

فعالیت :

شمارنده های طبیعی عدد ۱۰ به صورت مقابل است. ۱۰ و ۵ و ۲ و ۱ این عددها را اگر به صورت زیر نمایش

دهیم ، یک **مجموعه** تشکیل داده ایم. $A = \{1, 2, 5, 10\}$

هر یک از عددهای ۱۰ و ۵ و ۲ و ۱ **عضو** مجموعه A هستند.

در نمایش مجموعه ها، ترتیب نوشتن عضوهای مجموعه ، مهم نیست و با جابه جایی عضوهای یک مجموعه ، مجموعه جدیدی ساخته نمی شود؛ همچنین با تکرار عضوهای یک مجموعه ، مجموعه جدید ساخته نمی شود؛ بنابراین به جای

$\{3, 3, 4\}$ می نویسیم $\{3, 4\}$

عضو بودن را در مجموعه با نماد \in و عضو نبودن را با نماد \notin نشان می دهند. به عنوان مثال برای مجموعه A

$5 \in A$ (یعنی عدد ۵ عضو مجموعه A است.) و $3 \notin A$ (یعنی عدد ۳ عضو مجموعه A نیست.)

تمرین (۱):

برای هر عبارت یک مجموعه نوشته و تعداد اعضای آن را مشخص کنید.

(الف) مجموعه A شامل تمام شمارنده های طبیعی عدد ۳۰

(ب) مجموعه B شامل عددهای طبیعی مضرب ۵ کمتر از ۵۰

(ج) با توجه به مجموعه های A و B درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (درست ✓ نادرست ×)

$$12 \in A$$

$$5 \in A$$

$$7 \notin A$$

$$10 \in B$$

$$15 \notin B$$

فعالیت :

عبارت (دو عدد طبیعی) مجموعه ای را مشخص نمی کند ، زیرا هر کسی می تواند دو عدد مختلف را انتخاب کند. به همین خاطر **مشخص** بودن به معنی عضویت آنها در مجموعه کاملاً معین باشد، یکی از اصلی ترین شرایط یک مجموعه است. ضمناً مجموعه باید **متمايز** نیز باشد. یعنی عضوهای آن غیر تکراری باشد. مجموعه می تواند هر عضوی داشته باشد. اشیا، افراد و.....

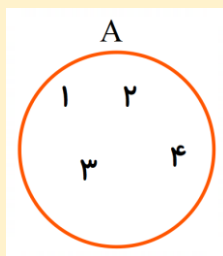
تمرین (۲):

کدام یک از عبارت های زیر یک مجموعه را مشخص می کند؟ (درست ✓ نادرست ×)

(الف) چهار شاعر ایرانی (ب) عددهای طبیعی و یک رقمی (ج) دو عدد صحیح و منفی بزرگتر از -۵

(د) شمارنده های عدد ۱۹ (ه) چهار عدد فرد متوالی (پشت سر هم) (و) ۵ عدد بزرگ

فعالیت :



مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خط شکسته بسته نمایش داد:

این نمایش را **نمودار ون** می گویند.

مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ با استفاده از نمودار ون به صورت مقابل است.

فعالیت :

می خواهیم مجموعه اعداد طبیعی بین ۳ و ۴ را بنویسیم. همانطور که می دانید بین این دو عدد طبیعی متوالی ، عددی

طبیعی وجود ندارد. در نتیجه این مجموعه خالی است و هیچ عضوی ندارد . $A = \{ \}$

اگر در مجموعه ای عضوی وجود نداشته باشد، آن مجموعه را **تهی** می نامیم و با نماد \emptyset یا $\{ \}$ نمایش می دهیم.

توجه شود که مجموعه تهی با مجموعه $\{0\}$ یا $\{ \}$ که هر کدام دارای یک عضو هستند، یکی نیست.

تمرین (۳):

الف) عبارتی بنویسید که نشان دهنده مجموعه تهی باشد.

ب) عبارتی بنویسید که نشان دهنده مجموعه ای با یک عضو باشد.

ج) عبارتی بنویسید که نشان دهنده مجموعه ای با دو عضو باشد. و آن را با نمودار ون نمایش دهید.

فعالیت :

مجموعه عددهای طبیعی بین ۳ و ۷ را A می نامیم. $A = \{4, 5, 6\}$

مجموعه سه عدد متوالی طبیعی که میانگین آنها برابر است با ۵ را B می نامیم. $B = \{4, 5, 6\}$

این دو مجموعه در بیان متفاوت هستند ولی وقتی با عضوهایشان می نویسیم با هم برابر اند. در این صورت میگوییم دو

مجموعه با هم برابرند. $A = B$

دو مجموعه زیر با هم برابرند.

$$\left\{ 2, \frac{1}{9}, 5, -2^3, 1 \right\} = \left\{ \frac{\sqrt{36}}{6}, \frac{15}{3}, \sqrt{4}, -8, \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right\}$$

ممکن است در ظاهر عضوهای دو مجموعه متفاوت به نظر برسند ولی در اصل برابرند.

$$\frac{\sqrt{36}}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{15}{3} = 5$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$-2^3 = -8$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

تمرین (۴):

جاهای خالی را در مجموعه زیر طوری پر کنید که مجموعه ها با هم برابر باشند.

$$\left\{-2, \sqrt{25}, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right\} = \left\{\sqrt{\frac{16}{81}}, \dots, 3, \frac{10}{2}\right\}$$

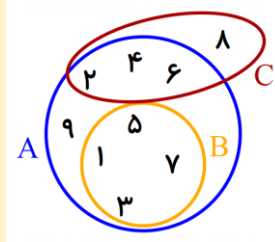
فعالیت :

به مجموعه های زیر دقت کنید. به صورت نمودار ون هم نمایش داده شده است.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{2, 4, 6, 8\}$$



مشاهده می کنید که مجموعه B کاملاً داخل مجموعه A است. یعنی هر عضو مجموعه B ، عضو مجموعه A هم هست.

در این صورت می گوییم. مجموعه B زیر مجموعه A است. و به صورت مقابل نشان می دهیم:

$$B \subseteq A$$

«هرگاه تمام عضوهای مجموعه ای در مجموعه دیگری هم عضو باشند. می گوییم **زیرمجموعه** آن مجموعه است.»

مجموعه C به طور کامل درون مجموعه A قرار ندارد. عدد ۸ بیرون است. در این صورت مجموعه C زیر مجموعه A نیست و

$$C \not\subseteq A$$

به صورت مقابل نشان می دهیم.

تمرین (۵):

مجموعه های A و B و C را در نظر بگیرید؛ سپس درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید (با ذکر دلیل):

$$A = \{a, b, c, d\} \quad , \quad B = \{a, c, e\} \quad , \quad C = \{a, b, c, e, f\}$$

$$A \subseteq B$$

$$B \subseteq C$$

$$C \subseteq A$$

$$A \not\subseteq C$$

$$\{e, f\} \subseteq C$$

فعالیت :

مجموعه $A = \{x, y, z\}$ را در نظر بگیرید. آیا می توان گفت هر مجموعه زیر مجموعه خودش است؟

$$\{x, y, z\} \subseteq \{x, y, z\}$$

«هر مجموعه زیر مجموعه خودش است. $A \subseteq A$ »

ضمناً چون تهی عضو ندارد می تواند زیر مجموعه هر مجموعه ای باشد. یعنی: $\emptyset \subseteq A$

فعالیت :

می خواهیم تمام زیر مجموعه های ، مجموعه $A = \{3, 4, 5\}$ را بنویسیم. از کمترین عضو شروع می کنیم.

عضوی ندارد: \emptyset

یک عضو دارد: $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$

دو عضو دارد: $\{3, 4\}$, $\{4, 5\}$, $\{3, 5\}$

سه عضو دارد: $\{3, 4, 5\}$

این مجموعه ۸ زیر مجموعه دارد. $\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{3, 5\}, \{3, 4, 5\}$

تمرین (۶):

تمام زیر مجموعه های ، مجموعه های زیر را بنویسید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی بین ۱۰ و ۱۴ (بدون خود این دو عدد)

ب) $\{a, b, c, d\}$

فعالیت :

در سال های گذشته با اعداد طبیعی آشنا شده اید. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ به جدول زیر دقت کنید.

| n | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ... |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----|
| $3n+1$ | $3 \times 1 + 1 = 4$ ۳ | $3 \times 2 + 1 = 7$ ۶ | $3 \times 3 + 1 = 10$ ۹ | $3 \times 4 + 1 = 13$ ۱۲ | ... |

در نتیجه $A = \{3n+1 | n \in \mathbb{N}\} = \{4, 7, 10, 13, \dots\}$

تمرین (۷):

مجموعه های زیر را با اعضایشان بنویسید. (حداقل پنج عدد بنویسید و حتماً با سه نقطه نشان دهید بی پایان هستند)

الف) اعداد زوج طبیعی: $E = \{2n | n \in \mathbb{N}\} =$

ب) اعداد فرد طبیعی: $O = \{2n-1 | n \in \mathbb{N}\} =$

ج) اعداد حسابی: $W = \{n-1 | n \in \mathbb{N}\} =$

فعالیت :

مجموعه اعداد طبیعی و حسابی و صحیح را می توان با اعضایشان به صورت زیر نمایش داد

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

ولی اعداد گویا را باید با استفاده از نماد ها نمایش داد.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

مشاهده می کنید که همه عضوهای اعداد طبیعی در اعداد حسابی هم هستند در نتیجه:

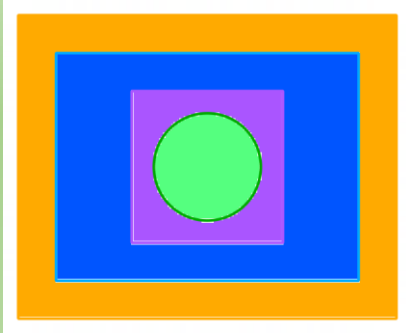
همچنین تمام اعداد حسابی نیز در اعداد صحیح وجود دارند. پس:

از تعریف اعداد گویا نیز می توان نتیجه گرفت که اعداد طبیعی و حسابی و صحیح همه عضو اعداد گویا نیز هستند.

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

تمرین (۸):

نمودار زیر ، وضعیت مجموعه های $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{N}, \mathbb{W}$ را نشان می دهد. آنها را نام گذاری کنید.



تمرین (۱):

برای هر عبارت یک مجموعه نوشته و تعداد اعضای آن را مشخص کنید.

الف) مجموعه A شامل تمام شمارنده های طبیعی عدد ۳۰ $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ ۸ عضو دارد.

ب) مجموعه B شامل عددهای طبیعی مضرب ۵ کمتر از ۵۰ $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45\}$ ۹ عضو دارد.

ج) با توجه به مجموعه های A و B درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (درست \checkmark نادرست \times)

$$\times 15 \notin B \quad \checkmark 10 \in B \quad \checkmark 7 \notin A \quad \checkmark 5 \in A \quad \times 12 \in A$$

تمرین (۲):

کدام یک از عبارت های زیر یک مجموعه را مشخص می کند؟ (درست \checkmark نادرست \times)

الف) چهار شاعر ایرانی \times (ب) عددهای طبیعی و یک رقمی \checkmark (ج) دو عدد صحیح و منفی بزرگتر از -5 \times

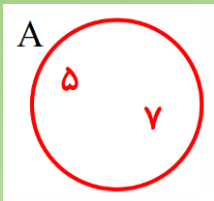
د) شمارنده های عدد 19 \checkmark (ه) چهار عدد فرد متوالی (پشت سر هم) \times (و) 5 عدد بزرگ \times

تمرین (۳):

الف) عبارتی بنویسید که نشان دهنده مجموعه تهی باشد. **مجموعه اعداد طبیعی زوج دو رقمی که اول باشند.**

ب) عبارتی بنویسید که نشان دهنده مجموعه ای با یک عضو باشد. **مجموعه اعداد زوج و اول**

ج) عبارتی بنویسید که نشان دهنده مجموعه ای با دو عضو باشد. و آن را با نمودار ون نمایش دهید.



اعداد طبیعی فرد بین ۴ و ۸

(پاسخ ها در این سوال بسیار است و اگر مفهوم را صحیح برساند قابل قبول است.)

تمرین (۴):

جاهای خالی را در مجموعه زیر طوری پر کنید که مجموعه ها با هم برابر باشند.

$$\left\{-2, \sqrt{25}, 3, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right\} = \left\{\sqrt{\frac{16}{81}}, -2, 3, \frac{10}{2}\right\}$$

$$\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\frac{10}{2} = 5 = \sqrt{25}$$

تمرین (۵):

مجموعه های A و B و C را در نظر بگیرید؛ سپس درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید (با ذکر دلیل):

$$A = \{a, b, c, d\} \quad , \quad B = \{a, c, e\} \quad , \quad C = \{a, b, c, e, f\}$$

$A \subseteq B$ نادرست زیرا عضوی مانند b در مجموعه A هست که در مجموعه B نیست.

$B \subseteq C$ درست زیرا تمام اعضای B ، عضو C هم هستند.

$C \subseteq A$ نادرست زیرا عضوی مانند f در مجموعه C هست که در مجموعه A نیست.

$A \not\subseteq C$ درست زیرا عضوی مانند d در مجموعه A هست که در مجموعه C نیست.

$\{e, f\} \subseteq C$ درست زیرا تمام اعضای مجموعه، عضو C هم هستند.

تمرین (۶):

تمام زیرمجموعه های، مجموعه های زیر را بنویسید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی بین ۱۰ و ۱۴ (بدون خود این دو عدد)

$$A = \{11, 12, 13\}$$

$$\emptyset, \{11\}, \{12\}, \{13\}, \{11, 12\}, \{12, 13\}, \{11, 13\}, \{11, 12, 13\}$$

ب) $\{a, b, c, d\}$

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$$

$$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{b, c, d\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}$$

تمرین (۷):

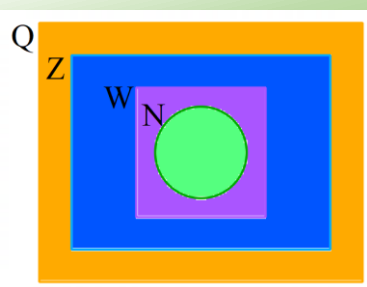
مجموعه های زیر را با اعضایشان بنویسید. (حداقل پنج عدد بنویسید و حتماً با سه نقطه نشان دهید بی پایان هستند)

الف) اعداد زوج طبیعی: $E = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

ب) اعداد فرد طبیعی: $O = \{2n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$

ج) اعداد حسابی: $W = \{n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

تمرین (۸):



نمودار زیر، وضعیت مجموعه های $W, \mathbb{Q}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}$ را نشان می دهد.

آنها را نام گذاری کنید

تمرین (۱):

مجموعه های $A = \{a, c, e, h\}$ و $B = \{b, c, d, e\}$ و $C = \{a, c, e, g, h, i\}$ را در نظر بگیرید و مجموعه های زیر را با اعضایشان بنویسید.

$$A \cap B = \{a, c, e, h\} \cap \{b, c, d, e\} = \{c, e\} \quad A \cup C = \{a, c, e, h\} \cup \{a, c, e, g, h, i\} = \{a, c, e, h, g, i\}$$

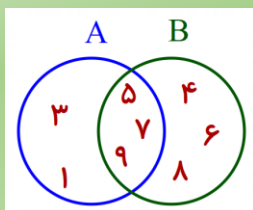
(نوشتن مجموعه ها برای درک بهتر است.)

$$B \cup C = \{b, c, d, e, a, g, h, i\}$$

$$A \cap B \cap C = \{c\}$$

تمرین (۲):

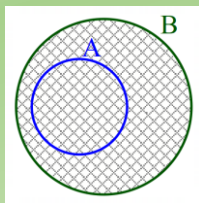
دو مجموعه $A \cap B = \{5, 7, 9\}$ و $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ مجموعه های A و B را روی نمودار ون زیر نمایش دهید.



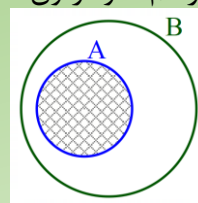
البته این سوال جواب های متفاوتی دارد. در قسمت اشتراک عددهای ۵ و ۷ و ۹ ثابت هستند ولی در بقیه جاها می توان اعداد را به صورت های مختلف جا گذاری کرد.

تمرین (۳):

اگر $A \subseteq B$ باشد. با رسم نمودار ون تساوی های زیر را کامل کنید.



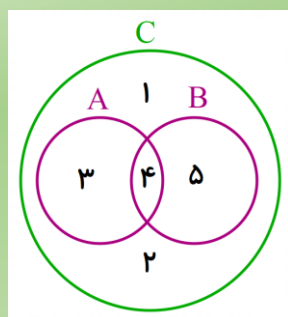
$$A \cup B = B$$



$$A \cap B = A$$

تمرین (۴):

با توجه به نمودار زیر کدام عبارت ، درست و کدام نادرست است؟



الف) $A \subseteq C$ ✓

ب) $C \subseteq (A \cup B)$ ✗

ج) $2 \in (A \cup B)$ ✗

د) $(A \cap B) \subseteq C$ ✓

و) $B \subseteq C$ ✓

ه) $5 \in (A \cap B)$ ✗

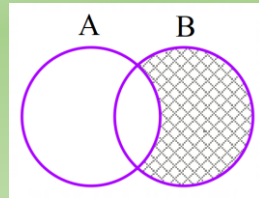
تمرین (۵):

با توجه به مجموعه های $A = \{3, 4, 6, 7, 9, 11\}$ و $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 11, 12\}$ تساوی های زیر را کامل کنید.

$$A - B = \{4, 7, 9\}$$

$$B - A = \{1, 2, 5, 8, 12\}$$

تمرین (۶):



مجموعه $B - A$ را با نماد ریاضی و نمودار ون نمایش دهید.

$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$$

تمرین (۷):

مجموعه های زیر را تشکیل دهید.

$$\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, -4, \dots\}$$

$$\mathbb{N} - \mathbb{Z} = \emptyset$$

تمرین (۸):

مجموعه های $A = \{3, 5, 7, 9\}$ و $B = \{2, 4, 6, 7\}$ و $C = \{1, 2, 3, 4\}$ را در نظر بگیرید، سپس هر یک از مجموعه های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

$$(A - C) \cup (B - C) = \{5, 7, 9\} \cup \{6, 7\} = \{5, 7, 9, 6\}$$

$$(A \cup B) - C = \{3, 5, 7, 9, 2, 4, 6\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5, 7, 9, 6\}$$

تساوی های زیر را کامل کنید.

$$n(A \cup B) = 7$$

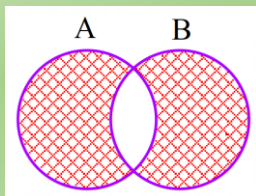
$$n(A - B) = 3$$

$$A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 2, 4, 6\}$$

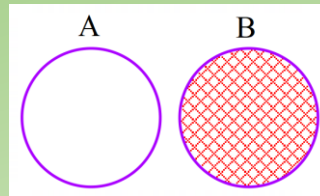
$$A - B = \{3, 5, 9\}$$

تمرین (۹):

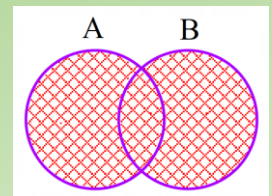
در هر یک از شکل های زیر مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.



$$(A \cup B) - (A \cap B)$$



$$B - A$$



$$(A - B) \cup B$$

تمرین (۱):

مجموعه های $A = \{a, c, e, h\}$ و $B = \{b, c, d, e\}$ و $C = \{a, c, e, g, h, i\}$ را در نظر بگیرید و مجموعه های زیر را با اعضایشان بنویسید.

$$A \cap B = \{a, c, e, h\} \cap \{b, c, d, e\} = \{c, e\} \quad A \cup C = \{a, c, e, h\} \cup \{a, c, e, g, h, i\} = \{a, c, e, h, g, i\}$$

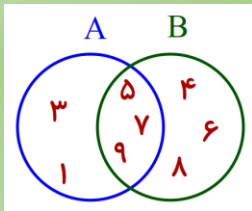
(نوشتن مجموعه ها برای درک بهتر است.)

$$B \cup C = \{b, c, d, e, a, g, h, i\}$$

$$A \cap B \cap C = \{c\}$$

تمرین (۲):

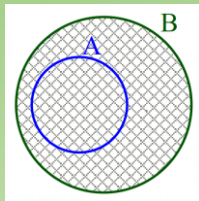
دو مجموعه $A \cap B = \{5, 7, 9\}$ و $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ مجموعه های A و B را روی نمودار ون زیر نمایش دهید.



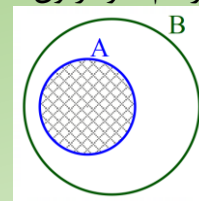
البته این سوال جواب های متفاوتی دارد. در قسمت اشتراک عددهای ۵ و ۷ و ۹ ثابت هستند ولی در بقیه جاها می توان اعداد را به صورت های مختلف جا گذاری کرد.

تمرین (۳):

اگر $A \subseteq B$ باشد. با رسم نمودار ون تساوی های زیر را کامل کنید.



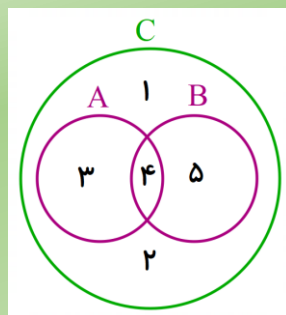
$$A \cup B = B$$



$$A \cap B = A$$

تمرین (۴):

با توجه به نمودار زیر کدام عبارت ، درست و کدام نادرست است؟



الف) $A \subseteq C$ ✓

ب) $C \subseteq (A \cup B)$ ✗

ج) $2 \in (A \cup B)$ ✗

د) $(A \cap B) \subseteq C$ ✓

ه) $5 \in (A \cap B)$ ✗

و) $B \subseteq C$ ✓

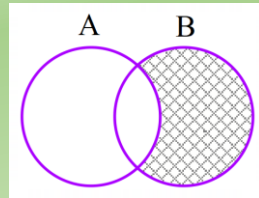
تمرین (۵):

با توجه به مجموعه های $A = \{3, 4, 6, 7, 9, 11\}$ و $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 11, 12\}$ تساوی های زیر را کامل کنید.

$$A - B = \{4, 7, 9\}$$

$$B - A = \{1, 2, 5, 8, 12\}$$

تمرین (۶):



مجموعه $B - A$ را با نماد ریاضی و نمودار ون نمایش دهید.

$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$$

تمرین (۷):

مجموعه های زیر را تشکیل دهید.

$$\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, -4, \dots\}$$

$$\mathbb{N} - \mathbb{Z} = \emptyset$$

تمرین (۸):

مجموعه های $A = \{3, 5, 7, 9\}$ و $B = \{2, 4, 6, 7\}$ و $C = \{1, 2, 3, 4\}$ را در نظر بگیرید، سپس هر یک از مجموعه های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

$$(A - C) \cup (B - C) = \{5, 7, 9\} \cup \{6, 7\} = \{5, 7, 9, 6\}$$

$$(A \cup B) - C = \{3, 5, 7, 9, 2, 4, 6\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5, 7, 9, 6\}$$

تساوی های زیر را کامل کنید.

$$n(A \cup B) = 7$$

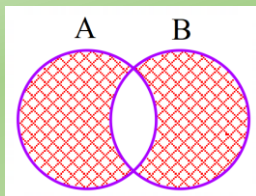
$$n(A - B) = 3$$

$$A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 2, 4, 6\}$$

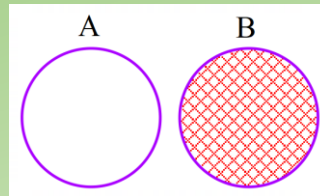
$$A - B = \{3, 5, 9\}$$

تمرین (۹):

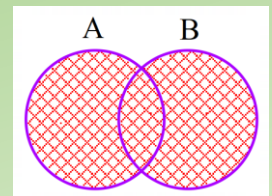
در هر یک از شکل های زیر مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.



$$(A \cup B) - (A \cap B)$$



$$B - A$$



$$(A - B) \cup B$$

فعالیت :

همانطور که در سال گذشته آموختید، احتمال هر پیشامد را از رابطه زیر به دست می آورند.

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت های ممکن}}$$

حال که با مجموعه ها آشنا شدیم، می توانیم از نماد های آن برای این منظور استفاده کنیم. اگر مجموعه همه حالت های ممکن را S بنامیم پس تعداد عضوهای آن را می شود با $n(S)$ نشان داد. همچنین اگر مجموعه حالت های مطلوب را A بنامیم، تعداد عضوهای آن را می شود با $n(A)$ نشان داد. پس احتمال را که نماد آن $P(A)$ است به صورت زیر به دست می آوریم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

به عنوان مثال در پرتاب یک تاس تمام حالت های ممکن به صورت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. در نتیجه $n(S) = 6$ پیشامد مطلوب را که در اینجا آمدن عدد زوج در پرتاب تاس است را A می نامیم. محاسبه احتمال این پیشامد به صورت زیر

$$A = \{2, 4, 6\} \quad n(A) = 3 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

است.

و پیشامد رو شدن عددهای کمتر از ۲ را B می نامیم. احتمال این پیشامد به صورت زیر محاسبه می شود.

$$B = \{1\} \quad n(B) = 1 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

تمرین (۱):

در پرتاب یک تاس احتمالات زیر را محاسبه کنید.

(الف) عدد رو شده فرد باشد. (ب) عدد رو شده اول باشد. (ج) عدد رو شده از ۶ بزرگتر باشد.

(د) عدد رو شده از ۷ کمتر باشد. (ه) عدد رو شده زوج و اول باشد. (و) عدد رو شده کمتر از ۵ باشد.

فعالیت :

درون کیسه ای سه توپ به رنگ های سبز و آبی و سفید انداخته ایم. اگر بخواهیم یک توپ را به تصادف خارج کنیم، تمام حالت های ممکن به صورت مقابل است.

$$S = \{\text{سبز، آبی، سفید}\} \quad n(S) = 3$$

اگر بخواهیم احتمال اینکه توپ خارج شده سفید یا سبز باشد را حساب کنیم. این پیشامد را A می نامیم و به صورت زیر

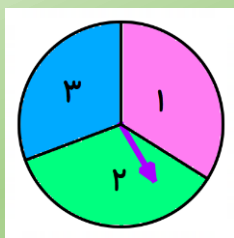
$$A = \{\text{سفید، سبز}\} \quad n(A) = 2 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{3}$$

عمل می کنیم.

همانطور که مشاهده می کنید مجموعه A زیر مجموعه، مجموعه S است. پس می توان نتیجه گرفت که تمام پیشامدها زیر مجموعه های مجموعه S هستند. « هر یک از زیرمجموعه های S را پیشامد تصادفی می نامیم.»

تمرین (۲):

با توجه به چرخنده مقابل، همه حالت های ممکن را که عقربه می تواند بایستد و عددی را نمایش دهد، S بنامید و آن را بنویسید.



تمام زیرمجموعه های این مجموعه را نوشته، برای هر کدام پیشامدی تعریف کنید و احتمال

آن را به دست آورید. (مانند نمونه)

$$A = \emptyset \quad n(A) = 0 \quad \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{3} = 0$$

(الف) عقربه روی عدد بزرگتر از ۳ بایستد.

$$B = \{1\} \quad n(B) = 1 \quad \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{3}$$

(ب) عقربه روی عدد ۱ بایستد.

فعالیت :

هر گاه احتمال دو یا چند پیشامد با هم برابر شدند می گوییم این پیشامدها هم شانس هستند.

فرض کنید ده کارت داریم که روی آنها اعداد یک تا ۱۰ را نوشته ایم و آنها را درون یک جعبه گذاشته ایم و به طور تصادفی یک کارت از آن بیرون می آوریم. پیشامد زوج آمدن کارت و پیشامد فرد آمدن کارت هم شانس هستند. زیرا:

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \quad n(A) = 5 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad n(B) = 5 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

تمرین (۳):

۱۰ کارت یکسان با شماره های ۱ تا ۱۰ را داخل جعبه ای قرار می دهیم و تصادفی یک کارت بیرون می آوریم.

(الف) پیشامد A را به این صورت تعریف می کنیم: عدد روی کارت خارج شده کمتر از ۵ باشد. مجموعه آن را تشکیل داده و احتمال آن را به دست آورید.

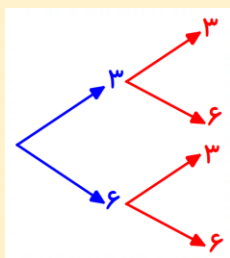
(ب) پیشامد B را طوری تعریف کنید که با پیشامد A هم شانس باشد. مجموعه آن را نوشته و احتمالش را محاسبه کنید.

(ج) پیشامد C را طوری تعریف کنید که احتمال آن $\frac{7}{10}$ باشد. مجموعه آن را بنویسید.

(د) پیشامد D را طوری تعریف کنید که احتمال آن یک باشد.

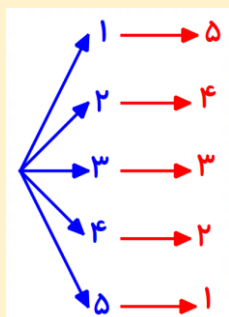
فعالیت :

اگر دو تاس قرمز و آبی را با هم بیندازیم، تمام حالت های ممکن ۳۶ حالت است، یعنی $n(S) = 36$ می خواهیم احتمال اینکه هر دو عدد رو شده مضرب ۳ باشد را محاسبه کنیم. این پیشامد را A می نامیم. دقت کنید که در اینجا دو تاس با رنگ های متفاوت هستند.



برای نوشتن حالت های مطلوب در پرتاب تاس می تواند از نمودار درختی هم کمک بگیرید. در این روش فقط حالت های مورد نظر رسم می شوند.

$$A = \{(3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)\} \quad n(A) = 4 \quad \rightarrow \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$



حال می خواهیم احتمال اینکه مجموع دو عدد برابر ۶ باشد را حساب کنیم.

$$B = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\} \quad n(B) = 5 \quad \rightarrow \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

تمرین (۴):

دو تاس را با هم می اندازیم یا تاسی را دوبار می اندازیم. احتمال های زیر را با نوشتن مجموعه هایش بنویسید.
الف) هر دو بار عدد رو شده، مثل هم باشند. ب) جمع دو عدد، ۷ باشد. ج) هر دو عدد، زوج باشند.

تمرین (۵):

درون جعبه ای ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر ۱ مهره را تصادفی از جعبه خارج کنیم. چقدر احتمال دارد.
الف) این مهره آبی باشد. ب) این مهره قرمز نباشد. ج) این مهره قرمز یا سبز باشد.

تمرین (۱):

در پرتاب یک تاس احتمالات زیر را محاسبه کنید.

$$A = \{1, 3, 5\} \quad n(A) = 3 \quad \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(الف) عدد رو شده فرد باشد.

$$B = \{2, 3, 5\} \quad n(B) = 3 \quad \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(ب) عدد رو شده اول باشد.

$$C = \emptyset \quad n(C) = 0 \quad \rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{0}{6} = 0$$

(ج) عدد رو شده از ۶ بزرگتر باشد.

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(D) = 6 \quad \rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$

(د) عدد رو شده از ۷ کمتر باشد.

$$E = \{2\} \quad n(E) = 1 \quad \rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

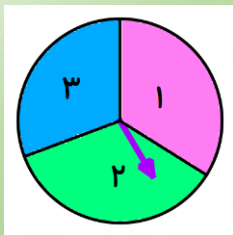
(ه) عدد رو شده زوج و اول باشد.

$$F = \{1, 2, 3, 4\} \quad n(F) = 4 \quad \rightarrow P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(و) عدد رو شده کمتر از ۵ باشد.

تمرین (۲):

با توجه به چرخنده مقابل، همه حالت های ممکن را که عقربه می تواند بایستد و عددی را نمایش دهد، S بنامید و آن را بنویسید.



$$S = \{1, 2, 3\}$$

تمام زیرمجموعه های این مجموعه را نوشته، برای هر کدام پیشامدی تعریف کنید و احتمال آن را به دست آورید. (مانند نمونه)

زیرمجموعه های S : $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

$$A = \emptyset \quad n(A) = 0 \quad \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{3} = 0$$

(الف) عقربه رو عدد بزرگتر از ۳ بایستد.

$$B = \{1\} \quad n(B) = 1 \quad \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{3}$$

(ب) عقربه روی عدد ۱ بایستد.

$$C = \{2\} \quad n(C) = 1 \quad \rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{3}$$

(ج) عقربه روی ۲ بایستد.

$$D = \{3\} \quad n(D) = 1 \quad \rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{1}{3}$$

(د) عقربه روی ۳ بایستد.

$$E = \{1, 2\} \quad n(E) = 2 \quad \rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{3} \quad \text{(ه) عقربه روی اعداد کمتر از ۳ بایستد.}$$

$$F = \{2, 3\} \quad n(F) = 2 \quad \rightarrow P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{2}{3} \quad \text{(و) عقربه روی اعداد بزرگتر از ۱ بایستد.}$$

$$G = \{1, 3\} \quad n(G) = 2 \quad \rightarrow P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{2}{3} \quad \text{(ز) عقربه روی اعداد فرد بایستد.}$$

$$H = \{1, 2, 3\} \quad n(H) = 3 \quad \rightarrow P(H) = \frac{n(H)}{n(S)} = \frac{3}{3} = 1 \quad \text{(ح) عقربه روی اعداد کمتر از ۴ بایستد.}$$

البته شما می توانید عبارت های دیگری برای هر پیشامد استفاده کنید.

تمرین (۳): ۱۰ کارت یکسان با شماره های ۱ تا ۱۰ را داخل جعبه ای قرار می دهیم و تصادفی یک کارت بیرون می آوریم.

الف) پیشامد A را به این صورت تعریف می کنیم: عدد روی کارت خارج شده کمتر از ۵ باشد. مجموعه آن را تشکیل داده و

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad n(A) = 4 \quad \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad \text{احتمال آن را به دست آورید.}$$

ب) پیشامد B را طوری تعریف کنید که با پیشامد A هم شانس باشد. مجموعه آن را نوشته و احتمالش را محاسبه کنید.

$$B = \{2, 3, 5, 7\} \quad n(B) = 4 \quad \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad \text{عدد روی کارت اول باشد.}$$

ج) پیشامد C را طوری تعریف کنید که احتمال آن $\frac{7}{10}$ باشد. مجموعه آن را بنویسید.

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad n(C) = 7 \quad \rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{7}{10} \quad \text{عدد روی کارت از ۸ کمتر باشد.}$$

د) پیشامد D را طوری تعریف کنید که احتمال آن یک باشد.

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \quad n(D) = 10 \quad \rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{10}{10} = 1 \quad \text{عدد روی کارت از ۱۱ کمتر باشد.}$$

البته برای تعریف پیشامد ها می توانید از مثال های دیگری نیز استفاده کنید.

تمرین (۴): تاسی را دوبار می اندازیم. احتمال های زیر را با نوشتن مجموعه هایش بنویسید.

الف) هر دو بار عدد رو شده، مثل هم باشند.

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \quad n(A) = 6 \quad \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ب) جمع دو عدد، ۷ باشد.

$$B = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\} \quad n(B) = 6 \quad \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ج) هر دو عدد، زوج باشند.

$$C = \{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)\} \quad n(C) = 9 \quad \rightarrow$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

تمرین (۵):

درون جعبه ای ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر ۱ مهره را تصادفی از جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد.

$$n(S) = 4 + 6 + 5 = 15$$

$$n(A) = 6 \quad \rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

الف) این مهره آبی باشد.

$$n(B) = 15 - 4 = 11 \quad \rightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{11}{15}$$

ب) این مهره قرمز نباشد.

$$n(C) = 4 + 5 = 9 \quad \rightarrow p(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

ج) این مهر قرمز یا سبز باشد.