدد در قرینه ی معکوسش برابر می شود.

چ- معکوس قرینه ی عبارت $(\frac{-۲۱-۷}{-۷})$ برابر می باشد.

ح- معکوس $۸/۶-$ ، برابر است.

خ- تنها عددی که معکوس ندارد عدد است .

د- بزرگترین عدد صحیح منفی دو رقمی است.

۳- گزینه ی صحیح را انتخاب کنید.

۱-۳) همواره حاصل ضرب هر عدد در قرینه ی معکوسش برابر است با

الف) ۱- (ب) ۱ (ج) ۰ (د) ۲

۲-۳) حاصل عبارت $(-۴) \times (۵) \div (-۸-۱۲)$ برابر است با

الف) ۱ (ب) ۰ (ج) -۱ (د) -۲۰

۳-۳) حاصل عبارت $(-۳-۵) - ۹-$ برابر است با

الف) -۸ (ب) -۹ (ج) -۱ (د) ۱

۴-۳) مجموع هر عدد با قرینه ی قرینه ی آن عدد برابر است با

الف) نصف آن عدد (ب) صفر (ج) دو برابر آن عدد (د) خود عدد

۵-۳) اختلاف دمای دو شهر ۱۸ درجه مجموع دمای آنها ۴- درجه است دمای شهر خنک تر چند درجه است

الف) ۱۸- درجه (ب) ۹- درجه (ج) ۱۱- درجه (د) ۱۰ درج

۶-۳) کدام گزینه گویا نیست .

الف) $\sqrt{۲۵}$ (ب) $-\sqrt{\sqrt{۸۱}}$ (ج) $۳/۸-$ (د) $\sqrt{۵۰}$

۳-۷) قرینه ی معکوس عدد $3\frac{1}{4}$ برابر است با

(د) $\frac{4}{13}$

(ج) $\frac{-13}{4}$

(ب) $\frac{13}{4}$

(الف) $\frac{-4}{3}$

۳-۸) معکوس کدام عدد با خودش برابر است ؟

(د) $-\frac{1}{3}$

(ج) $4\frac{5}{5}$

(ب) -۱

(الف) صفر

۳-۹) میانگین دو عدد $0/8$ و $-\frac{21}{50}$ کدام است ؟

(د) $0/51$

(ج) $0/19$

(ب) $-0/19$

(الف) $0/38$

۳-۱۰) اگر $A = -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{100}$ و $B = \frac{-1}{2} + \frac{-2}{3} + \frac{-3}{4} + \dots + \frac{-99}{100}$

باشد مقدار $A + B$ برابر با کدام گزینه است ؟

(د) -۹۸

(ج) -۹۹

(ب) -۱۰۰

(الف) $-\frac{199}{100}$

۴- سه کسر بین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ بنویسید.

۵- دو کسر بین کسرهای $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{5}$ بنویسید.

۶- در تساوی مقابل قرینه معکوس x را بدست آورید . $\frac{3}{x} = \frac{12}{28}$

۷- حاصل عبارت $\frac{(1 - \frac{1}{4}) \times \frac{4}{3}}{\frac{2}{3} - 1}$ را بدست آورید.

۸- میانگین ۴ عدد صحیح ۵- می باشد ، اگر مجموع سه عدد از آنها ۷- باشد عدد چهارم را پیدا کنید.

۹- حاصل جمع بزرگترین عدد صحیح منفی سه رقمی مضرب ۳ و کوچکترین عدد چهار رقمی مثبت را حساب کنید .

۱۰- حاصل را بدست آورید.

$$\text{الف) } -1 + 2 - 3 + 4 - \dots - 49 + 50 =$$

$$\text{ب) } 5 - 5(3 - 3(2 - 3)) =$$

$$\text{پ) } 7 - 5 \times 4 \div 2 - 8 + 3 + 2^3(-5 + 4)^{30} =$$

۱۱- حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right) \times (-15) =$$

$$\text{ب) } \left(-\frac{3}{10} + \left(-\frac{2}{15}\right)\right) \div \left(1 \frac{3}{10}\right) =$$

$$\text{ج) } 1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1+2}}} =$$

۱۲- کسرهای زیر را ساده کنید .

$$\text{الف) } \frac{(-27) \times (-125) \times 54}{(-72) \times (120) \times (-42)} =$$

$$\text{ب) } \frac{-9-4+7}{(-7) \times (-2)} \times \frac{45 \div (-9)}{-(+8)+4-7} =$$

۱۳- هر دسته از کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ بنویسید .

الف) $\frac{6}{7}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{3}{4}$

ب) -2 و $-1/3$ و $-0/51$ و $-0/47$

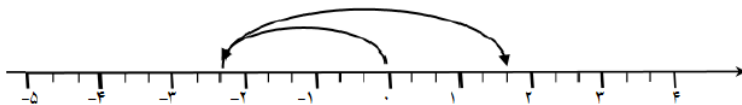
۱۴- حاصل را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف) $[12 - (\frac{1}{3} - 1)] \div [(\frac{-17}{-6}) - (\frac{20}{-3})] =$

ب) $1 + \frac{2}{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}} =$

ج) $[\frac{5}{12} - (-\frac{5}{8})] \div \frac{5}{24} =$

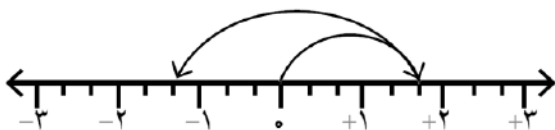
۱۵- برای محور داده شده یک جمع با عددهای گویا بنویسید.



$() + () = ()$

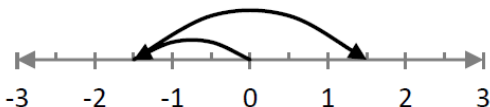
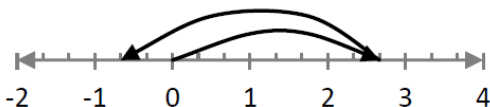
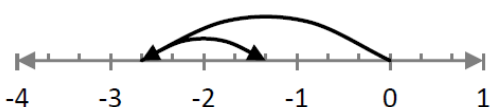
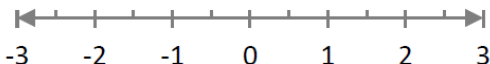
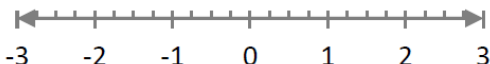
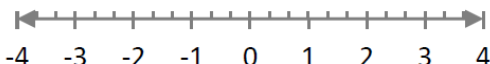
۱۶- میانگین کسرهای $1/4$ ، $2/8$ و $7/5$ را بدست آورید ؟

۱۷- با توجه به محور زیر یک جمع بنویسید .



$() + () = ()$

۱۸- در هر یک برای حرکت‌های روی محور یک جمع با عددهای گویا بنویسید و برای هر جمع یک حرکت روی محور بکشید.

	
	
	
	$\frac{3}{2} + \left(-\frac{5}{2}\right) =$
	$\left(-\frac{7}{4}\right) + \left(+\frac{1}{4}\right) =$
	$\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{6}{3}\right) =$

۱۹- حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$1) \frac{4}{5 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \frac{4}{13 \times 17} + \dots + \frac{4}{81 \times 85} =$$

$$2) \frac{1}{13 \times 15} + \frac{1}{15 \times 17} + \frac{1}{17 \times 19} + \dots + \frac{1}{63 \times 65} =$$

کسرهای تلسکوپی:

اگر مخرج یک کسر حاصل ضرب دو عدد طبیعی و صورت کسر تفاضل آن دو عدد باشد، می‌توان آن را به صورت تفاضل دو کسر نوشت که صورت آن‌ها یک و مخرجشان، همان دو عدد باشند، به چنین کسرهایی کسر تلسکوپی می‌گویند:

$$\frac{b-a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

❖ مثال،

$$\frac{1}{4 \times 5} = \frac{5-4}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \quad \text{و} \quad \frac{3}{7 \times 10} = \frac{10-7}{7 \times 10} = \frac{1}{7} - \frac{1}{10}$$

کاربرد کسرهای تلسکوپی در محاسبه‌ی عبارت‌هایی مانند مثال زیر است:

❖ مثال،

$$\frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \dots + \frac{1}{29 \times 30} =$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{29} - \frac{1}{30} = \frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{3-1}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

برخی مواقع صورت کسر تلسکوپی برابر با تفاضل اعداد مخرج نیستند، در این حالت کل مجموع را مساوی A در نظر می‌گیریم، سپس طرفین را خودمان بر عدد فعلی صورت تقسیم می‌کنیم و در تفاضل صورت و مخرج ضرب می‌کنیم تا مانند مثال بالا شود:

$$A = \frac{2}{4 \times 7} + \frac{2}{7 \times 10} + \frac{2}{10 \times 13} + \dots + \frac{2}{31 \times 34}$$

$$\Rightarrow A = 2 \times \left(\frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \dots + \frac{1}{31 \times 34} \right)$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{31 \times 34} \right)$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{4} \cancel{\frac{3}{7}} + \cancel{\frac{3}{7}} \frac{1}{10} + \cancel{\frac{3}{10}} \frac{1}{13} + \dots + \cancel{\frac{3}{31}} \frac{1}{34} \right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{34} \right) = \frac{2}{3} \times \frac{30}{4 \times 34} = \frac{5}{34} \Rightarrow \boxed{A = \frac{5}{34}}$$

نوشتن عددی گویا بین دو عدد گویا:

بین دو عدد گویا بی شمار عدد گویا وجود دارد. اگر بخواهیم یک یا چندتا از این اعداد را بنویسیم از روش های زیر می توانیم استفاده کنیم:

۱- روش میانگین:

میانگین هر دو عددی دقیقاً وسط آن دو عدد قرار دارد. بنابراین می توانیم بین دو عدد گویای داده شده میانگین بگیریم.

❖ مثال، عددی گویا بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6} \xrightarrow{\div 2} \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{1}{3} < \boxed{\frac{5}{12}} < \frac{1}{2}$$

اگر بخواهیم اعداد بیشتری بدست آوریم این روش را چندین بار می توانیم تکرار کنیم یعنی بین اعداد جدید بدست آمده و عددهای قبلی میانگین بگیریم.

۲- روش مخرج مشترک:

در این روش دو عدد را هم مخرج می کنیم و سپس کسرها را می نویسیم. روش هم مخرج کردن این است که صورت و مخرج کسر اول را در مخرج دومی ضرب می کنیم و صورت و مخرج کسر دوم را در مخرج اولی.

❖ مثال، عددی گویا بین $\frac{2}{9}$ و $\frac{4}{5}$:

$$\frac{2}{9} < \boxed{\phantom{\frac{5}{9}}} < \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2 \times 4}{9 \times 4} < \boxed{\phantom{\frac{5}{9}}} < \frac{4 \times 9}{4 \times 9} \Rightarrow \frac{8}{36} < \boxed{\phantom{\frac{5}{9}}} < \frac{36}{36} \Rightarrow \frac{8}{36} < \boxed{\frac{9}{36}} < \boxed{\frac{10}{36}} < \dots < \boxed{\frac{44}{36}} < \frac{45}{36}$$

* در صورتی که تعداد کسرهای خواسته شده بیش از تعداد ممکن باشد، صورت و مخرج کسرها را در عددی بزرگتر از یک ضرب می‌کنیم تا فاصله‌ها بیش تر شود.

❖ مثال، عددی گویا بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{5}$

$$\frac{3}{5} < \square < \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3 \times 3}{5 \times 3} < \square < \frac{2 \times 5}{3 \times 5} \Rightarrow \frac{9}{15} < \square < \frac{10}{15}$$

برای اینکه فاصله‌ها بیش تر شود دو کسر را در عددی بزرگتر از یک ضرب می‌کنیم:

$$\frac{9}{15} < \square < \frac{10}{15} \xrightarrow{\times 2} \frac{18}{30} < \square < \frac{20}{30} \Rightarrow \frac{18}{30} < \frac{19}{30} < \frac{20}{30}$$

۳- روش مجموع صورت، مجموع مخرج:

اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو کسر دلخواه باشند و $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ، آن‌گاه رابطه روبرو برقرار است:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

❖ مثال، عددی گویا بین $\frac{5}{9}$ و $\frac{8}{13}$

$$\frac{5}{9} < \square < \frac{8}{13} \Rightarrow \frac{5}{9} < \frac{5+8}{9+13} < \frac{8}{13} \Rightarrow \frac{5}{9} < \frac{13}{22} < \frac{8}{13}$$

❖ مثال، سه عدد گویا بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} < \square < \square < \square < \frac{2}{5} &\Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{1+2}{4+5} < \square < \square < \frac{2}{5} \\ &\Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{3}{9} < \frac{3+2}{9+5} < \square < \frac{2}{5} \\ &\Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{3}{9} < \frac{5}{14} < \frac{5+2}{14+5} < \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{3}{9} < \frac{5}{14} < \frac{7}{19} < \frac{2}{5} \end{aligned}$$