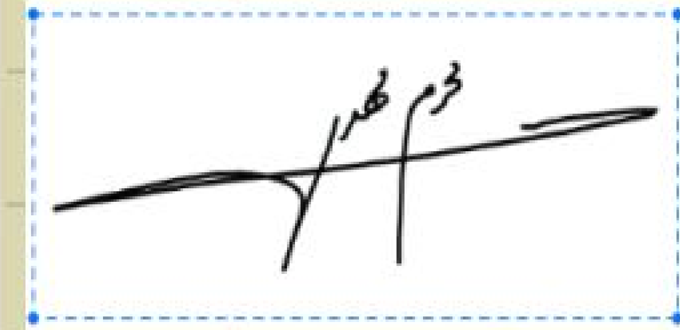
۴ آمار استنباطی



درس ۲ برآورد

۱ گردآوری داده‌ها
۲ برآورد

اردیبهشت ۱۴۰۱

فعالیت

صفحه ۱۱۸

یک شرکت تولید لیوان شیشه‌ای می‌خواهد تعداد لیوان‌هایی را که در یک بسته قرار می‌دهد مشخص کند. تعداد لیوان‌ها در هر بسته به میانگین تعداد اعضای خانوارهای کشور بستگی دارد که بُعد خانوار نام دارد. مثلاً در ۷ سال پیش بُعد خانوار (میانگین تعداد اعضای خانواده‌ها) ۴ بوده است. لذا بسته‌بندی لیوان‌ها از ۶ به ۴ کاهش داده شد. از آنجا که فروش شرکت کم شده، به نظر کارشناسان، دلیل آن تغییر بُعد خانوار در کشور است. بُعد خانوار هر کشور از اطلاعات سرشماری قابل دسترسی است که ۷ سال پیش انجام شده است. سرشماری یکی از مهم‌ترین طرح‌های آمارگیری در هر کشوری است، که در ایران هر ۱۰ سال یک بار انجام می‌شود، لذا داده‌های جدید آن تا ۳ سال آینده در دسترس نیست. از آنجا که سرشماری روش مقرون به‌صرفه‌ای برای گردآوری داده‌ها به‌منظور پاسخگویی به این سؤال نیست، شرکت تصمیم می‌گیرد که بُعد خانوار خریدارهای محصول این شرکت را به‌وسیلهٔ نمونه‌گیری انجام دهد.

در اینجا صورت ساده‌تر آن را در نظر می‌گیریم. فرض کنید، بُعد خانوار ۹ خریدار محصول به‌صورت زیر باشد. میانگین بُعد این نمونه چقدر است؟

$$\bar{x} = \frac{۳۵ \quad \text{جمع ۹ عدد}}{۹} = ۳٫۳۳$$

۳	۲	۷	۲	۵	۳	۳	۱	۴

پارامتر
$\mu = ۴$

برآورد نقطه‌ای[1] پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه تصادفی در آمارهٔ نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.

در این فعالیت میانگین تعداد اعضای خانوار پارامتر است. آماره، ۳٫۳۳ (از نمونه)؛ و برآورد نقطه‌ای پارامتر ۴ است. (از جامعه)

کار در کلاس

صفحه ۱۱۹

فرض کنید، جامعه از ۶ نفر تشکیل شده باشد با درآمد ماهیانه برحسب میلیون تومان به‌صورت زیر :

۲	۵	۳	۰	۱	۴

می‌خواهیم بر اساس نمونه‌ای به‌اندازهٔ ۱، **میانگین** این جامعهٔ ۶ عضوی را برآورد کنیم. در واقع باید از بین ۶ نفر، یکی را به‌تصادف انتخاب کنیم. اگر شخصی انتخاب شود که درآمدش ۵ باشد، این عدد برآورد میانگین درآمد همهٔ افراد است. ممکن است فرد انتخابی درآمدی نداشته باشد. آن‌گاه صفر به‌عنوان نمونهٔ انتخاب شده و برآورد میانگین درآمد این افراد برابر ۰ می‌شود. نمونه‌های مختلف منجر به برآوردهای متفاوتی می‌شوند.

■ در این مثال، پارامتر جامعه چیست و مقدار آن چقدر است؟

$\mu = \overset{\text{جمع داده‌ها}}{\dfrac{۱۵}{۶}} = ۲/۵$

■ آیا بر اساس هر یک از نمونه‌ها برآورد به مقدار پارامتر نزدیک است؟

■ چه راه‌حلی پیشنهاد می‌کنید که برآورد به پارامتر نزدیک‌تر شود؟

بستگی دارد، گاهی نزدیک است و گاهی فاصله دارد

بیشتر کردن اندازهٔ نمونه

درست حدس زده‌اید! اگر اندازهٔ نمونه را بیشتر کنیم امکان نزدیک شدن برآورد به پارامتر بیشتر می‌شود. اندازهٔ نمونه را به ۲ افزایش می‌دهیم. به‌عنوان مثال، اگر نمونه‌گیری تصادفی انجام شده شامل درآمدهای ۰ و ۴ باشد، آن‌گاه برآورد میانگین جامعه عدد ۲ است؛ یعنی پارامتر جامعه که مقدار آن ۲/۵ بوده است را ۲ برآورد کرده‌ایم.

■ آیا نمونه‌ای تصادفی به‌اندازهٔ ۲ وجود دارد که مقدار پارامتر را دقیقاً ۲/۵ برآورد کند؟

■ آیا امکان دارد با نمونه‌های مختلف برآوردهای برابر به دست آوریم؟ بله

■ بدون شمارش بگویید امکان مشاهده چند نمونهٔ دوتایی داریم؟

$\binom{۶}{۲} = \dfrac{۶\times۵}{۲} = ۱۵$

در جدول زیر، احتمال مشاهده هریک از مقادیر برآورد میانگین برای نمونه‌های دوتایی آمده است.

نمونه	{۰،۱}	{۰،۲}	{۰،۳}{۱،۲}	{۰،۴}{۱،۳}	{۰،۵}{۱،۴}{۲،۳}	{۱،۵}{۲،۴}	{۲،۵}{۳،۴}	{۳،۵}	{۴،۵}
$\bar{x}$	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴	۴/۵
احتمال	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۳}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۱}{۱۵}$

صفحه ۱۲۰

اگر نمونه‌گیری تصادفی ساده به‌اندازهٔ $n = ۳$ از این ۶ عضو جامعه انجام دهیم، همانند جدول قبل مقادیر $\bar{x}$ و احتمال مشاهده هر مقدار را محاسبه و در جدول بنویسید.

$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} = 20$

نمونه	{۰،۱،۲}	{۰،۱،۳}	{۰،۱،۴} {۰،۲،۳}	{۰،۱،۵} {۰،۲،۴} {۱،۲،۳}	{۰،۲،۵} {۰،۳،۴} {۱،۲،۴}					
$\bar{x}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$					
احتمال	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$					

{۰،۳،۵}
{۱،۲،۵}
{۱،۳،۴}
$\frac{8}{3}$
$\frac{3}{20}$

{۰،۴،۵}
{۱،۳،۵}
{۲،۳،۴}
$\frac{9}{3}$
$\frac{3}{20}$

{۱،۴،۵}
{۲،۳،۵}
$\frac{10}{3}$
$\frac{2}{20}$

{۲،۴،۵}
$\frac{11}{3}$
$\frac{1}{20}$

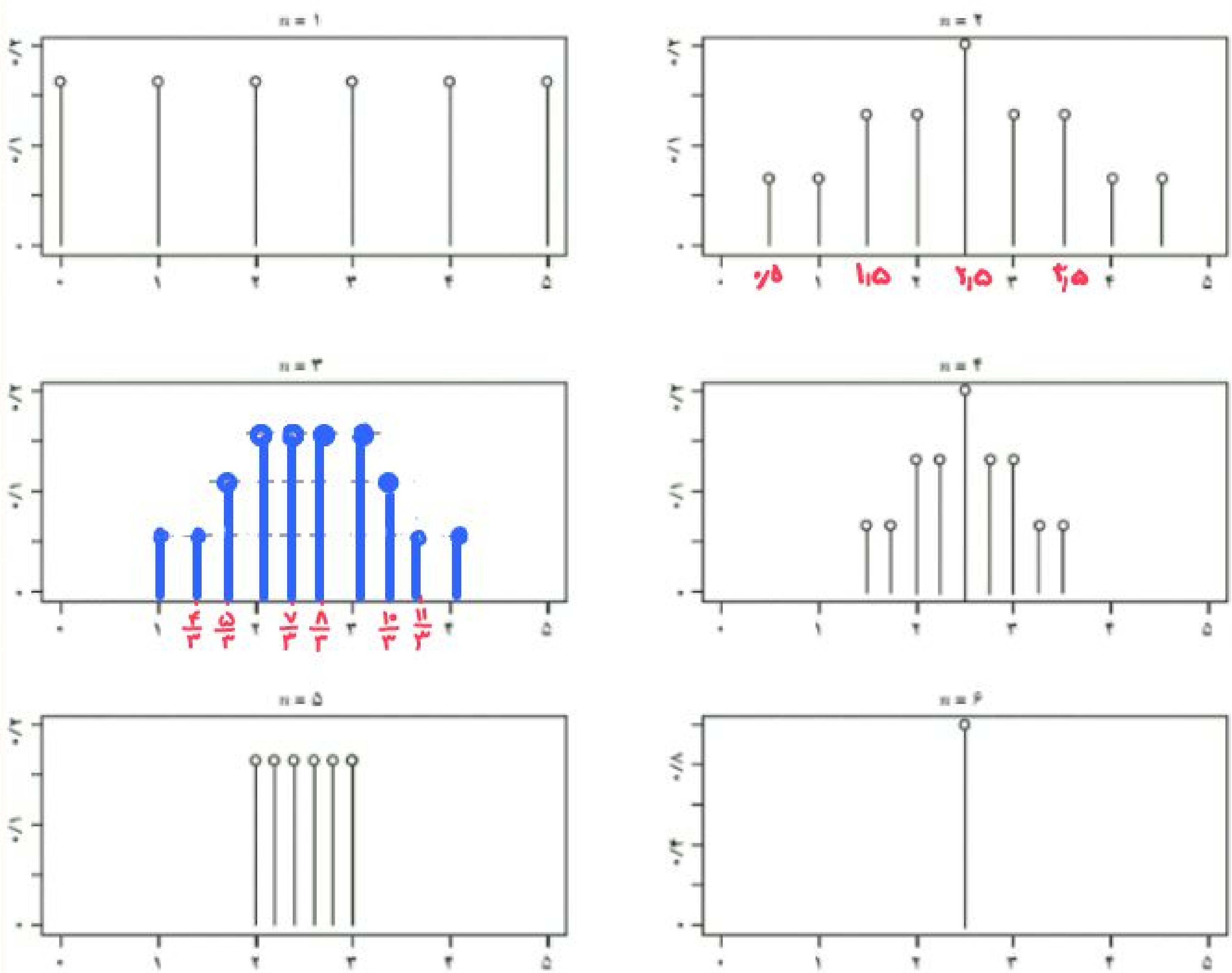
{۳،۴،۵}
$\frac{12}{3}$
$\frac{1}{20}$

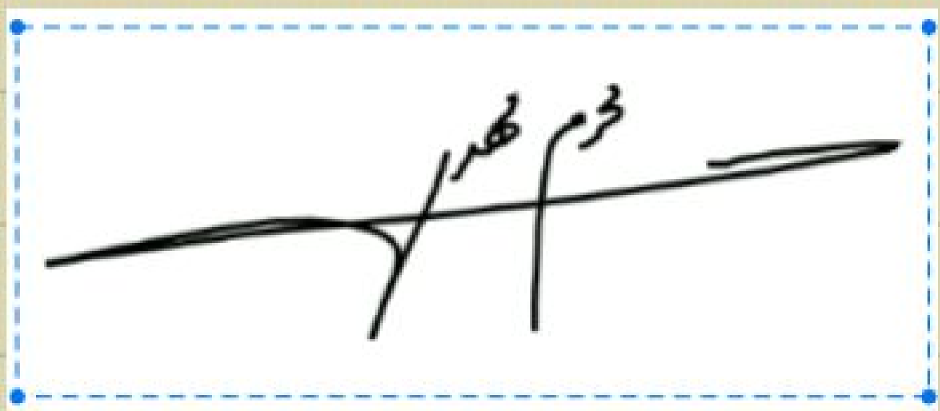
توجه : جمع کل احتمال ها برابر یک میشود

فعالیت

صفحه ۱۲۰

جدول به‌دست آمده از کار در کلاس قبل را برای $n = ۳$ رسم کنید. برای این منظور، بر روی محور طول‌ها مقادیر برآورد میانگین جامعه، یعنی $\bar{x}$ را مشخص کنید. حال احتمال مشاهدهٔ هریک از مقادیر را در نمودار علامت بزنید. این کار برای اندازهٔ نمونه‌های مختلف انجام شده است. هر نمودار مربوط به اندازهٔ نمونهٔ به‌خصوص، $n = ۱,۲,۳,۴,۵,۶$ است.





صفحه ۱۲۱

اگر برآورد را بر اساس نمونه‌ای به‌اندازهٔ ۳ محاسبه کنیم، احتمال اینکه برآورد به پارامتر نزدیک‌تر باشد، نسبت به $n = ۱,۲$ بیشتر است. آیا اگر اندازهٔ نمونه از ۳ بیشتر شود، احتمال اینکه برآورد به پارامتر نزدیک‌تر شود، باز هم بیشتر می‌شود؟ زمانی که اندازهٔ نمونه به ۶ می‌رسد، برآورد برابر پارامتر می‌شود. بله بیشتر می‌شود

همان‌طور که در نمودارها دیده‌اید با افزایش اندازهٔ نمونه برآوردها به میانگین جامعه، که پارامتر است، نزدیک‌تر می‌شوند. به بیان دیگر در هر نمودار با زیاد شدن اندازهٔ نمونهٔ انحراف معیار برآوردهای پارامتر کمتر می‌شود. پس هرقدر انحراف معیار برآورد کمتر باشد، آن برآورد بهتر است.

سؤال اساسی آن است که انحراف معیارِ برآورد میانگین جامعه چقدر است؟ خوشبختانه آمارشناسان پاسخ این سؤال را با رابطهٔ زیر داده‌اند. البته برای سادگی محاسبات، فرض شده که جامعه نامتناهی است.

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$$

انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازهٔ نمونه = انحراف معیار میانگین

هرچند که انحراف معیار جامعه معمولاً معلوم نیست، ولی این رابطه حدس ما را اثبات کرده است. با افزایش اندازهٔ نمونهٔ انحراف معیار برآورد کاهش می‌یابد. به عبارتی دیگر برآورد دقیق‌تر با خطای کمتری برای برآورد میانگین جامعه داریم.

صفحه ۱۲۱

کار در کلاس

به فعالیت ابتدای درس باز می‌گردیم. اگر از مطالعات سال‌های گذشته بدانیم که انحراف معیار درآمد هر فرد در کشور ۲ میلیون تومان است انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد جامعه را برای اندازهٔ نمونه‌های ذکر شده، محاسبه کنید.

n	۲۵	۱۰۰	۱۰۰۰۰
$\sigma_{\bar{x}}$	$\frac{۲}{\sqrt{۲۵}} = \frac{۲}{۵}$	$\frac{۲}{\sqrt{۱۰۰}} = \frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۲}{\sqrt{۱۰۰۰۰}} = \frac{۲}{۱۰۰}$

- انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد جامعه با نمونهٔ ۱۰۰ نفری چند برابر انحراف معیار با نمونهٔ ۱۰۰۰۰ نفری است؟
- اگر اندازهٔ نمونه ۱۰ برابر شود، انحراف معیار برآورد میانگین چند برابر می‌شود؟

$$\frac{۲}{۱۰} \div \frac{۲}{۱۰۰} = ۱۰$$

$$\sigma'_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{10n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{10}\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{10}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{10}}\sigma_{\bar{x}}$$

برآورد بازه‌ای یا بازه اطمینان[1] **پارامتر جامعه** عبارت است از بازه‌ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به **ضریب اطمینان**[2] شهرت دارد.

صفحه ۱۲۲

فعالیت

در فعالیت قبل میانگین داده‌ها ۲/۵ محاسبه می‌شود؛ یعنی برآورد میانگین جامعه ۲/۵ به دست آمده است. چقدر به این برآورد اطمینان داریم؟ برای یافتن پاسخ سؤال به یاد آورید که دقت برآورد میانگین جامعه به اندازه نمونه و انحراف معیار جامعه بستگی داشت. اگر اندازهٔ نمونه زیاد می‌شد، یا انحراف معیار جامعه کم بود، دقت برآورد میانگین بیشتر می‌گردید. بر اساس این دو کمیت پاسخ این سؤال را با رابطهٔ زیر داده‌اند.

برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه : اگر نمونه‌ای تصادفی به‌اندازهٔ n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم :

$$\boxed{\bar{x} - 2\sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 2\sigma / \sqrt{n}}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

اگر یک نمونه به اندازهٔ چهار داشته باشیم یک فاصله اطمینان برای میانگین جامعه محاسبه کنید.

مشاهدات ۰،۵،۲،۱

میانگین نمونه $\bar{x} = ۲$

انحراف معیار نمونه $\sigma = ۱/۸۷$

$\dots\dots < \mu < \dots\dots$

$$۲ - \frac{۲(۱/۸۷)}{\sqrt{۴}} = ۲ - ۱/۸۷ = ۰/۱۳$$

$$۲ + \frac{۲(۱/۸۷)}{\sqrt{۴}} = ۲ + ۱/۸۷ = ۳/۸۷$$

کار در کلاس

صفحهٔ ۱۲۲

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی در یک ماه به ازای هر نفر موردنیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه. بر اساس داده‌های فعالیت اوّل خط فقر را برآورد کنید. انحراف معیار جامعه را برآورد کنید. اگر فرض کنیم که انحراف معیار به دست آمده انحراف معیار جامعه است، یک برآورد فاصله‌ای برای خط فقر محاسبه کنید.

توجه: در این فصل فعالیتی با عنوان خط فقر وجود ندارد

تمرین

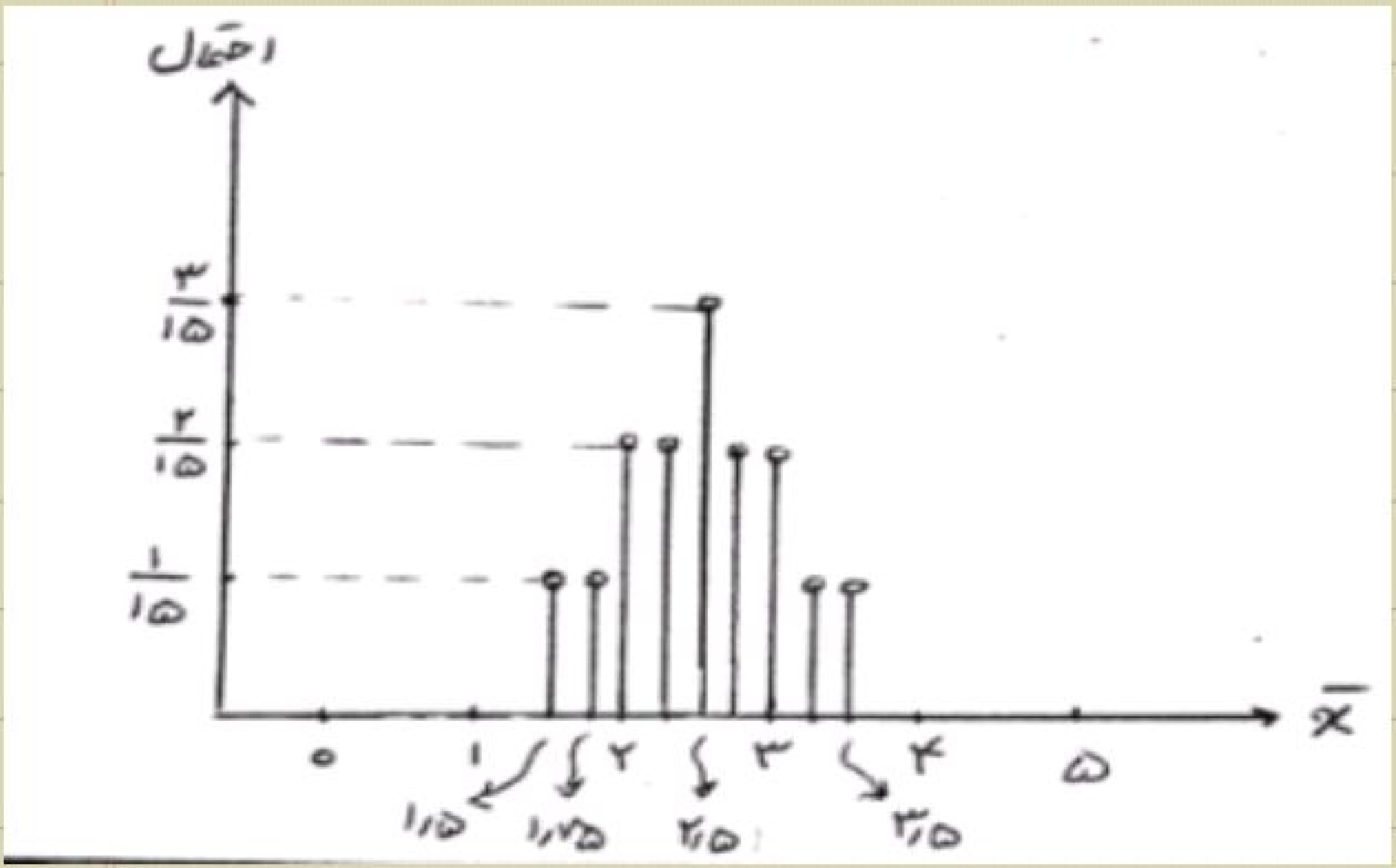
صفحهٔ ۱۲۵

۱ در اوّلین کار در کلاس، جداول را برای نمونه‌گیری تصادفی ساده به‌اندازهٔ ۴ و ۵ تشکیل داده و مقادیر $\bar{x}$ را در مقابل احتمال مشاهدهٔ هر مقدار، محاسبه و در جدولی بنویسید.

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ $\quad n = 4$

$\binom{6}{4} = \frac{6!}{2! \times 4!} = 15$ حالت

نمونه	{۰،۱،۲،۳}	{۰،۱،۲،۴}	{۰،۱،۳،۴} {۰،۱،۲،۵}	{۰،۲،۳،۴} {۰،۱،۳،۵}	{۰،۱،۴،۵} {۰،۲،۳،۴} {۰،۲،۳،۵}
$\bar{x}$	۱/۵	۱/۷۵	۲	۲/۲۵	۲/۵
احتمال	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$
نمونه	{۰،۲،۳،۵} {۰،۲،۴،۵}	{۱،۲،۴،۵} {۰،۳،۴،۵}	{۱،۳،۴،۵}	{۲،۳،۴،۵}	
$\bar{x}$	۲/۷۵	۳	۳/۲۵	۳/۵	
احتمال	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	



$$\binom{6}{5} = \frac{6!}{(6-5)! \times 5!} = \frac{6 \times 5!}{1 \times 5!} = 6$$: ۶ حالت

نمونه	{۰,۱,۲,۳,۴}	{۰,۱,۲,۳,۵}	{۰,۱,۲,۴,۵}	{۰,۱,۳,۴,۵}	{۰,۲,۳,۴,۵}	{۱,۲,۳,۴,۵}
$\bar{x}$	۲	۲/۲	۲/۴	۲/۶	۲/۸	۳
احتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

۲ از اعداد ۰ تا N، ۱۰ عدد به‌تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به‌صورت زیر باشند با دو روش مختلف N را برآورد کنید.

۹	۲	۵	۷	۳	۱۲	۱۱	۹	۸	۵

میانگین نمونه $\bar{x} = \dfrac{۵+۸+۹+۱۱+۱۲+۳+۷+۵+۲+۹}{۱۰} = \dfrac{۷۱}{۱۰} = ۷/۱$

میانگین جامعه $\mu = \dfrac{۰+۱+۲+\cdots+N}{N+1} = \dfrac{\frac{N(N+1)}{۲}}{N+1} = \dfrac{N}{۲}$

اگر پارامتر μ را با آمارهٔ $\bar{x}$ برآورد کنیم، داریم:

$\dfrac{N}{۲} = ۷/۱ \longrightarrow N \simeq ۱۴$

۲ رئیس یک دانشگاه، علاقه‌مند است متوسط سنّ دانشجویانی که در سال جاری ثبت نام کرده‌اند را بداند. برای این منظور، او یک نمونهٔ تصادفی از سنّ ۲۵ دانشجو را انتخاب می‌کند. میانگین سنّ آنها برابر ۲۲ سال برآورد شده است. اگر در بررسی‌های گذشته انحراف معیار طول قد دانشجویان این دانشگاه برابر ۱/۹ سال باشد، بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سنّ جامعه را محاسبه کنید.

$$\left.\begin{array}{l} \bar{x} = ۲۲ \\ \sigma = ۱/۹ \\ n = ۲۵ \end{array}\right) \longrightarrow \bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$۲۲ - \frac{۲\times۱/۹}{\sqrt{۲۵}} \leqslant \mu \leqslant ۲۲ + \frac{۲\times۱/۹}{\sqrt{۲۵}}$$

$$۲۲ - ۰/۷۶ \leqslant \mu \leqslant ۲۲ + ۰/۷۶$$

بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصد $[۲۱/۲۴ , ۲۲/۷۶]$

۴ طول فاصلهٔ اطمینان، برابر تفاضل حد بالا و پایین بازهٔ اطمینان است.

الف) اگر در فرمول بازه اطمینان اندازهٔ نمونه افزایش یابد، طول فاصلهٔ اطمینان کاهش می‌یابد. چرا؟

ب) اگر در فرمول بازه اطمینان انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان افزایش می‌یابد. چرا؟

فاصله‌ی اطمینان : $\underbrace{\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{حد پایین}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{حد بالا}} \Rightarrow$ طول فاصله اطمینان $= (\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) - (\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$

$\Rightarrow$ طول فاصله اطمینان $= \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$

الف) کاهش، زیرا بین طول بازه‌ی اطمینان و جذر اندازه‌ی نمونه رابطه‌ی معکوس وجود دارد (مخرج کسر بزرگ می‌شود)

ب) افزایش، زیرا بین طول بازه‌ی اطمینان و انحراف معیار جامعه رابطه‌ی مستقیم وجود دارد (صورت کسر بزرگ می‌شود)

۵ داده‌های زیر نمرات ۲۴ دانش‌آموز از ۱۰۰ است.

۷۵ ۷۴ ۷۳ ۷۱ ۷۱ ۷۰ ۶۷ ۷۵

۷۹ ۷۸ ۷۸ ۷۸ ۷۸ ۷۷ ۷۵ ۸۰

۸۷ ۸۶ ۸۶ ۸۳ ۸۲ ۸۲ ۸۱ ۹۱

$\bar{x} = \frac{\text{جمع داده‌ها}}{\text{تعداد}} \simeq ۷۸$

با کمک فرمول // $\sigma \simeq ۵,۵$

الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را محاسبه کنید.

ب) اگر انحراف معیار جامعه ۶ باشد بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین نمرات جامعه محاسبه کنید.

پ) چند درصد داده‌ها داخل این بازه قرار می‌گیرند؟ ۹۵ درصد

ت) بافت نگاشت فراوانی داده‌ها را رسم کنید. (در فواصل [۶۷,۷۱] و [۷۱,۷۵] و ...)

ث) چندبر فراوانی بافت نگاشت را رسم کنید (وسط مستطیل‌ها را با پاره‌خط به هم متصل کرده و به محور طول‌ها وصل کنید).

ج) اگر داده‌ها زیاد شوند، به نظر شما شکل چندبر فراوانی بافت نگاشت به کدام‌یک از نمودارهای صفحهٔ بعد شباهت بیشتری خواهد داشت؟ (نام نمودارها به ترتیب : یکنواخت، نرمال، نامتقارن یا چوله است)

ب) $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2\times6}{\sqrt{24}} = \frac{\cancel{2}\times6}{\cancel{2}\sqrt{6}} = \sqrt{6} \simeq ۲,۴۵$

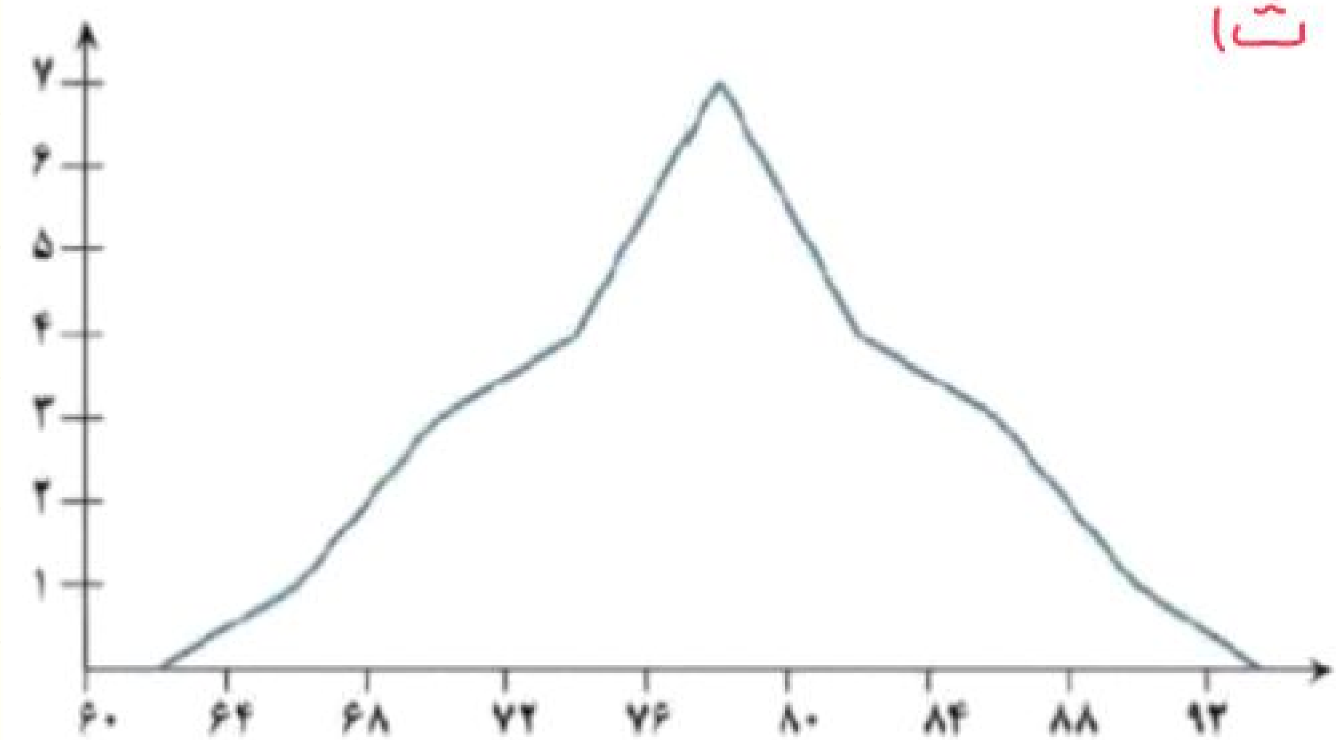
$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow ۷۸ - ۲,۴۵ \leq \mu \leq ۷۸ + ۲,۴۵$

$۷۵,۵۵ \leq \mu \leq ۸۰,۴۵$

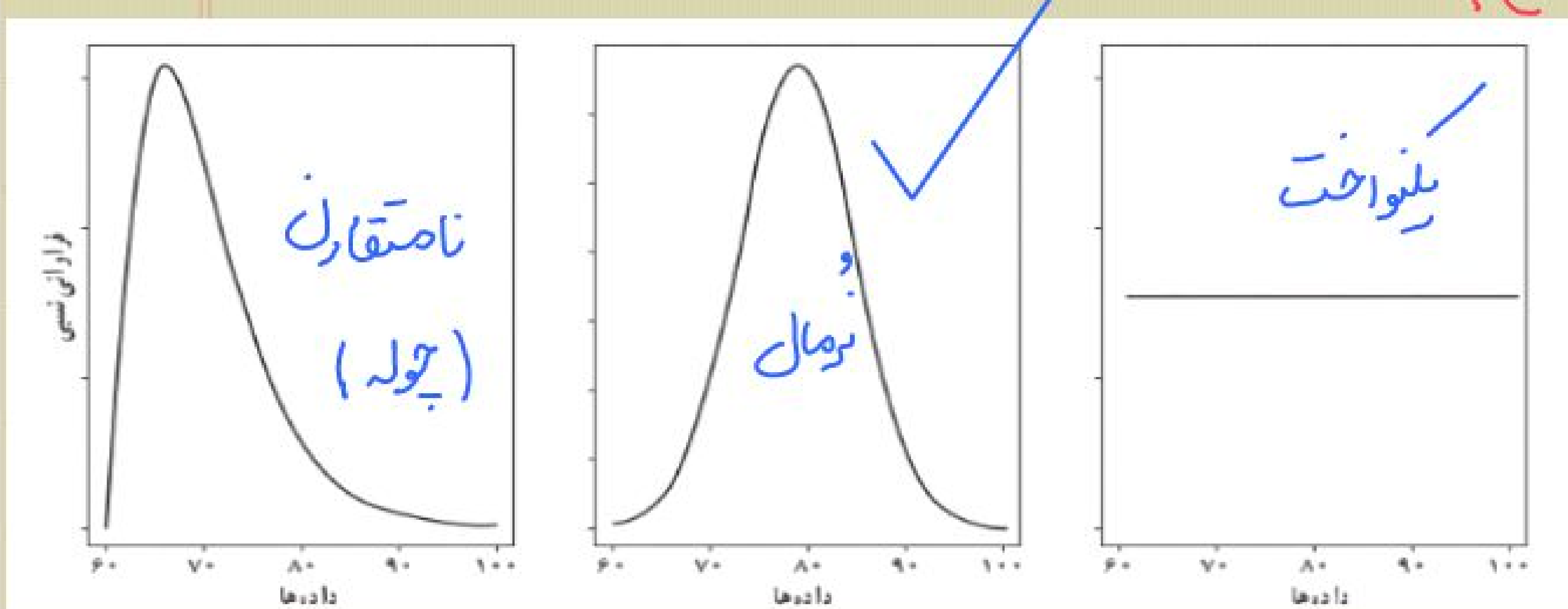
ت)


۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷
۶۰ ۶۴ ۶۸ ۷۲ ۷۶ ۸۰ ۸۴ ۸۸ ۹۲

ث)


۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷
۶۰ ۶۴ ۶۸ ۷۲ ۷۶ ۸۰ ۸۴ ۸۸ ۹۲

ج)


فراوانی نسبی
نامتقارن
(چوله)
نرمال
یکنواخت
۶۰ ۷۰ ۸۰ ۹۰ ۱۰۰
داده‌ها

۶ اگر در سؤال قبل ۱۰۰ بار نمونه‌گیری را تکرار کنیم؛ یعنی ۱۰۰ دفعه نمونه‌ای به‌اندازهٔ ۲۴ بگیریم و چند بر فراوانی بافت نگاشت ۱۰۰ میانگین را رسم کنیم می‌توان نشان داد که تقریباً به صورت یک منحنی به شکل زیر است (توجه کنید منظور از ۱۰۰ عددی بزرگ است، ۱۰۰ یک مثال است). در این شکل μ نشان دهندهٔ میانگین جامعه است، که در اینجا میانگین نمرات همهٔ دانش‌آموزان است، که مجهول است. حال فرض کنید برای ۱۰۰ نمونهٔ ۲۴ تایی، ۱۰۰ بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی محاسبه کرده‌ایم. در زیر نمودار نرمال ۲۰ تا از آنها رسم شده است. نقاط قرمز رنگ نشان‌دهندهٔ میانگین نمونه و پاره‌خط‌های افقی آبی معرف فاصلهٔ اطمینان مربوطه‌اند. خط سیاه عمودی میانگین جامعه را مشخص کرده است.

الف) اگر پاره‌خط آبی، خط سیاه را قطع نکند، چه نتیجه‌ای باید گرفت؟

ب) چند درصد از ۲۰ پاره‌خط آبی، خط سیاه را قطع کرده‌اند؟

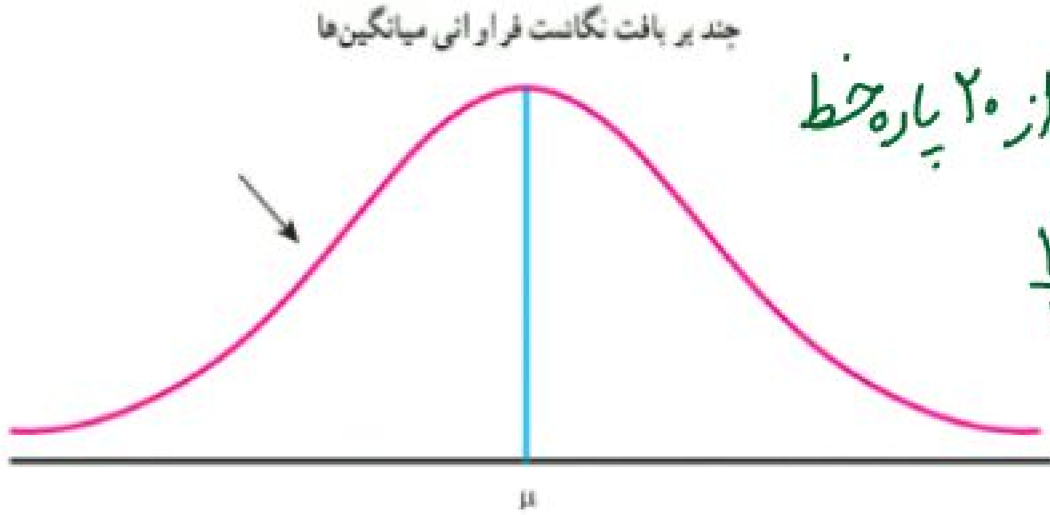
پ) اگر ۱۰۰ پاره‌خط آبی را رسم می‌کردیم، انتظار داشتید چند تا از آنها خط سیاه را قطع نکنند؟ ۵ پاره خط

ت) نتیجه این تمرین تعبیر یک بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد است. اگر ۱۰۰ بار نمونه‌گیری را تکرار کنیم و ۱۰۰ بازهٔ اطمینان محاسبه کنیم انتظار داریم ٪۹۵ از آنها پارامتر میانگین جامعه را در بر گیرند.

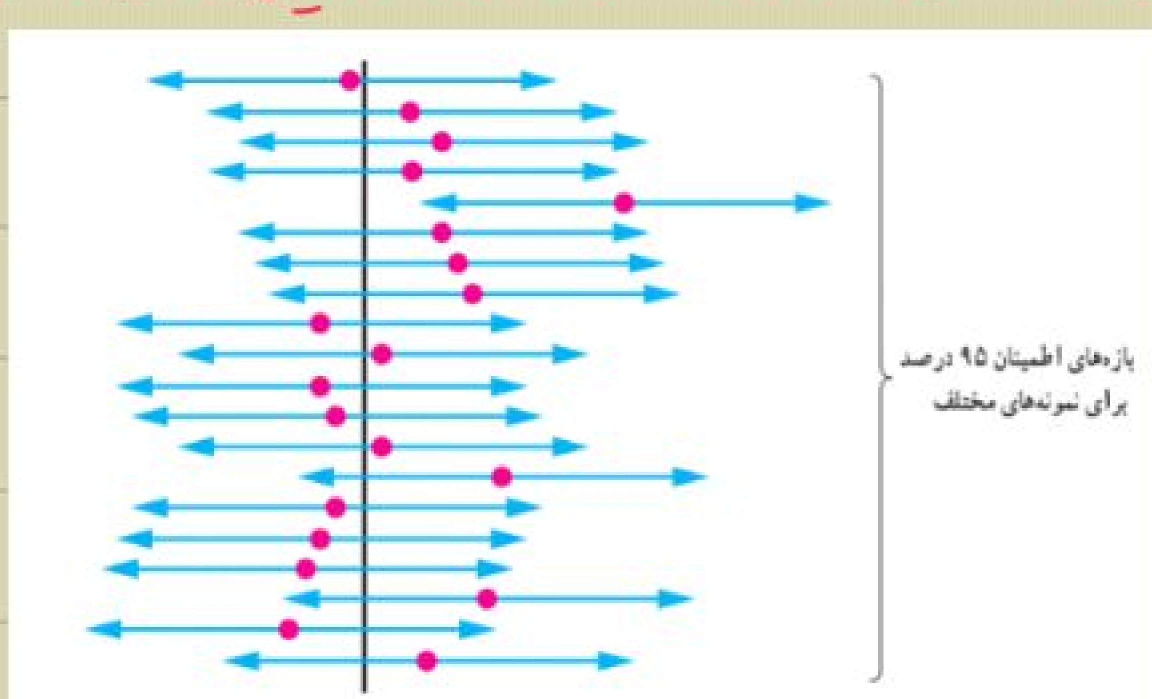
۱۹ پاره خط از ۲۰ پاره خط

$\frac{19}{20} \times 100 = 95\%$

۹۵ درصد



الف) میانگین جامعه در بازه اطمینان ۹۵ درصدی قرار ندارد یعنی نمونه خوبی انتخاب نشده است



۷ شاخص پوسیدگی دندان ($DMFT$) در ایران برای سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است؛ یعنی به‌طور متوسط هر ایرانی دارای یک دندان کشیده شده، یک دندان پوسیده و یک دندان پرشده است. براساس نمونه‌ای به اندازهٔ ۴۰۰، این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است ($\bar{x} = 2$) . اگر انحراف معیار دندان‌های کشیده شده، پوسیده و پرشده به ترتیب برابر ۱، ۲ و ۱/۶ باشد، بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین دندان‌های کشیده شده، پوسیده و پرشده محاسبه کنید.

$n = 400$ و $\sqrt{n} = 20$

$\bar{x} = 2$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \mu \leqslant \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

دندان‌های کشیده شده: $\sigma = 1 \rightarrow 2 - \frac{2\times 1}{20} \leqslant \mu \leqslant 2 + \frac{2\times 1}{20}$

$$1/9 \leqslant \mu \leqslant 2/1$$

دندان‌های پوسیده شده: $\sigma = 2$

$$2 - \frac{2\times 2}{20} \leqslant \mu \leqslant 2 + \frac{2\times 2}{20}$$

$$1/8 \leqslant \mu \leqslant 2/2$$

دندان‌های پرشده: $\sigma = 1/6$

$$2 - \frac{2\times 1/6}{20} \leqslant \mu \leqslant 2 + \frac{2\times 1/6}{20}$$

$$1/84 \leqslant \mu \leqslant 2/16$$

۸ پارامتر میانگین جامعه را با چه آماره‌هایی می‌توان برآورد کرد؟ (۵ آماره نام ببرید)

۹ پارامتر واریانس و انحراف معیار جامعه را با چه آمارهایی می‌توان برآورد کرد؟

چون(پارامتر میانگین جامعه) یک شاخص مرکزی است پس آماره ها باید همجنس با آن باشند.بنابراین میانگین،میانه ،مد و چارکها (دهکها و صدکها) در نمونه میتوانند آماره های مناسبی برای برآورد باشند. البته میانگین نمونه بدلیل اینکه نا اریب تر از بقیه است وکمترین واریانس را خواهد داشت از همه مناسبتر است.

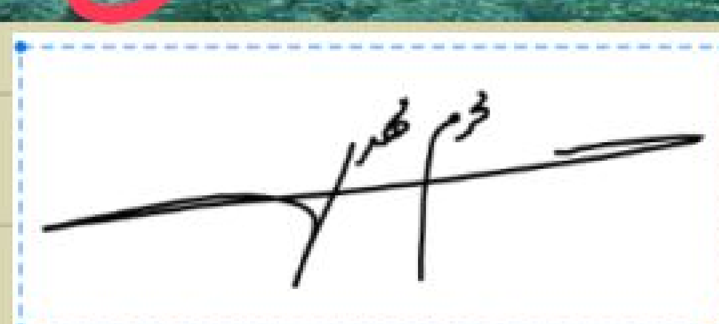
۹- با توجه به هم جنس بودن واریانس و انحراف معیار نمونه

۱۰ در فصل قبل با چه آماره‌هایی آشنا شده‌اید؟ آنها چه پارامترهایی را برآورد می‌کردند؟

۱۱ مثال‌های این درس را با اندازهٔ نمونه‌های مختلف حل کنید. چه نتیجه‌هایی می‌توان گرفت؟ (مقدار برآورد تغییر نمی‌کند.)

۱۰- مد میانه میانگین چارک‌ها واریانس انحراف معیار ضریب تغییرات

پارامتر هرکدام از همان نوع است



1401/02/25

تهران - پردیس