

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

هندسه دهم

فصل ۱

ترسیم های هندسی و استدلال

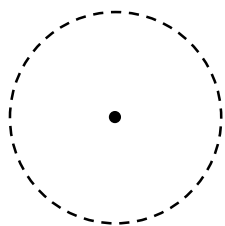
به قلم: استاد بهزاد ستاری

@BehzadSattariMath

۰۹۳۳۰۵۰۷۱۱۹

درس اول: ترسیم های هندسی

دایره: مجموعه نقاطی در صفحه که فاصله آنها از یک نقطه ثابت، مقداری ثابت باشد. نقطه ثابت را مرکز و مقدار ثابت را شعاع دایره می نامند.

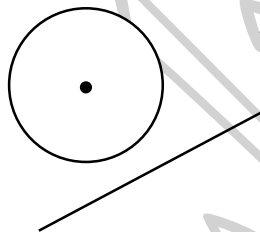


دایره ای به مرکز O و شعاع r را با نماد $C(O, r)$ نمایش می دهند.

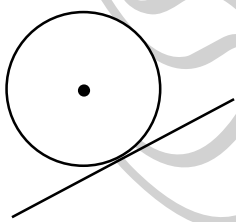
مثال: نقطه A به فاصله 1 cm از خط d قرار دارد. نقاطی را روی خط d بیابید که فاصله آنها از نقطه A برابر با 2 cm باشد.

وضعیت خط و دایره در صفحه: خط و دایره یکی از ۳ حالت زیر را نسبت به هم دارند:

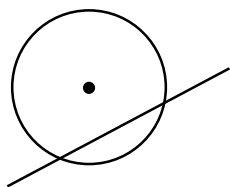
(۱) خط و دایره هیچ نقطه مشترکی ندارند. در این حالت فاصله مرکز دایره از خط بیشتر از شعاع است.



(۲) خط بر دایره مماس است (خط و دایره یک نقطه مشترک دارند). در این حالت فاصله مرکز دایره از خط برابر با شعاع است.



(۳) خط دایره را در دو نقطه قطع می کند. در این حالت فاصله مرکز دایره از خط کوچکتر از شعاع است.



مثال: دو نقطه A و B به فاصله 4cm از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که:

(الف) از A به فاصله 3cm و از B به فاصله 2cm باشند

(ب) از A به فاصله 1cm و از B به فاصله 3cm باشند

(ج) از A به فاصله 1.5cm و از B به فاصله 2cm باشند

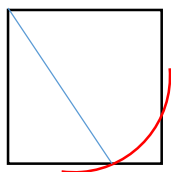
مثال: توضیح دهید چگونه می توان مثلثی به طول اضلاع 4 ، 5 و 6 را رسم کرد؟

مثال: طریقه رسم متوازی الاضلاعی به قطرهای 4 و 6 را بیان کنید.

(یادآوری: قطرهای هر متوازی الاضلاع همدیگر را نصف می کنند)

تست

در مربعی به ضلع ۲ واحد، دایره ای به مرکز یک رأس آن و شعاع $\frac{2}{5}$ واحد، دو ضلع دیگر مربع را قطع می کند. فاصله نزدیکترین رأس مربع تا نقطه تقاطع کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۹۵)



$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

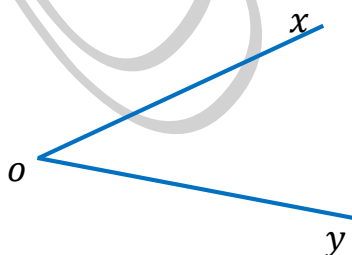
مجموعه تمام نقاطی از صفحه که فاصله آنها از یک خط ثابت مقداری ثابت می باشد، دوخط به موازات آن در دو طرف خط می باشند. **نکته**



مثال: نقطه O روی خط l قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه O به فاصله 3cm و از خط l به فاصله 2cm هستند؟



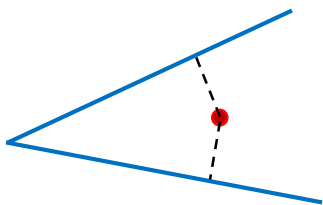
طریقه رسم نیمساز یک زاویه: برای رسم نیمساز زاویه $\angle xOy$ ، ابتدا به مرکز O و شعاع دلخواه یک کمان رسم می کنیم تا دو ضلع زاویه را در نقاط A و B قطع کند. سپس به مراکز A و B شعاع یکسان (بزرگتر از نصف AB) دو کمان میزنیم و محل تقاطع آنها را به O وصل می کنیم تا نیمساز بدست آید.



اگر نقطه ای روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، فاصله آن از دو ضلع زاویه برابر است. (و برعکس)

نکته

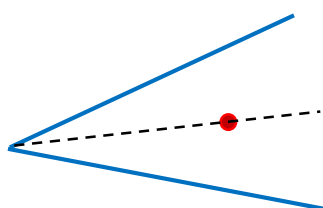
اثبات



اگر نقطه ای به فاصله یکسان از دو ضلع زاویه باشد، آن نقطه روی نیمساز قرار دارد.

نکته

اثبات



در شکل زیر OA نیمساز زاویه است. مقدار $x + y$ کدام است؟

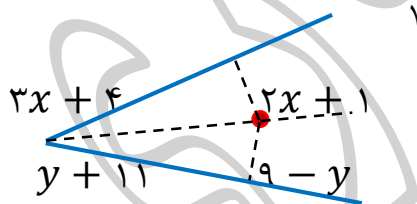
تست

۷ (۴)

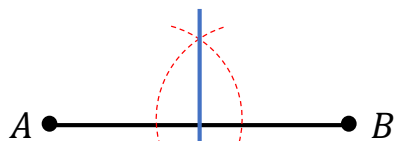
۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)



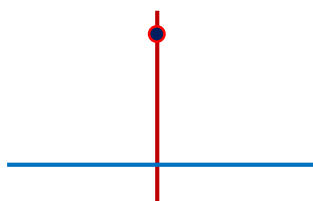
طریقه رسم عمودمنصف یک پاره خط: پاره خط AB را در نظر بگیرید. به مرکزهای A و B و شعاع های یکسان (بزرگتر از نصف AB) دو کمان رسم می کنیم تا یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند. کافی است محل تقاطع دو کمان را به هم وصل کنیم تا عمودمنصف بدست آید.



اگر نقطه ای روی عمودمنصف یک پاره خط قرار داشته باشد، فاصله آن از دو سر پاره خط برابر است. (و برعکس)

نکته

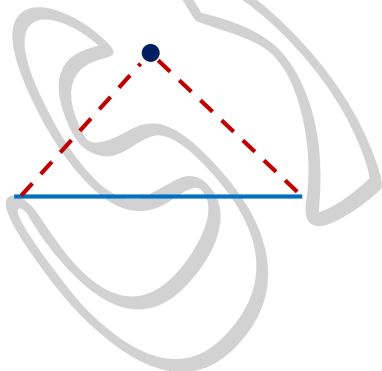
اثبات



اگر نقطه ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد.

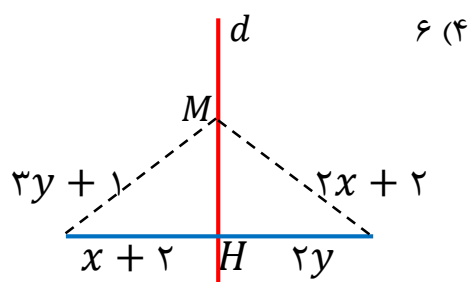
نکته

اثبات



تست

در شکل زیر خط d عمودمنصف AB است. اندازه MH کدام است؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

در مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع قائم ۶ و ۲، عمودمنصف وتر امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع کرده است.

تست

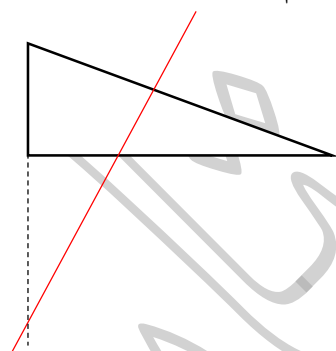
فاصله M از نزدیکترین رأس مثلث کدام است؟

$\frac{25}{3}$ (۴)

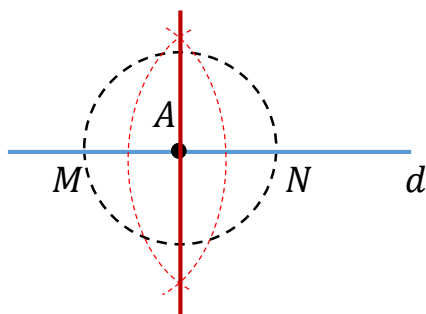
$\sqrt{10}$ (۳)

۸ (۲)

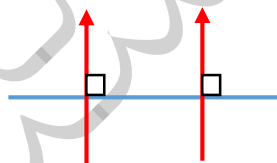
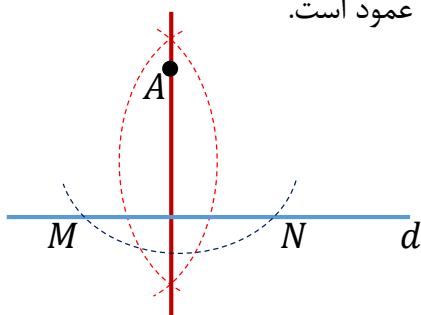
۷/۵ (۱)



طریقه رسم خطی عمود بر یک خط از یک نقطه روی آن: خط d و نقطه A روی آن را در نظر بگیرید. ابتدا به مرکز A و شعاع دلخواه یک دایره رسم می کنیم تا خط d را در دو نقطه قطع کند (M و N). حال کافی است عمود منصف MN را رسم کنیم که از نقطه A میگذرد و بر خط d عمود است.



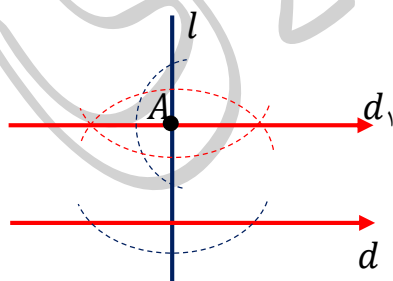
طریقه رسم خطی عمود بر یک خط از یک نقطه خارج از آن: خط d و نقطه A خارج از آن را در نظر بگیرید. ابتدا به مرکز A و شعاع بیشتر از فاصله A تا خط d یک کمان رسم می کنیم تا خط d را در دو نقطه قطع کند (M و N). حال کافی است عمود منصف MN را رسم کنیم که از نقطه A میگذرد و بر خط d عمود است.



دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند.

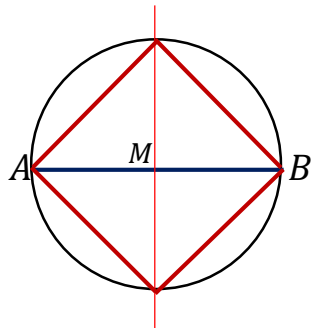


طریقه رسم خطی به موازات یک خط از یک نقطه خارج از آن: خط d و نقطه A خارج از آن را در نظر بگیرید. ابتدا از نقطه A خارج از خط d ، خط l را بر d عمود می کنیم. سپس از نقطه A روی خط l ، خط d_1 را بر l عمود می کنیم. با توجه به اینکه d_1 و d هر دو بر خط l عمود هستند پس با هم موازیند. (d_1 از نقطه A میگذرد و با d موازی است)



مثال: طریقه رسم یک مربع که طول قطر آن داده شده است را بیان کنید.

پاسخ: ابتدا قطر AB را رسم می کنیم. سپس عمودمنصف آن را رسم می کنیم و محل تقاطع آن با قطر AB را M می نامیم. حال به مرکز M و شعاع AM یک دایره را رسم می کنیم. محل تقاطع این دایره با عمودمنصف، دو رأس دیگر مربع هستند.



بچه ها
استاد