



دبيرستان جمهوري اسلامي

فاطمه سرايي

تست فصل سوم

سال دهم
رياضي





۱ اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ مقدار $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$ کدام است؟

$\frac{1}{9}$ ۴

$\frac{1}{3}$ ۳

۹ ۲

۳ ۱

۲ حاصل کسر $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{50} - \sqrt{8}}$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۳ مقدار $\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{27}$ کدام است؟

-۲ ۴

$4\sqrt{3} + 6$ ۳

$-2\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})$ ۲

۲ ۱

۴ حاصل $\left(\frac{9}{25}\right)^{\frac{1}{2}} + (125)^{-\frac{1}{3}} + 0,4$ چند برابر $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - (16)^{\frac{3}{4}} + (-27)^{-\frac{1}{3}}$ است؟

$-\frac{23}{9}$ ۴

$\frac{23}{9}$ ۳

$\frac{115}{18}$ ۲

$-\frac{115}{18}$ ۱



۵ اگر $16 = (0,25)^{4-x}$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{\frac{4}{3}x}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{2} \quad \text{۴}$$

$$\sqrt[3]{4} \quad \text{۳}$$

$$2\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{3}} \quad \text{۱}$$

۶ حاصل عبارت $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24}$ ، کدام گزینه زیر است؟

$$5 - 4\sqrt{6} \quad \text{۴}$$

$$-4\sqrt{6} \quad \text{۳}$$

$$2\sqrt{6} \quad \text{۲}$$

$$5 \quad \text{۱}$$

۷ حاصل عبارت $(\sqrt[6]{5} - 1)(\sqrt[6]{5^2} - \sqrt[6]{5} + 1)(\sqrt[6]{5^2} + \sqrt[6]{5} + 1)(\sqrt[6]{5} + 1)$ کدام است؟

$$6 \quad \text{۴}$$

$$5 \quad \text{۳}$$

$$4 \quad \text{۲}$$

$$3 \quad \text{۱}$$

۸ اگر $0 < a < 1 < b$ باشد، آن گاه کدام گزینه درست نیست؟

$$b^2 < a^2 \quad \text{۴}$$

$$\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b} \quad \text{۳}$$

$$\sqrt[3]{b} < \sqrt{b} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a} \quad \text{۱}$$



۹ اگر مخرج کسر $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$ را گویا کنیم، حاصل کدام است؟

$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$ ۴

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۲

$\frac{\sqrt{6}}{6}$ ۱

۱۰ اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}}$ کدام است؟

۱ ۴

$\frac{1}{6}$ ۳

$\frac{1}{3}$ ۲

$\frac{1}{2}$ ۱

۱۱ حاصل عبارت $x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 9x - 3\sqrt{3}$ را برای $x = 2 + \sqrt{3}$ کدام است؟

۱۱ ۴

$8 + 3\sqrt{3}$ ۳

$8 + \sqrt{3}$ ۲

۸ ۱

۱۲ حاصل عبارت $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$ را برای $x = \sqrt{3} + 1$ کدام است؟

$3\sqrt{2} - 1$ ۴

۱ ۳

$1 + \sqrt{3}$ ۲

$1 + 3\sqrt{3}$ ۱

۱۳ حاصل عبارت $\frac{5 - 2\sqrt{6}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}}$ کدام است؟

$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ۴

$\sqrt{6} + 1$ ۳

$\sqrt{6} - 1$ ۲

$\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ۱

۱۴ با فرض $x = 2 + \sqrt{3}$ ، حاصل $x + \frac{1}{x}$ کدام است؟

$$4\sqrt{3} \quad \text{۴}$$

$$4 \quad \text{۳}$$

$$2 \quad \text{۲}$$

$$2 - \sqrt{3} \quad \text{۱}$$

۱۵ اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

$$54 \quad \text{۴}$$

$$9 \quad \text{۳}$$

$$27 \quad \text{۲}$$

$$18 \quad \text{۱}$$

۱۶ اگر $4a^2 - b^2 = 91$ و $2a + b = 7$ باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

$$5 \quad \text{۴}$$

$$4 \quad \text{۳}$$

$$3 \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

۱۷ با فرض $x = 2 + \sqrt{3}$ ، حاصل $x + \frac{1}{x}$ کدام است؟

$$4\sqrt{3} \quad \text{۴}$$

$$4 \quad \text{۳}$$

$$2 \quad \text{۲}$$

$$2 - \sqrt{3} \quad \text{۱}$$



۱۸ حاصل ضرب دو عدد حقیقی ۱ و مجموع آنها ۳ است. مجموع توان‌های سوم آنها کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱ (۱)

۱۹ اگر $x + y = 7$ و $xy = 5$ باشد، $x^3 + y^3$ کدام است؟

۲۶۴ (۴)

۲۴۴ (۳)

۲۳۸ (۲)

۲۱۶ (۱)

۲۰ ساده شده عبارت تعریف شده $\frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{x^2 + 5x - 6}{2x - 6}$ کدام است؟

$\frac{2}{x-2}$ (۴)

$\frac{1}{x-1}$ (۳)

$\frac{2}{x-1}$ (۲)

$\frac{1}{x-2}$ (۱)

پاسخنامه تشریحی

گزینه ۱

$$(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) \stackrel{\text{مزدوج}}{=} x-2 - (x+1)$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1})} = -3 \Rightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{x+1} = -\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \frac{1}{9}$$

گزینه ۲ می دانیم: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ (زوج $n \rightarrow a, b > 0$)

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{50} - \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2 \times 4} + \sqrt{2 \times 9}}{\sqrt{2 \times 25} - \sqrt{2 \times 4}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{4}\sqrt{2} + \sqrt{9}\sqrt{2}}{\sqrt{25}\sqrt{2} - \sqrt{4}\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 2$$

گزینه ۳

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4+3-4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}|$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{4+3+4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}|$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{27} = 2 - \sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = -2$$

گزینه ۴ می دانیم: $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$
 $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ($a \geq 0$)

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - (16)^{\frac{2}{4}} + (-27)^{-\frac{1}{3}}}{\left(\frac{9}{25}\right)^{\frac{1}{2}} + (125)^{-\frac{1}{3}} + 0,4} = \frac{\frac{2}{3} - (2^4)^{\frac{2}{4}} + (-3^3)^{-\frac{1}{3}}}{\frac{3}{5} + (5^3)^{-\frac{1}{3}} + 0,4} = \frac{\frac{2}{3} - 8 - \frac{1}{3}}{0,6 + \frac{1}{5} + 0,4}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} - \frac{24}{3} - \frac{1}{3}}{\frac{6}{10} + \frac{2}{10} + \frac{4}{10}} = \frac{\frac{2-24-1}{3}}{\frac{6+2+4}{10}} = \frac{-\frac{23}{3}}{\frac{12}{10}} = \frac{-23}{3} \times \frac{10}{12} = \frac{-115}{18}$$

گزینه ۵

$$(0,25)^{4-x} = 16 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{4-x} = 4^2 \Rightarrow (4^{-1})^{4-x} = 4^2 \Rightarrow 4^{x-4} = 4^2$$

$$\Rightarrow x-4=2 \Rightarrow x=6$$

$$\sqrt[9]{\frac{4}{3}} \times 6 = \sqrt[9]{8} = 8^{\frac{1}{9}} = (2^3)^{\frac{1}{9}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$$

گزینه ۶ با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای داریم:

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24} = 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 2\sqrt{6} = 5$$

$$\begin{aligned} (x-1)(x^2+x+1) &= x^3-1 \\ (x+1)(x^2-x+1) &= x^3+1 \end{aligned}$$

گزینه ۲ می‌دانیم: ۷

$$\left(\sqrt[6]{5}-1\right)\left(\sqrt[6]{5^2}-\sqrt[6]{5}+1\right)\left(\sqrt[6]{5^2}+\sqrt[6]{5}+1\right)\left(\sqrt[6]{5}+1\right)$$

$$= \left(\left(\sqrt[6]{5}\right)^3-1\right)\left(\left(\sqrt[6]{5}\right)^3+1\right)$$

$$= \left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right) = 5-1 = 4$$

گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها: ۸

۱) درست: $0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$

۲) درست: $b > 1 \Rightarrow \sqrt[3]{b} < \sqrt{b}$

۳) درست: $\begin{cases} 0 < a < 1 \rightarrow \sqrt{a} < 1 \\ b > 1 \rightarrow \sqrt[3]{b} > 1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt[3]{b}$

۴) نادرست: $\begin{cases} 0 < a < 1 \Rightarrow a^2 < 1 \\ b > 1 \Rightarrow b^2 > 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 < b^2$

گزینه ۱ ۹

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{18 - 12} = \frac{6 - 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 6}{6} = \frac{\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

گزینه ۱ ۱۰

$$\frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}} = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}}{x+2 - x+4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ ۱۱

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

می‌دانیم:

$$x^2 - 3\sqrt{3}x^2 + 9x - 3\sqrt{3} = (x - \sqrt{3})^2 \xrightarrow{x=2+\sqrt{3}} (2 + \sqrt{3} - \sqrt{3})^2 = 2^2 = 4$$

گزینه ۳ ۱۲

می‌دانیم $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ است.

$$x^2 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3} = \underbrace{x^2 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 - 3\sqrt{3}}_{(x-1)^3} = (x-1)^3 + 1 - 3\sqrt{3}$$

با جایگذاری $x = \sqrt{3} + 1$ داریم:

$$\left(\sqrt{3} + 1 - 1\right)^3 + 1 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3} = 1$$

گزینه ۴ عبارت را گویا می‌کنیم: ۱۳

$$\begin{aligned} \frac{5 - 2\sqrt{6}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} \times \frac{9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}}{9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}} &= \frac{45\sqrt{3} - 18\sqrt{18} + 55\sqrt{2} - 22\sqrt{12}}{81 \times 3 - 121 \times 2} \\ &= \frac{45\sqrt{3} - 18 \times 3\sqrt{2} + 55\sqrt{2} - 22 \times 2\sqrt{3}}{243 - 242} = \sqrt{2} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

گزینه ۳ اگر $x = 2 + \sqrt{3}$ باشد، آنگاه $x + \frac{1}{x}$ برابر می‌شود با: ۱۴

$$2 + \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \quad (1)$$

اگر مخرج کسر $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ را گویا کنیم، داریم:

$$\frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3} \quad (2)$$

یعنی عبارت موردنظر با توجه به رابطه (1) و (2) برابر است با:

$$2 + \sqrt{3} + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

گزینه ۱ ۱۵

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 &= x^3 + 3 \times x^2 \times \frac{1}{x} + 3 \times x \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \\ &= x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3}_7 = x^3 + \frac{1}{x^3} + \underbrace{3\left(x + \frac{1}{x}\right)}_7$$

$$\Rightarrow 27 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

$$4a^3 - b^3 = 91 \Rightarrow (2a + b)(2a - b) = 91$$

$$\xrightarrow{2a+b=7} 7(2a - b) = 91 \Rightarrow 2a - b = \frac{91}{7} = 13$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 13 \\ 2a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow a = 5, b = -3$$

$$\Rightarrow a + b = 5 + (-3) = 2$$

گزینه ۱ ۱۶ با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

در نتیجه داریم:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a + b) \quad \text{می دانیم: گزینه ۳ ۱۷}$$

$$x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = \frac{2 - \sqrt{3}}{1} = 2 - \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

گزینه ۲ ۱۸

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$x^3 + y^3 = ? \quad xy = 1 \quad x + y = 3$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$(3)^3 = x^3 + y^3 + 3(1)(3) \Rightarrow 27 = x^3 + y^3 + 9 \Rightarrow x^3 + y^3 = 18$$

گزینه ۲ ۱۹

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 3 \times 5(7)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 105 \Rightarrow x^3 + y^3 = 238$$

گزینه ۲ ۲۰

$$\frac{(x - 2)(x + 6)}{(x - 3)(x - 2)} \times \frac{2(x - 3)}{(x + 6)(x - 1)} = \frac{2}{x - 1}$$



دورستان جمهوري اسلامي

پاسخنامه کلیدی

۱	۴
۲	۲
۳	۴
۴	۱

۵	۴
۶	۱
۷	۲
۸	۴

۹	۱
۱۰	۱
۱۱	۱
۱۲	۳

۱۳	۴
۱۴	۳
۱۵	۱
۱۶	۱

۱۷	۳
۱۸	۲
۱۹	۲
۲۰	۲



جمهوری اسلامی ایران

فاطمه سرایی