درس اوّل: یادآوری مفاهیم احتمال

در این درس و به جهت اهمیت موضوع، مفاهیم مقدماتی مربوط به احتمال را یادآوری می کنیم.

یادآوری مفاهیم احتمال

مفاهیم مربوط به احتمال که در پایه های قبل با آنها آشنا شده اید به شرح زیر می باشند.

۱ : پدیده‌ی تصادفی

هر پدیده یا آزمایش که نتیجه‌ی آن را نتوان قبل از انجام به طور قطعی پیش بینی کرد را پدیده‌ی تصادفی می نامند.

۲ : فضای نمونه ای

مجموعه‌ی همه‌ی نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه ای می نامند و آن را با S نمایش می دهند.

۳ : برآمد

هر یک از اعضای فضای نمونه ای را برآمد می گویند.

۴ : پیشامد تصادفی

هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را پیشامد تصادفی نامیده می شود و آنرا نیز با یک حرف بزرگ لاتین مانند E نمایش می دهند.

۵ : اعمال روی پیشامدها

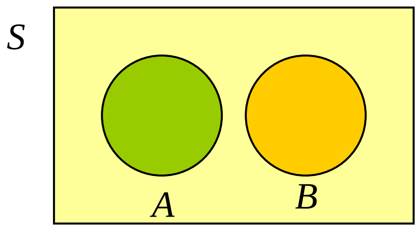
الف : اجتماع دو پیشامد A و B که با نماد $A \bigcup B$ نوشته می شود، پیشامدی است که با رخ دادن پیشامد A یا پیشامد B یا هر دو رخ دهد.

ب : اشتراک دو پیشامد A و B که با نماد $A \bigcap B$ نوشته می شود، پیشامدی است که با رخ دادن هر دو پیشامد A و B رخ دهد.

ج : تفاضل پیشامد B از پیشامد A که با نماد $A - B$ نوشته می شود، پیشامدی است که با رخ دادن A و رخ ندادن B رخ دهد.

د : اگر S فضای نمونه‌ای و E یک پیشامد تصادفی از آن باشد، پیشامدی را که متناظر با رخ ندادن E می باشد، مکمل E می نامند و آن را با E' یا E^C نمایش می دهند. بدیهی است که $E' = S - E$

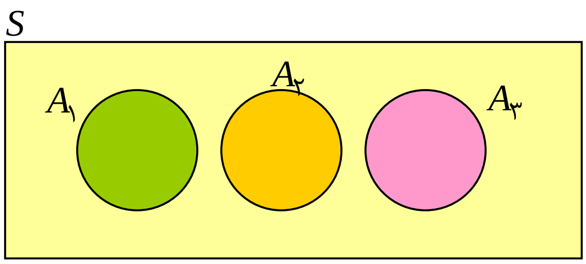
۶ : پیشامدهای ناسازگار



دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند، هرگاه هر دو با هم رخ ندهند. به عبارت دیگر اشتراک آنها تهی است.

$$A \cap B = \Phi$$

توجه : پیشامدهای $A_۱$ و $A_۲$ و $A_۳$ و ... و A_n را دوبدو ناسازگار گوییم، هرگاه هیچ دوتایی از آنها نتوانند با هم رخ دهند.



۷ : احتمال وقوع یک پیشامد تصادفی

اگر E یک پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشد. در این صورت، خارج قسمت تعداد اعضای پیشامد تصادفی E بر تعداد اعضای فضای نمونه‌ای نظیر آن یعنی S را احتمال وقوع پیشامد تصادفی E می نامند.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد حالت های ممکن}}$$

مثال ۱ : در پرتاب یک تاس، احتمال آن را حساب کنید که مضرب ۳ بیاید.

حل :

فضای نمونه ای $S = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\} \quad \rightarrow n(S) = ۶$

پیشامد تصادفی $E = \{۳,۶\} \quad \rightarrow n(E) = ۲$

احتمال آمدن مضرب ۳ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

مثال۲: از بین اعداد طبیعی از۱۰ تا ۱۰۰ به تصادف یک عدد انتخاب می کنیم. احتمال آن را حساب کنید که عدد انتخاب شده مضرب ۸ باشد.

حل :

$$S=\{۱۰,۱۱,۱۲,...,۱۰۰\}\rightarrow n(S)=b-a+۱=۱۰۰-۱۰+۱=۹۱$$

$$E=\{۱۶,۲۴,...,۹۶\}\rightarrow n(E)=\frac{b-a}{k}+۱=\frac{۹۶-۱۶}{۸}+۱=۱۱$$

$$P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{۱۱}{۹۱}$$

مثال۳ : تاسی را پرتاب می کنیم. اگر A پیشامد رخ دادن عدد بزرگتر از ۵ و B پیشامد رخ دادن عدد کمتر از ۳ باشد. نشان دهید که این دو پیشامد ناسازگارند.

حل :

فضای نمونه ای $\quad S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}\rightarrow n(S)=۶$

عدد بزرگتر از ۵ $\quad A=\{۶\}$ $\qquad$ عدد کمتر از ۳ $\quad B=\{۱,۲\}$

و چون $A\bigcap B=\{\}$ این دو پیشامد ناسازگارند.

۸ : اصول احتمال

برای هر پیشامد مانند E از فضای نمونه ای S، احتمال وقوع E، عددی حقیقی از بازه‌ی $[۰,۱]$ می باشد و آن را با $P(E)$ نمایش می دهند. اصول احتمال عبارتند از :

اصل ۱ : $P(S)=۱$

اصل ۲ : برای هر دو پیشامد B و A که $A\bigcap B=\Phi$ داریم، $P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)$

اصل ۳ : برای هر دو پیشامد B و A که $A=B$ داریم، $P(A)=P(B)$

نتیجه :

الف : برای هر پیشامد مانند E از فضای نمونه ای S، داریم $P(E')=۱-P(E)$

ب : $P(\Phi)=۰$

۹ : روابط اساسی احتمال

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S می توان روابط زیر را نوشت:

الف) $P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)$

ب) $P(A-B)=P(A)-P(A\bigcap B)$

مثال : اعداد طبیعی از ۱۱ تا ۱۰۰ را روی صد کارت می نویسیم و یک کارت به تصادف از میان آنها استخراج می کنیم. مطلوبست احتمال اینکه عدد روی این کارت:

الف : بر ۴ یا بر ۶ بخش پذیر باشد.

ب : بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.

حل :

$$S=\{۱۱,۱۲,...,۱۰۰\}\rightarrow n(S)=b-a+۱=۱۰۰-۱۱+۱=۹۰$$

بخش پذیر بر۴ $A=\{۱۲,۱۶,...,۹۶,۱۰۰\}\rightarrow n(A)=\dfrac{b-a}{k}+۱=\dfrac{۱۰۰-۱۲}{۴}+۱=۲۳$

بخش پذیر بر۶ $B=\{۱۲,۱۸,...,۹۶\}\rightarrow n(B)=\dfrac{b-a}{k}+۱=\dfrac{۹۶-۱۲}{۶}+۱=۱۵$

بخش پذیر بر۱۲(ک م م ۴ و۶) $A\bigcap B=\{۱۲,۲۴,...,۹۶\}\rightarrow n(A\bigcap B)=\dfrac{b-a}{k}+۱=\dfrac{۹۶-۱۲}{۱۲}+۱=۸$

الف :

$$P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)=\frac{۲۳}{۹۰}+\frac{۱۵}{۹۰}-\frac{۸}{۹۰}=\frac{۳۰}{۹۰}=\frac{۱}{۳}$$

ب :

$$P(A-B)=P(A)-P(A\bigcap B)=\frac{۲۳}{۹۰}-\frac{۸}{۹۰}=\frac{۱۵}{۹۰}=\frac{۱}{۶}$$

توجه : پیشامدهای $A_۱$ و $A_۲$ و $A_۳$ و... و A_n را دوبدو ناسازگار باشند. در این صورت می توان نوشت:

$$P(A_۱\bigcup A_۲\bigcup A_۳\bigcup ...\bigcup A_n)=P(A_۱)+P(A_۲)+P(A_۳)+...+P(A_n)$$

گوییم، هرگاه هیچ دوتایی از آنها نتوانند با هم رخ دهند.

۱۰ : احتمال شرطی

فرض کنید B و A دو پیشامد باشند، به قسمی که $P(B)>۰$ در این صورت اگر B رخ داده باشد، احتمال وقوع A را با نماد $P(A|B)$ نشان می دهیم و آنرا احتمال شرطی A به شـرط وقـوع B (یعنـی B قبـل از A رخ داده باشد) می گوییم و به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

مثال : اگر $P(A-B)=\frac{۱}{۴}$ و $P(A)=\frac{۳}{۴}$ باشد. مقدار $P(B|A)$ را بدست آورید.

حل :

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)\rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}-P(A\cap B)\rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱}{۲}$$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}}=\frac{۲}{۳}$$

۱۱ : پیشامدهای مستقل

اگر B و A دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، بطوری که $P(A),P(B)>۰$، آنگاه این دو پیشامد را مستقل گوییم، هرگاه احتمال وقوع یکی از آنها بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد.

اگر دو پیشامد B و A مستقل نباشند، آنها را وابسته می گوییم.

نتیجه :

۱) اگر B و A دو پیشامد مستقل باشند، در این صورت:

$$P(A|B)=P(A)$$
$$P(B|A)=P(B)$$
$$P(A\cap B)=P(A).P(B)$$

۲) اگر B و A دو پیشامد وابسته باشند، در این صورت:

$$\begin{aligned}P(A\cap B)&=P(A).P(B|A)\\&=P(B).P(A|B)\end{aligned}$$

توجه : اگر حداقل یکی از دو پیشامد A و B تهی باشد. این دو پیشامد مستقل هستند.

مثال : ۷۵ درصد افراد جامعه ای چشم میشی و ۴۰ درصد گروه خونی A دارند، یک فرد به تصادف انتخاب می کنیم.احتمال آنکه این فرد چشم میشی یا گروه خونی A داشته باشند، کدام است؟

۱)۰/۷۸ ۲) ۰/۸۲ ۳) ۰/۸۵ ۴) ۰/۹۵

حل: دو پیشامد چشم میشی بودن و گروه خونی A داشتن مستقل هستند،پس:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=P(A)+P(B)-P(A).P(B)=\frac{۳}{۴}+\frac{۲}{۵}-(\frac{۳}{۴}\times\frac{۲}{۵})=\frac{۱۷}{۲۰}=۰/۸۵$$

مثال : اگر $P(B)=\frac{۱}{۴}$ و $P(A|B)=\frac{۱}{۶}$ و دو پیشامد B و A مستقل باشند. $P(A\cup B)$ را بدست آورید.

حل :

$$P(A|B)=P(A)=\frac{۱}{۶}$$
$$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲۴}$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲۴}=\frac{۳}{۸}$$

***

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

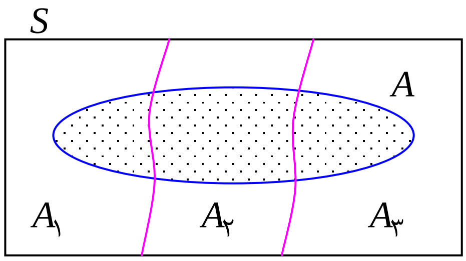
استان خوزستان

درس دوّم : قانون احتمال کل

قانون احتمال یکی از قوانین مهم در احتمالات می باشد. در این درس می خواهیم، به این قانون بپردازیم.

قانون احتمال کل

اگر A_3 و A_2 و A_1 یک افراز[1] از S و A یک پیشامد از S باشد. در این صورت:



$$A \subseteq S$$
$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = A$$

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3)$$

$$= P(A_1).P(A|A_1) + P(A_2).P(A|A_2) + P(A_3).P(A|A_3) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i).P(A|A_i)$$

تذکر: این تساوی را می توان برای تعداد محدودی پیشامد ناسازگار تعمیم داد.

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).P(A|A_i)$$

یادآوری: دو یا چند پیشامد را ناسازگار گویند، هرگاه اشتراک دو به دوی آنها تهی باشد.

توجه: می توان متناظر فرمول فوق نمودار زیر را رسم نمود. این نمودار که به نمودار درختی موسوم است، حل مسائلی که به کمک فرمول فوق قابل حل هستند را آسانتر می کند.

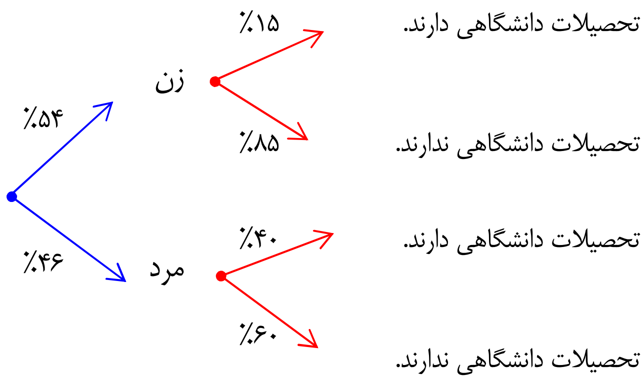
$$\begin{array}{ccccc} & \nearrow & P(A_1) & \longrightarrow & P(A|A_1) \\ \bullet & \longrightarrow & P(A_2) & \longrightarrow & P(A|A_2) \\ & \searrow & P(A_3) & \longrightarrow & P(A|A_3) \end{array}$$

---

[1]. اگر S یک مجموعه‌ی ناتهی باشد. گویند S به زیر مجموعه های ناتهی A_1 و A_2 و A_3 و ... و A_n افراز شده است. هر گاه اشتراک هر دوی آنها تهی بوده و اجتماع همه‌ی آنها برابر S باشد. برای مثال تبدیل مجموعه‌ی اعداد طبیعی به اعداد زوج و فرد، یک افراز محسوب می شود.

مثال : ۵۴٪ جمعیت کشوری را زنان و بقیه را مردان تشکیل می دهند. اگر ۱۵٪ زنان و ۴۰٪ مردان این کشور تحصیلات دانشگاهی داشته باشند و یک نفر از این کشور را به تصادف انتخاب کنیم. احتمال اینکه فرد انتخاب شده دارای تحصیلات دانشگاهی باشد،چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم.



لذا احتمال اینکه فرد انتخاب شده تحصیلات دانشگاهی داشته باشد. برابر است با:

$$P(A)=(۰/۵۴\times۰/۱۵)+(۰/۴۶\times۰/۴۰)=۰/۲۶۵$$

مثال : با توجه به تمرین قبل احتمال اینکه فرد انتخاب شده تحصیلات دانشگاهی نداشته باشد،چقدر است؟

حل: روش اوّل

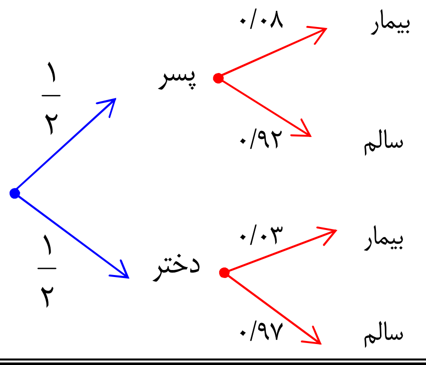
$$P(B)=(۰/۵۴\times۰/۸۵)+(۰/۴۶\times۰/۶۰)=۰/۷۳۵$$

روش دوّم : با توجه به مثال قبل، کافی است مکمل پیشامد A را تعیین کنیم.

$$P(A')=۱-P(A)=۱-۰/۲۶۵=۰/۷۳۵$$

مثال: اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر یک زوج جوان ۰/۰۸ و به نوزاد دختر آنها ۰/۰۳ باشد، به چه احتمالی فرزند آنها به این بیماری مبتلا خواهد شد؟

حل : ابتدا نمودار درختی را با توجه به مسئله رسم می کنیم.

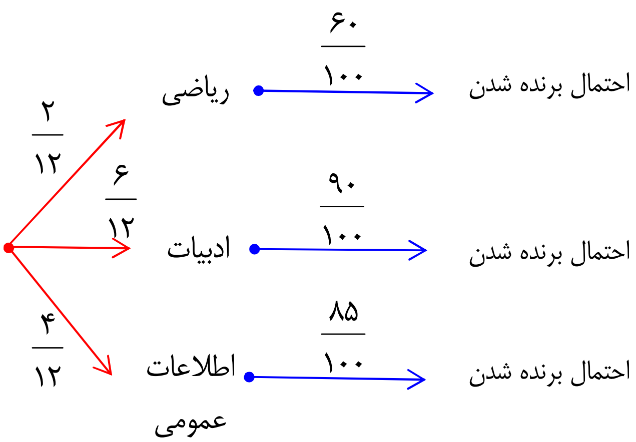


$$\rightarrow P(A)=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۸}{۱۰۰})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۱۰۰})=\frac{۱۱}{۲۰۰}=۰/۰۵۵$$

احتمال تولد فرزند بیمار

مثال : محسن در یک مسابقه شرکت کرده است. سه بسته‌ی سئوال که یکی شامل سوال های ادبیات، یکی ریاضی و یکی اطلاعات عمومی است وجود دارد. اگر بسته‌ی سئوال های ادبیات را به او بدهند. به احتمال ۹۰ درصد برنده خواهد شد. اگر بسته‌ی سئوال هـای ریاضـی را بـه او بدهنـد، بـه احتمال ۶۰ درصد و اگر بسته‌ی سوال های اطلاعات عمومی را به او بدهند، به احتمال ۸۵ درصد برنده خواهد شد. در صورتی که با چرخاندن عقربه‌ی چرخان در شکل مقابل نوع سئوال هایی که به او داده می شود، مشخص شود، تعیین کنید او به چه احتمالی برنده خواهد شد؟

حل : ابتدا نمودار درختی را با توجه به صورت مسئله رسم می کنیم.



لذا احتمال برنده شدن محسن برابر :

$$P(A)=(\frac{۱}{۶}\times\frac{۶۰}{۱۰۰})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۹۰}{۱۰۰})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۸۵}{۱۰۰})=\frac{۵}{۶}$$

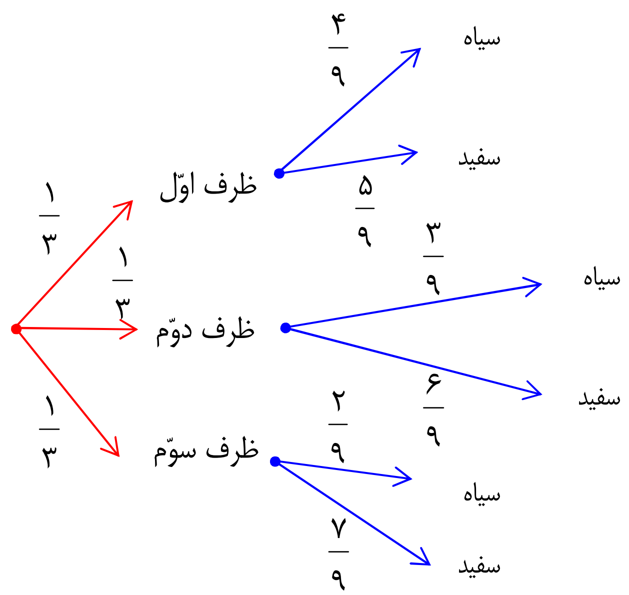
***

مثال : سه ظرف داریم. ظرف اوّل شامل۴ مهره سیاه و۵ مهره سفید و ظـرف دوّم شـامل۳ مهـره سـیاه و ۶ مهره سفید و ظرف سوّم شامل ۲ مهره سیاه و ۷ مهره سفید است. یک ظرف به تصادف انتخاب نمـوده و بـه تصادف مهره ای از آن بیرون می آوریم.

الف : احتمال سفید بودن آن چقدر است؟

ب : احتمال سیاه بودن آن چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم.



لذا احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سفید باشد. برابر است با:

$$P(A)=(\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۹})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۶}{۹})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۷}{۹})=\frac{۵}{۲۷}+\frac{۶}{۲۷}+\frac{۷}{۲۷}=\frac{۱۸}{۲۷}=\frac{۲}{۳}$$

همچنین احتمال سیاه بودن مهره‌ی انتخابی برابر :

$$P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}$$

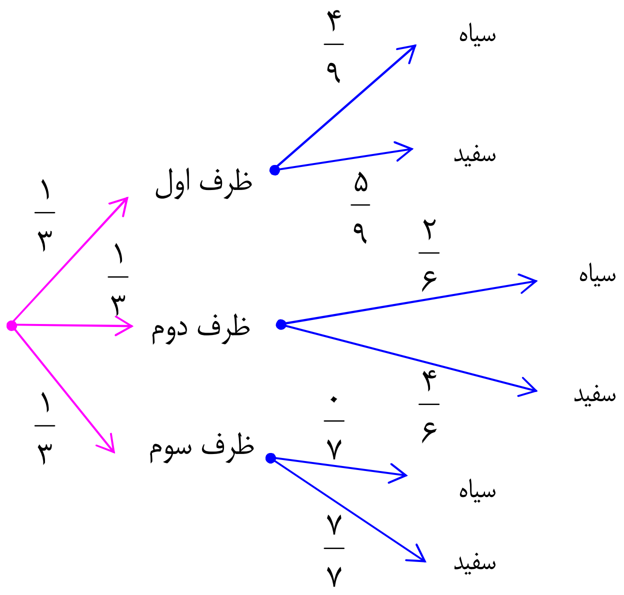
***

مثال : سه ظرف داریم. ظرف اوّل شامل۴ مهره سیاه و۵ مهره سفید و ظرف دوّم شامل۲ مهره سیاه و۴ مهره سفید و ظرف سوّم فقط شامل ۷ مهره سفید است. یک ظرف به تصادف انتخاب نموده و به تصادف مهره ای از آن بیرون می آوریم.

الف : احتمال سفید بودن آن چقدر است؟

ب : احتمال سیاه بودن آن چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم.



لذا احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سفید باشد. برابر است با:

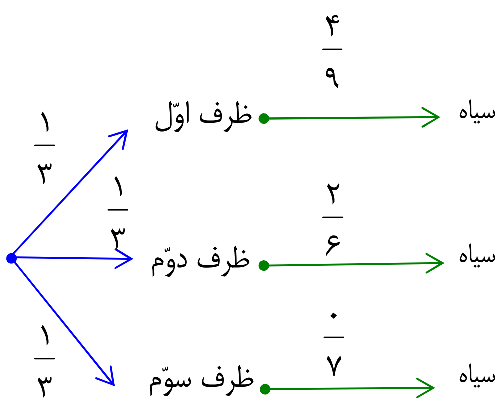
$$P(A)=(\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۹})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۴}{۶})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۷}{۷})=\frac{۵}{۲۷}+\frac{۲}{۹}+\frac{۱}{۳}=\frac{۲۰}{۲۷}$$

و احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سیاه باشد. برابر است با:

$$P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۲۰}{۲۷}=\frac{۷}{۲۷}$$

مثال : سه ظرف داریم. ظرف اوّل شامل۴ مهره سیاه و ۵ مهره سفید و ظرف دوّم شامل۲ مهره سیاه و۴ مهره سفید و ظرف سوّم فقط شامل۷ مهره سفید است. یک ظرف به تصادف انتخاب نموده و به تصادف مهره ای از آن بیرون می آوریم. احتمال سیاه بودن آن چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را با توجه به مسئله رسم می کنیم.



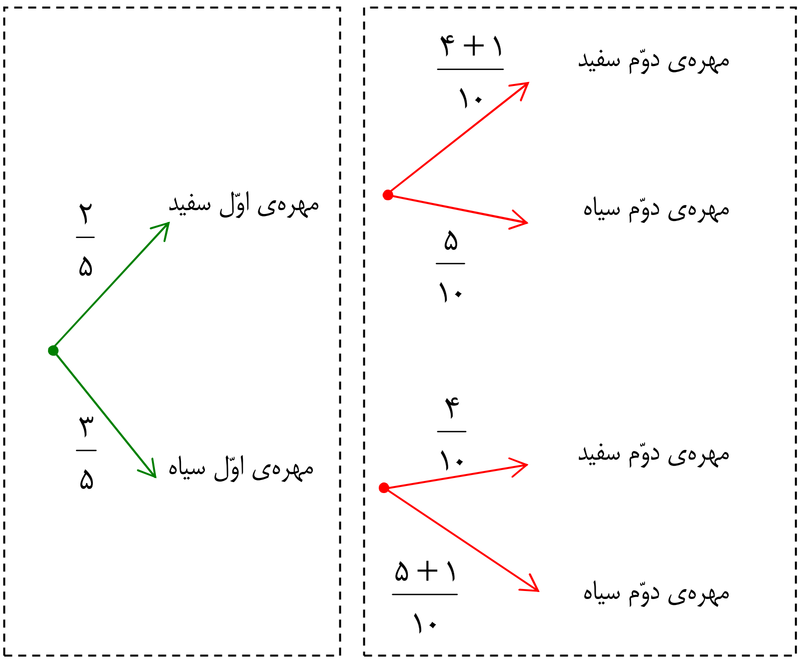
لذا احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سیاه باشد. برابر است با:

$$P(A)=(\frac{1}{3}\times\frac{4}{9})+(\frac{1}{3}\times\frac{2}{6})+(\frac{1}{3}\times\frac{0}{7})=\frac{4}{27}+\frac{1}{9}=\frac{7}{27}$$

مثال : دو ظرف داریم، اوّلی شامل ۲ مهره سفید و۳ مهره سیاه و دوّمی شامل ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است.از ظرف اوّل یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوّم قرار می دهیم. آنگاه از ظرف دوّم یک مهره بیرون می آوریم.احتمال آنرا حساب کنید که این مهره سفید است.

حل: ابتدا نمودار درختی را با توجه به صورت مسئله رسم می کنیم.

ظرف اوّل   **ظرف دوّم**



لذا احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سفید باشد. برابر است با:

$$P(A)=\frac{2}{5}\times\frac{5}{10}+\frac{3}{5}\times\frac{4}{10}=\frac{11}{25}$$

***

تمرین برای حل :

۱ : دو کیسه داریم که اوّلی شامل ۲ گوی سفید و ۳ گوی سبز و دوّمی ۱ گوی سفید و ۹ گوی قرمز است. یکی از دو کیسه را به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال سفید بودن این گوی را محاسبه کنید.

۲ : یک میوه فروش ده صندوق از سه باغ مختلف خریده است. ۳ صندوق از باغ شمالی ، ۵ صندوق از باغ مرکزی و ۲ صندوق از باغ جنوبی. در این سه باغ احتمال اینکه یک سیب لکه دار باشد، به ترتیب، ۱۰ درصد ، ۳ درصد و ۵ درصد است. با فرض اینکه تعداد سیب ها در صندوق های مختلف برابر است، احتمال اینکه سیبی که از صندوق ها بر می داریم، لکه دار باشد، چقدر است؟

۳ : جمعیت بزرگسال در یک روستا، ۵۵ درصد زن و ۴۵ درصد مرد است. می دانیم که ۲۰ درصد زنان بزرگسال و ۷۰ درصد مردان بزرگسال در این روستا گواهی نامه‌ی رانندگی دارند. اگر بزرگسالی را از ساکنان روستا به تصادف انتخاب کنیم، احتمال اینکه گواهی نامه‌ی رانندگی داشته باشد، چقدر است؟

۴ : دو ظرف داریم، در اوّلی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دوّمی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اوّل یک مهره به طور تصادفی بر می داریم و بدون مشاهده، آن را به ظرف دوّم منتقل می کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوّم بیرون می آوریم، با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۵ : در شهری۶۰ درصد راننده ها مرد و ۴۰ درصد زن هستند. احتمال آنکه یک راننده‌ی مرد، وقتی چراغ راهنمایی قرمز است، روی خط عابر توقف کند ۰/۰۵ است و زن ها چنین تخلفی را به احتمال ۰/۰۱ انجام دهد. احتمال اینکه یک راننده در این شهر هنگام قرمز بودن چراغ راهنمایی روی خط عابر توقف کند، چقدر است؟

۶ : در دو جعبه به ترتیب، ۱۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه‌ی اوّل ۴ لامپ و در جعبه‌ی دوّم ۳ لامپ معیوب است. از هر کدام از جعبه ها ۵ لامپ به تصادف انتخاب و در یک جعبه قرار می دهیم. احتمال آنکه لامپ انتخابی از جعبه‌ی جدید، معیوب باشد را محاسبه کنید.

۷ : چهار ظرف یکسان داریم. در اوّلین ظرف ۱۴ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز است. در ظرف دوّم همه‌ی مهره ها قرمزند. در ظرف سوّم ۸ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمزند و در ظرف چهارم هیچ مهره‌ی قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم.

الف : احتمال اینکه مهره‌ی انتخابی قرمز باشد، چقدر است؟

ب : احتمال اینکه مهره‌ی انتخابی قرمز نباشد، چقدر است؟

۸ : دو ظرف یکسان داریم، اوّلی شامل ۶ مهره سبز و۴ مهره آبی و دوّمی شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است.از ظرف اوّل یک مهره به تصادف برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوّم قرار می دهیم. آنگاه از ظرف دوّم یک مهره بیرون می آوریم.احتمال آنرا حساب کنید که این مهره سبز است.

۹ : دو جعبه‌ی یکسان داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ وجود دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه‌ی دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب اند. به تصادف جعبه ای را انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می آوریم، چقدر احتمال دارد که لامپ مورد نظر معیوب باشد؟

۱۰ : فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۵۰ درصد کودک و نوجوان، ۲۰درصد میانسال و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری خاص در این دسته ها به ترتیب ۵درصد و ۱ درصد و ۳ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، به چه احتمالی این فرد به بیماری مورد نظر مبتلا است؟

۱۱ : در یک جعبه، ۵ ساعت دیواری از نوع A، ۲ تا از نوع Bو ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال اینکه عمر آنها از۱۰ سال بیشتر باشد، برای نوع A برابر $\frac{۴}{۵}$، برای نوع B، برابر $\frac{۹}{۱۰}$ و برای نوع C برابر $\frac{۱}{۲}$ است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از۱۰ سال است؟

۱۲: مینا در انتخاب رشته‌ی خود برای تحصیلی در دبیرستان بین سه رشته‌ی ریاضی ، تجربی و انسانی مردد است. اگر او ریاضی را انتخاب کند، به احتمال ۰/۴۵، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال ۰/۱ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال ۰/۳ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال اینکه او رشته‌ی ریاضی را انتخاب کند، ۰/۱ ، احتمال اینکه رشته‌ی تجربی را انتخاب کند ۰/۶ و احتمال اینکه رشته‌ی انسانی را انتخاب کند ۰/۳ باشد، حساب کنید که مینا با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟

۱۳ : سه جعبه‌ی یکسان داریم، در اوّلین جعبه ۲۰ مهره داریم که ۴ تای آنها آبی است. در جعبه‌ی دوّم مهره آبی وجود ندارد و در جعبه‌ی سوّم ۸ مهره داریم که ۵ تای آنها آبی است. اگر با چشم بسته، یکی از جعبه ها را انتخاب کنیم و از آن یک مهره بیرون بیاوریم، با کدام احتمال مهره انتخابی آبی نیست؟

۱۴ : مدرسه‌ی A سه برابر مدرسه‌ی B دانش آموز دارد. ۲۵ درصد دانش آموزان مدرسه‌ی A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه‌ی B، معدلی بالای ۱۸ دارند. اگر همه‌ی دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم،

الف : با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه‌ی A و با چه احتمالی از مدرسه‌ی B است.

ب : با چه احتمالی فرد انتخابی معدلی بالای ۱۸ دارد.

ج : با چه احتمالی فرد انتخابی معدلی بالای ۱۸ ندارد.

***

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان