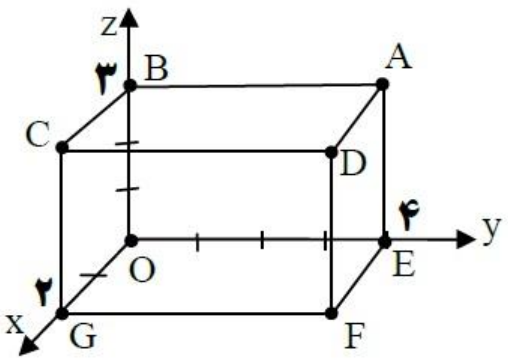
۲۱۰	معادله سهمی را بنویسید که $F(۱,-۲)$ کانون و $S(۱,۲)$ راس آن باشد. سپس خط هادی آن را بنویسید.	۱/۲۵	دی ۹۷

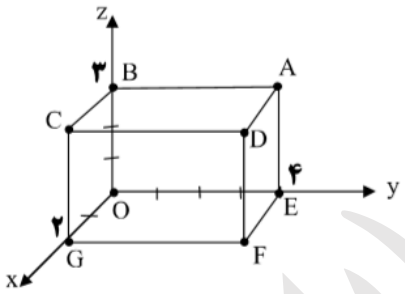
فصل سوم : بردارها

درس اول : معرفی فضای $R^۳$

۲۱۱	الف) معادلهٔ صفحه‌ای که بر محور z ها در نقطه به مختصات $A=(۰,۰,۳)$ عمود باشد ، به صورت ..... است . ب) شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $-۲ < y \leq -۱$ و $y < -x^۲ + ۱$ را در فضای دو بعدی رسم کنید .	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲۱۲	الف : در فضای سه بعدی ، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ z = ۰ \end{cases}$ ، معادله محور ..... است. ب : اگر بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار دلخواه ، r عدد حقیقی و $\vec{b} = r\vec{a}$ آنگاه $\lvert\vec{b}\rvert = \lvert r\rvert\lvert\vec{a}\rvert$. (درست – نادرست) پ : شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $-۱ < x \leq ۲ , y = x^۲$ را در فضای دو بعدی رسم کنید. ت : طول بردار $\vec{b} = (۰ , -۳ , ۴)$ را به دست آورید.	۱/۷۵	شهریور ۱۴۰۱
۲۱۳	شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطهٔ $۲ \leq y \leq x^۲$ را رسم کنید .	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۱۴	با توجه به شکل ، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) نام وجه از شکل که معادلهٔ آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید . $x = ۲$ و $۰ \leq y \leq ۴$ و $۰ \leq z \leq ۳$ ب) معادلات مربوط به پاره‌خط (یال) AD را بنویسید. پ) مختصات نقطهٔ D را بنویسید. ت) معادله صفحه‌ای را بنویسید که موازی با صفحه xoz باشد و مکعب مستطیل را نصف کند .	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۱۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. نقطه با مختصات $(-۴ , ۳ , -۲)$ در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰



۲۱۶	الف : در فضای سه بعدی نقطه A روی محور xها به طول ۲ و نقطه B در صفحه yoz با عرض ۳- و ارتفاع ۴ مفروض است . فاصله وسط پاره خط AB تا مبدا مختصات را بدست آورید. ب : اگر طول و عرض و ارتفاع اتاقی ۴ متر و ۵ متر و ۳ متر باشد طول قطر اتاق که دو نقطه مقابل را به هم وصل کند را به دست آورید.	۲	دی ۱۴۰۰
۲۱۷	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. بردار $\vec{a} = ۲\vec{j} - \vec{k}$ در فضا سه بعدی بر صفحه مختصات ..... منطبق است.(xoz , yoz , xoy)	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۱۸	نقطه A به طول ۲ روی محور xها و نقطه B روی صفحه xoz به طول ۱ و ارتفاع ۳ در فضای سه بعدی مفروض اند. الف : مختصات نقاط A و B را مشخص کنید. ب : طول پاره خط AB را محاسبه کنید. پ : مختصات وسط پاره خط AB را بدست آورید.	۲	شهریور ۱۴۰۰
۲۱۹	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. در فضای $R^۳$ ، نقطه $(۵- \text{ و } ۲ \text{ و } ۳-)$ در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۲۰	به سوالات زیر پاسخ دهید. الف : اگر $y = b$ معادله صفحه ای در فضای $R^۳$ باشد که از نقطه $A = (۲ , -۳ , ۴)$ بگذرد ، مقدار عددی b چقدر است ؟ ب : معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ y = ۰ \end{cases}$ مربوط به کدام محور در دستگاه مختصات $R^۳$ است ؟ پ : در فضای $R^۳$ ، نقطه A به عرض ۲ و ارتفاع ۳ روی صفحه yoz و نقطه $B = (-۳ , ۶ , -۴)$ مفروض اند مختصات وسط AB را بیابید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۲۱	نقاط $A = (۱ , ۲ , ۱)$ و $B = (۲ , ۲ , ۱)$ و $C = (۳ , ۲ , -۱)$ را در فضا در نظر می گیریم ، کدام نقطه ها روی خط $\begin{cases} y = ۲ \\ z = ۱ \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟	۱	دی ۹۹
۲۲۲	دو بردار $\vec{a} = (۱ , ۲ , -۱)$ و $\vec{b} = (۰ , ۲ , -۱)$ را در نظر بگیرید. الف : بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای $R^۳$ واقع است ؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب: طول بردار $۲\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵	دی ۹۹
۲۲۳	الف : نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ z = ۰ \end{cases}$ در فضای $R^۳$ چه شکلی است ؟ و چه ارتباطی با نمودار $x = ۰$ دارد؟ ب : اگر $\vec{a} = (۲ , -۱ , ۳)$ و $\vec{b} = \vec{i} + ۲\vec{j}$ باشد . اندازه ی بردار $\vec{a} + ۲\vec{b}$ را بدست آورید.	۲	شهریور ۹۹

۲۲۴	اگر $\vec{a}=\left(\sqrt{۸}\,,۲\,,۴\right)$ و $\vec{b}=-۶\vec{j}+۸\vec{j}$ و $r=-\frac{۱}{۲}$ الف : طول بردار $r\vec{b}$ را مشخص کنید. ب : بردار $r\vec{a}+\vec{b}$ را بیابید.	۱/۵	خرداد ۹۹خ
۲۲۵	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر دو بردار مانند $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، .....باشند ، آنگاه یکی از آنها مضرب دیگری است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۲۶	نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases}y=۰\\z=۰\end{cases}$ چه شکلی است ؟ و چه ارتباطی با نمودار معادله ی $y=۰$ دارد؟چرا؟	۱	خرداد ۹۹خ
۲۲۷	درستی یا نادرستی گزاره ی زیر را معلوم کنید. نقطه ی $(-۲\,,-۱\,,۰)$ روی صفحه ی yoz قرار دارد.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۲۸	وجه های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل ، قسمت هایی از صفحات به معادلات $(x=۰\,,x=۲)$ و $(y=۰\,,y=۴)$ و $(z=۰\,,z=۳)$ هستند. الف : مختصات نقطه ی A را مشخص کنید. ب : معادلات مربوط به یال AD و وجه $CDFG$ را بنویسید. 	۱/۵	دی ۹۸
۲۲۹	نقاط $A=(۳\,,۱\,,۲)$ و $B=(۳\,,-۲\,,۲)$ در $R^۳$ مفروض اند. الف : طول پاره خط AB را بدست آورید. ب : معادلات مربوط به پاره خط AB را بنویسید.	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۲۳۰	نقاط $A=(۲\,,۱\,,۳)$ و $B=(-۱\,,۱\,,۳)$ در $R^۳$ مفروض اند. معادلات مربوط به پاره خط AB را بنویسید.	۰/۵	تیر ۹۸
۲۳۱	اگر $\vec{b}=(۰\,,۱\,,-۱)$ و $\vec{a}=۲\vec{j}-۳\vec{k}$ باشد . اندازه ی بردار $\vec{c}=۲\vec{b}-\vec{a}$ را بدست آورید.	۰/۷۵	تیر ۹۸

۲۳۲	به سئوالات زیر پاسخ دهید. الف : معادله ی خطی را بنویسید که از نقطه ی $A=(۲,۳,۴)$ بگذرد و با صفحه ای xoy موازی باشد. ب : معادلات $\begin{cases}x=۰\\z=۰\end{cases}$ مربوط به کدام محور است؟ پ : در فضای $R^۳$ ، نقطه ی A به طول ۲ روی محور طول ها و نقطه ی $B=(-۳,۶,-۴)$ مفروض اند. مختصات نقطه ی وسط AB را بیابید.	۱/۵	خرداد ۹۸
۲۳۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نقطه ی $A=(۲,-۳,۰)$ روی صفحه ی xoy قرار دارد.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۲۳۴	اگر $\vec{b}=(۱,۲,۱)$ و $\vec{a}=۲\vec{i}-\vec{k}$ باشد . طول بردار $\vec{a}-۲\vec{b}$ را بدست آورید.	۱	خرداد ۹۸
۲۳۵	اگر $\vec{a}=۳\vec{i}-۲\vec{j}-\vec{k}$ و $\vec{b}=(۳,۱,-۱)$ و $r=۲$ باشد، بردار $r\vec{b}-\vec{a}$ را بدست آورید.	۱	دی ۹۷
	درس دوم : ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها		
۲۳۶	اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}=(۲,-۱,n)$ و $\vec{b}=(۱,۰,-۱)$ برابر با ۱۳۵ درجه باشد ، مقدار n رابیابید .	۱/۵	دی ۱۴۰۱
۲۳۷	ثابت کنید اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند ، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ ، برابر خود $\vec{a}$ می‌شود .	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲۳۸	سه بردار $\vec{a}=۲\vec{i}+۳\vec{j}-\vec{k}$ و $\vec{b}=\vec{i}+\vec{k}$ و $\vec{c}=(۰,۲,۱)$ را در نظر بگیرید : الف) طول بردار $۲\vec{b}-\vec{c}$ را به دست آورید . ب) مساحت متوازی الاضلاع که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}+\vec{c}$ ایجاد می‌شود را به دست آورید .	۲	دی ۱۴۰۱
۲۳۹	مقدار m را چنان بیابید که دو بردار $\vec{a}=(۲,m,-۱)$ و $\vec{b}=(m+۱,۳,۲)$ بر هم عمود باشند .	۱	شهریور ۱۴۰۱

۲۴۰	اگر $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۵$ و حاصلضرب داخلی دو بردار ۱۰ باشد ، مساحت مثلثی که توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تولید می شود چقدر است ؟	۲	شهریور ۱۴۰۱
۲۴۱	حجم متوازی السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار $\vec{a} = (۱ , ۰ , -۱)$ و $\vec{b} = (۰,۲ , ۲)$ و $\vec{c} = (۲ , -۳ , ۰)$ تولید می شود .	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۱
۲۴۲	عبارت‌های زیر را کامل کنید. اگر سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی‌السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر ..... است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۳	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. برای دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ حاصلضرب خارجی $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{۰}$ است	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۴	سه بردار $\vec{a} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (۰ ,۲,۱)$ در نظر بگیرید الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با θ باشد $\cos\theta$ را بیابید . ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر $\vec{b} - \vec{c}$ را بدست آورید .	۱/۷۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۵	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض‌اند به طوری که $\|\vec{a}\| = ۶$ و $\|\vec{b}\| = ۴$ و زاویه بین آنها ۳۰ درجه است مقدار عبارت $\|۲\vec{a} \times \vec{b}\|$ را محاسبه کنید .	۱	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۶	اگر $A = (۲,-۱,۳)$ و $B = (۳,۱,۴)$ و $C = (-۱,۱,۰)$ سه رأس مثلث ABC باشند ، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۷	برای دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a}.\vec{b} = ۰$.	۱	خرداد ۱۴۰۱
۲۴۸	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. اگر برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم : $\vec{a}.\vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|$ در این صورت زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر .....است .	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۲۴۹	بردارهای $\vec{a} = (۲ , -۱ , ۲)$ و $\vec{b} = (۱ , -۱ , ۰)$ را در نظر بگیرید. الف : زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب: برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲	دی ۱۴۰۰

۲۵۰	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند به طوری که $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۲۶$ و $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = ۷۲$ اگر زاویه بین بردارها کمتر از قائمه باشد مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵	دی ۱۴۰۰
۲۵۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای سه بردار $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ به طول های واحد روی محورهای مختصات در $R^۳$ ، داریم : $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۲	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (۲, -۱, ۲)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (۱, -۱, ۰)$ بیابید.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۳	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به طول های $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۲۶$ و اندازه ضرب خارجی $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = ۷۲$ مفروض اند.اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کمتر از ۹۰° باشد مقدار ضرب داخلی دو بردار را به دست آورید.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۴	مقدار m را طوری تعیین که سه بردار $\vec{a} = (۲, -۱, ۳)$ و $\vec{b} = (۰, m, -۱)$و $\vec{c} = (۱, -۲, ۳)$ در یک صفحه باشند.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر ، منفرجه باشد ، آنگاه ضرب داخلی آنها یک عدد حقیقی مثبت است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۶	اگر $\vec{a} = (۱, -۳, ۴)$ و $\vec{b} = (۳, -۴, ۲)$ و $\vec{c} = (-۱, ۱, ۴)$ باشند تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را بدست آورید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۷	اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بردارهایی باشند به ترتیب با طول های ۱ و ۲و ۳ با این ویژگی که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$ ، مقدار عددی $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$ را به دست آورید.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۸	ثابت کنید: دوبردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند ، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{O}$.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۵۹	سه بردار $\vec{a} = (۱, ۳, ۲)$ و $\vec{b} = (۰, ۱, -۱)$ و $\vec{c} = (۲, ۱, -۲)$ مفرو اند. الف: بردار ی عمود بر دو بردار $-۲\vec{b}$ و $\vec{c}$ به دست آورید. ب : حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.	۲	خرداد ۱۴۰۰

۲۶۰	برای هردو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: اگر $\vec{a}.\vec{b}=0$ باشد آنگاه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند.	۱	دی ۹۹
۲۶۱	بردارهای $\vec{a}=(2,-1,2)$ و $\vec{b}=(1,-1,0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ بیابید.	۱	دی ۹۹
۲۶۲	مساحت متوازی الاضلاعی را بدست آورید که توسط دو بردار $\vec{a}=(1,2,3)$ و $\vec{b}=(1,0,2)$ به وجود می آید.	۱	دی ۹۹
۲۶۳	بردارهای $\vec{a}=(2,-1,2)$ و $\vec{b}=(1,-1,0)$ را در نظر بگیرید. الف : زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب: برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲	شهریور ۹۹
۲۶۴	زاویه بین دو بردار $\vec{a}=(0,-1,-1)$ و $\vec{b}=(2,-1,-2)$ را بدست آورید.	۱/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۵	درستی یا نادرستی گزاره زیر را معلوم کنید. برای هردو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، نامساوی $\lvert\vec{a}.\vec{b}\rvert \geq \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert$ برقرار است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۶	ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر بردار $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$	۱/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۷	بردارهای $\vec{a}=(-5,3,-4)$ و $\vec{b}=(1,-1,1)$ را در نظر بگیرید. الف : تصویر قائم $\vec{a}$ برامتداد $\vec{b}$ را بدست آورید. ب : برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید. ج : مساحت مثلث پدید آمده توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید.	۲/۲۵	خرداد ۹۹خ
۲۶۸	بردارهای $\vec{a}=(2,0,-2)$ و $\vec{b}=2\vec{j}-2\vec{k}$ را در نظر بگیرید. الف : زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب : تصویر قائم $\vec{a}+\vec{b}$ برامتداد $\vec{b}$ را بدست آورید.	۲	خرداد ۹۹
۲۶۹	دو بردار $\vec{a}=(1,-2,3)$ و $\vec{b}=-2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ را در نظر بگیرید. الف : بردار $\vec{a}$ در کدام از فضای R^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود.) ب : طول بردار $\vec{a}+2\vec{b}$ را حساب کنید. پ : برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲	خرداد ۹۹

گروه ریاضی استان (پیله ور – صدقی)

۲۷۰	اگر بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ باشد ، ثابت کنید: $\vec{a}.\vec{a} = \|\vec{a}\|^2$	۱	دی ۹۸
۲۷۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر ا مشخص کنید. اگر برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم : $\|\vec{a}.\vec{b}\| = \|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|$ در این صورت $\theta = \frac{\pi}{2}$ است. (θ زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است .)	۰/۲۵	دی ۹۸
۲۷۲	بردارهای $\vec{a} = (۱, ۲, ۳)$ و $\vec{b} = (-۲, ۰, ۲)$ مفروض اند: الف : تصویر قائم بردار $\vec{a}$ برامتداد بردار $\vec{b}$ را بدست آورید. ب : طول بردار $۲\vec{a} - \vec{b}$ را حساب کنید.	۱/۵	دی ۹۸
۲۷۳	جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. اگر $\vec{k}$ و $\vec{j}$ و $\vec{i}$ بردارهای واحد در R^3 باشند حاصل $\vec{k}.(\vec{i} \times \vec{j})$ برابر است با	۰/۲۵	دی ۹۸
۲۷۴	اگر $A = (-۱, ۲, ۰)$ و $B = (۱, ۰, -۱)$ و $C = (۰, -۱, ۱)$ سه راس مثلث ABC باشند ، مساحت این مثلث را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵	دی ۹۸
۲۷۵	جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید. اگر برای هردو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم : $\vec{a}.\vec{b} = \|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|$ در این صورت زاویه ی بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر .....است .	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۲۷۶	ثابت کنید که اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند ، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ ، برابر خود $\vec{a}$ می شود.	۱/۲۵	شهریور ۹۸
۲۷۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای بردار غیر صفر $\vec{a}$ در R^3 داریم : $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{O}$	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۲۷۸	اگر $\vec{k}$ و $\vec{j}$ و $\vec{i}$ بردارهای واحد در R^3 باشند حاصل $\vec{i}.(\vec{j} \times \vec{k})$ را به دست آورید.	۱	شهریور ۹۸
۲۷۹	برای هردو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید : $\|\vec{a}.\vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|$	۱	تیر ۹۸
۲۸۰	مقدار m را طوری تعیین کنید که زاویه ی بین دو بردار $\vec{a} = (m, -۱, ۲)$ و $\vec{b} = (۱, -۱, ۰)$ برابر ۴۵ درجه باشد.	۱/۵	تیر ۹۸

۲۸۱	تصویر قائم بردار $\vec{a}=(۵,-۱,۲)$ را بر امتداد بردار $\vec{b}=(۱,-۱,۰)$ بیابید.	۱	تیر ۹۸
۲۸۲	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند . اگر $\|\vec{a}\|=۳$ و $\|\vec{b}\|=۸$ و $\|\vec{a}\times\vec{b}\|=۱۲$ باشد ، مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵	تیر ۹۸
۲۸۳	حجم متوازی السطوحی را محاسبه کنید که توسط بردارهای $\vec{c}=(۳,۲,۱)$ و $\vec{b}=(۱,۰,۲)$ و $\vec{a}=(۲,۱,۰)$ تولید می شود.	۱	تیر ۹۸
۲۸۴	سه بردار $\vec{a}=(۲,۳,۱)$ و $\vec{b}=(-۱,۱,۰)$ و $\vec{c}=(۲,۱,-۲)$ مفرو اند. الف: بردار ی عمود بر دو بردار $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{c}$ به دست آورید. ب : حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.	۲	تیر ۹۸
۲۸۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که بر هم عمود هستند، برابر .....است.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۲۸۶	بردارهای $\vec{a}=(۲,۳-$ و $۱)$ و $\vec{b}=(-۲,۱,-۵)$ را در نظر بگیرید الف : تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آورید. ب: برداری عمود بر این دو بردار بنویسید.	۱/۷۵	خرداد ۹۸
۲۸۷	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که بر هم عمود هستند ، اگر و فقط اگر $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{O}$	۱	خرداد ۹۸
۲۸۸	مقدار m را طوری تعیین که سه بردار $\vec{a}=(۱$ و$m,-۱۱)$ و $\vec{b}=(۲,۳,-۱)$ و $\vec{c}=(۱,-۱,۳)$ در یک صفحه باشند.	۱	خرداد ۹۸
۲۸۹	اگر طول بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به ترتیب ۴ و ۶ و $\vec{a}.\vec{b}=۱۲$ باشد . مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۲۵	خرداد ۹۸
۲۹۰	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، ثابت کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند اگرو فقط اگر $\vec{a}.\vec{b}=۰$	۱	دی ۹۷
۲۹۱	اگر $\vec{c}=(-۱,۱,۴)$ و $\vec{b}=(۳,-۴,۲)$ و $\vec{a}=(-۱,-۳,۰)$ باشند ، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}+\vec{c}$ را به دست آورید.	۱	دی ۹۷

۲۹۲	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند. اگر $\|\vec{a}\| = ۳$ و $\|\vec{b}\| = ۲۶$ و $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = ۷۲$ باشد ، مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱/۵	دی ۹۷
۲۹۳	مساحت متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a} = (۱, ۰, ۱)$ و $\vec{b} = (۰, ۱, ۱)$ تولید می شود را به دست آورید.	۱	دی ۹۷

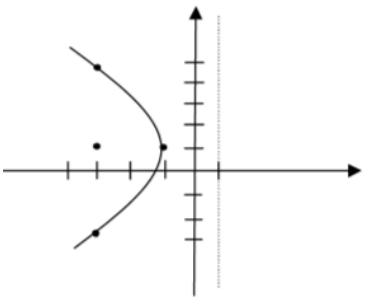
امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور – میکائیل صدقی

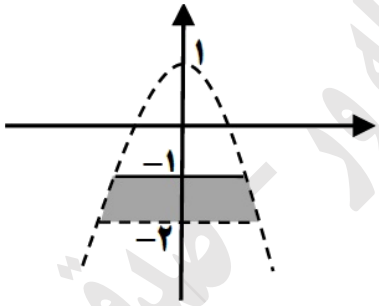
دی ماه ۱۴۰۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۰۹	$y^۲ - ۲y + ۸x + ۹ = ۰ \Rightarrow y^۲ - ۲y + ۱ = -۸x - ۸ \Rightarrow (y-۱)^۲ = -۸(x+۱)$ راس سهمی $S(-۱,۱)$ دهانه سهمی به سمت چپ و $p=۲$ معادله خط هادی $x = ۱$ کانون سهمی $F(-۳,۱)$ ب :نقاط کمکی $(-۳,-۳)$, $(-۳,۵)$ 	۲
۲۱۰	با توجه به جایگاه راس و کانون سهمی در دستگاه مختصات معلوم می شود که سهمی قائم رو به پایین می باشد لذا: $p = ۴$ معادله سهمی $(x-۱)^۲ = -۱۶(y-۲)$ معادله خط هادی $y = ۶$	۱/۲۵

فصل سوم : بردارها

درس اول : معرفی فضای $R^۳$

۲۱۱	الف) $z = ۳$ (ص ۶۸) ب) رسم نمودار (به طوری که خط و خط چین مشخص باشد) (ص ۶۳) 	۱/۲۵
۲۱۲	الف : عرض ها یا محور yها (ص ۶۷) ب : درست (ص ۷۵) پ : رسم نمودار (به طوری که نقطه توپر و توخالی مشخص باشد) (ص ۶۳) ت : $\|\vec{a}\| = \sqrt{x^۲ + y^۲ + z^۲} = ۵$	۱/۷۵
۲۱۳	(ص۵۵) رسم نمودار	۰/۵

۲۱۴	الف) $CDFG$ ب) $\begin{cases} ۰\leq x \leq ۲ \\ y = ۴ \\ z = ۳ \end{cases}$ پ) $D(۲,۴,۳)$ ت) $y = ۲$ (ص۶۸)	۱/۵
۲۱۵	نادرست	۰/۲۵
۲۱۶	الف) $A = (۲,۰,۰)$ و $B = (۰,-۳,۴)$ مختصات وسط پاره خط AB برابر است با $M = \left(\frac{۲+۰}{۲}, \frac{۰+(-۳)}{۲}, \frac{۰+۴}{۲}\right) = (۱, \frac{-۳}{۲}, ۲)$ $OM = \sqrt{۱ + \frac{۹}{۴} + ۴} = \sqrt{\frac{۲۹}{۴}}$ ب) $\sqrt{۳^۲ + ۴^۲ + ۵^۲} = ۵\sqrt{۲}$	۲
۲۱۷	yoz	۰/۲۵
۲۱۸	الف : $A = (۲ , ۰ , ۰)$, $B = (۱ , ۰ , ۳)$ ب : $AB = \sqrt{(۲-۱)^۲ + (۰-۰)^۲ + (۰-۳)^۲} = \sqrt{۱۰}$ پ : $M = \left(\frac{۲+۱}{۲} , \frac{۰+۰}{۲} , \frac{۰+۳}{۲}\right) = \left(\frac{۳}{۲} , ۰ , \frac{۳}{۲}\right)$	۲
۲۱۹	۶	۰/۲۵
۲۲۰	الف : $b = -۳$ ب : محور z ها پ : نقطه $A = (۰ , ۲ , ۳)$ و مختصات وسط AB برابر است با : $\left(۰ \text{ و } ۴ \text{ و } -۲\right)$	۱/۵
۲۲۱	نقاط A , B زیرا در این دو نقطه $z = ۱$, $y = ۲$ می باشد.	۱
۲۲۲	الف : بردار $\vec{a}$ در ناحیه ۵ واقع است. ب: $۲\vec{a} - \vec{b} = (۲,۲,-۱) \quad \Rightarrow \quad \left|۲\vec{a} - \vec{b}\right| = \sqrt{۴ + ۴ + ۱} = ۳$	۱/۵
۲۲۳	الف : نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = ۰ \\ z = ۰ \end{cases}$ در فضای $R^۳$ همان معادله محور yها است.	۲

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

	معادله ی $x = ۰$ معادله ی صفحه ی yz که شامل محور y ها است. ب : $\vec{a} + ۲\vec{b} = (۲, -۱, ۳) + ۲(۱, ۲, ۰) = (۴, ۳, ۳)$ $\lvert\vec{a} + ۲\vec{b}\rvert = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲ + ۳^۲} = \sqrt{۳۴}$	
۲۲۴	$\vec{b} = -۶\vec{j} + ۸\vec{k} = (۰, -۶, ۸)$ $r\vec{b} = -\frac{۱}{۲}(۰, -۶, ۸) = (۰, ۳, -۴) \quad \Rightarrow \quad \lvert r\vec{b}\rvert = \sqrt{۰^۲ + ۳^۲ + (-۴)^۲} = ۵$ $r\vec{a} = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۸}, ۲, ۴) = (-\sqrt{۲}, -۱, -۲)$ $r\vec{a} + \vec{b} = (-\sqrt{۲}, -۱, -۲) + (۰, -۶, ۸) = (-\sqrt{۲}, -۷, ۶)$	۱/۵
۲۲۵	موازی	۰/۲۵
۲۲۶	هر نقطه روی محور xها ، عرض و ارتفاع آن صفر است . پس این معادله نشان دهنده محور x ها است. معادله ی $y = ۰$ یعنی صفحه ی xoz می باشد و محور xها منطبق بر آن است.	۱
۲۲۷	درست	۰/۲۵
۲۲۸	الف : $A(۰, ۴, ۳)$ ب : $AD: \begin{cases} ۰ \le x \le ۲ \\ y = ۴ \\ z = ۳ \end{cases}$, $ADFG: \begin{cases} x = ۲ \\ ۰ \le y \le ۴ \\ ۰ \le z \le ۳ \end{cases}$	۱/۵
۲۲۹	$\lvert AB\rvert = \sqrt{(۳-۳)^۲ + (-۲-۱)^۲ + (۲-۲)^۲} = ۳$ معادلات مربوط به پاره خط AB $x = ۳$, $-۲ \le y \le ۱$, $z = ۲$	۱/۲۵
۲۳۰	معادلات مربوط به پاره خط AB : $-۱ \le x \le ۲$, $y = ۱$, $z = ۳$	۰/۵
۲۳۱	$\vec{a} = (۰, ۲, -۳)$ $\vec{c} = ۲\vec{b} - \vec{a} = ۲(۰, ۱, -۱) - (۰, ۲, -۳) = (۰, ۰, ۱)$ $\lvert\vec{c}\rvert = \sqrt{۰^۲ + ۰^۲ + ۱^۲} = ۱$	۰/۷۵
۲۳۲	الف : $z = ۴$	۱/۵

	ب : محور yها پ: نقطه $A(۲,۰,۰)$ و مختصات وسط AB برابر است با $(-۱,۳,-\frac{۳}{۲})$	
۰/۲۵	درست	۲۳۳
۱	$\vec{a}-۲\vec{b}=(۲,۰,-۱)-(۲,۴,۲)=(۰,-۴,-۳) \quad \Rightarrow \quad \lvert\vec{a}-۲\vec{b}\rvert=\sqrt{۱۶+۹}=۵$	۲۳۴
۱	$\vec{a}=(۳,۲,-۱)$ $r\vec{b}-\vec{a}=۲\vec{b}-\vec{a}=(۶,۲,-۲)-(۳,۲,-۱)=(۳,۰,-۱)$	۲۳۵

درس دوم : ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها

۱/۵	ص ۷۸ $\cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert} \quad \Rightarrow \quad -\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۲-n}{\sqrt{۲}\times\sqrt{۴+۱+n^۲}} \quad \Rightarrow \quad \frac{n-۲}{\sqrt{n^۲+۵}}=۱$ $n^۲+۵=n^۲-۴n+۴ \quad \Rightarrow \quad n=-\frac{۱}{۴}$	۲۳۶
۱/۲۵	ص ۸۰ $\vec{a}=r\vec{b}$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b}=\frac{(r\vec{b}).\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b}=\frac{r\lvert\vec{b}\rvert^۲}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b}=r\vec{b}=\vec{a}$	۲۳۷
۲	الف) ص ۷۶ $۲\vec{b}=(۲,۰,۲) \quad , \quad \lvert۲\vec{b}-\vec{c}\rvert=\lvert(۲,-۲,۱)\rvert=۳$ ب) ص ۸۱ $\vec{b}+\vec{c}=(۱,۲,۲)$ $S=\lvert\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})\rvert=\lvert(۸,-۵,۱)\rvert=۳\sqrt{۱۰}$	۲۳۸
۱	$\vec{a}\perp\vec{b} \Rightarrow \vec{a}.\vec{b}=۰ \Rightarrow ۲(m+۱)+۳m-۲=۰ \Rightarrow m=۰$	۲۳۹
۲	$\vec{a}.\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta \Rightarrow ۱۰=۳\times۵\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{۲}{۳} \quad , \quad \sin\theta=\frac{\sqrt{۵}}{۳}$	۲۴۰

	$\|\vec{a}\times\vec{b}\| = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\sin\theta = ۵\sqrt{۵} \quad \longrightarrow \quad S_\Delta = \frac{۱}{۲}\|\vec{a}\times\vec{b}\| = \frac{۵\sqrt{۵}}{۲}$	
۱/۲۵	۲۴۱ روش اول : $(\vec{b}\times\vec{c}) = (۶,۴,-۴) \qquad v = \|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\| = \|(۱,۰,۱).(۶,۴,-۴)\| = ۱۰$ روش دوم : $v = \|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\| = \begin{vmatrix} ۱ & ۰ & -۱ \\ ۰ & ۲ & ۲ \\ ۲ & -۳ & ۰ \end{vmatrix} = ۱۰$	
۰/۲۵	۲۴۲ صفر (ص۸۴)	
۰/۵	۲۴۳ نادرست $\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k}$ (ص۷۹)	
۱/۷۵	۲۴۴ الف) (ص۷۸) $\vec{a} = (۲,۳,-۱) \quad , \quad \vec{b} = (۱,۰,۱)$ $\vec{a}.\vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta \quad \rightarrow \quad ۱ = \sqrt{۱۴}\sqrt{۲}\cos\theta \quad \rightarrow \quad \cos\theta = \frac{۱}{۲\sqrt{۷}}$ ب) (ص۷۹) $\vec{d} = \vec{b}-\vec{c} = (۱,-۲,۰) \qquad \overrightarrow{a'} = \frac{\vec{a}.\vec{d}}{\|\vec{d}\|^۲}\vec{d} = \frac{-۴}{۵}(۱,-۲,۰)$	
۱	۲۴۵ $\|۲\vec{a}\times\vec{b}\| = \|۲\vec{a}\|\|\vec{b}\|\sin ۳۰^\circ = ۲(۶)(۴)\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۲۴$ (ص۸۱)	
۱/۵	۲۴۶ (ص۸۴) $\overrightarrow{AB} = (۱,۲,۱) \quad , \quad \overrightarrow{AC} = (-۳,۲,-۳)$ $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} = (-۸,۰,۸) \qquad S_{ABC} = \frac{۱}{۲}\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\| = ۴\sqrt{۲}$	
۱	۲۴۷ (ص۷۹) $\vec{a}.\vec{b} = ۰ \quad \leftrightarrow \quad \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta = ۰ \quad \overset{\|\vec{a}\|\neq ۰ \,,\, \|\vec{b}\|\neq ۰}{\longleftrightarrow} \quad \cos\theta = ۰ \quad \leftrightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{۲}$	
۰/۲۵	۲۴۸ صفر	
۲	۲۴۹ الف)	

	$\vec{a}.\vec{b} = ۲ + ۱ + ۰ = ۳ \quad \cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert} = \frac{۳}{۳\sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \quad \longrightarrow \quad \theta = ۴۵$ ب) بردار عمود بر دو بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ $\vec{a} \times \vec{b} = (۲,-۱,۲) \times (۱,-۱,۰) = (۲,۲,-۱)$	
۱/۵	$\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert \sin\theta \quad \longrightarrow \quad ۷۲ = ۳(۲۶)\sin\theta \quad \longrightarrow \quad \sin\theta = \frac{۱۲}{۱۳}$ $\cos\theta = \frac{۵}{۱۳} \quad \longrightarrow \quad \vec{a}.\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta = ۳(۲۶)\frac{۵}{۱۳} = ۳۰$	۲۵۰
۰/۲۵	درست	۲۵۱
۱/۲۵	$\vec{a}.\vec{b} = ۲ \times ۱ + (-۱)(-۱) + ۲ \times ۰ = ۳ \quad , \quad \lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{۱^۲ + (-۱)^۲ + ۰^۲} = \sqrt{۲}$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b} = \frac{۳}{۲}(۱,-۱,۰) = (\frac{۳}{۲},-\frac{۳}{۲},۰)$	۲۵۲
۱/۲۵	$\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert sin\theta \quad \Rightarrow \quad ۷۲ = ۳ \times ۲۶ sin\theta \quad \Rightarrow \quad sin\theta = \frac{۷۲}{۳ \times ۲۶} = \frac{۱۲}{۱۳}$ $cos\theta = \pm\sqrt{۱ - sin^۲\theta} = \pm\sqrt{۱ - \left(\frac{۱۲}{۱۳}\right)^۲} = \pm\frac{۵}{۱۳} \xrightarrow{\theta<۹۰} cos\theta = \frac{۵}{۱۳}$ $\vec{a}.\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert cos\theta = ۳۰$	۲۵۳
۱	$\vec{b}.(\vec{a} \times \vec{c}) = ۰ \quad \Rightarrow \quad (۰, m, -۱).(۳, -۳, -۳) = ۰ \quad \Rightarrow \quad -۳m + ۳ = ۰ \quad \Rightarrow m = ۱$	۲۵۴
۰/۲۵	نادرست	۲۵۵
۱/۵	$\vec{b} + \vec{c} = (۲, -۳, ۶) \quad , \quad \vec{a}' = \frac{\vec{a}.(\vec{b}+\vec{c})}{\lvert\vec{b}+\vec{c}\rvert^۲}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{۳۵}{۴۹}(۲, -۳, ۶)$	۲۵۶
۱/۲۵	$\lvert\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\rvert^۲ = \lvert\vec{o}\rvert^۲ \quad \Rightarrow \quad \lvert\vec{a}\rvert^۲ + \lvert\vec{b}\rvert^۲ + \lvert\vec{c}\rvert^۲ + (\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = ۰ \quad \Rightarrow$ $۱ + ۴ + ۹ + ۲(\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = ۰ \quad \Rightarrow \quad (\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = -۷$	۲۵۷
۱/۲۵	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{O} \quad \Leftrightarrow \quad \lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{O}\rvert \quad \Leftrightarrow \quad \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times sin\theta = ۰$	۲۵۸

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور - صدقی)

	$\overset{\|\vec{a}\|,\|\vec{b}\|\neq ۰}{\longleftrightarrow} \quad sin\theta = ۰ \Leftrightarrow \theta = ۰ \text{ یا } ۰ \theta = \pi \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} \parallel \vec{b}$	
۲	الف : برداری عمود بر دو بردار $-۲\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با : $-۲\vec{b} \times \vec{c} = \left(۲ \text{ و } ۰ \text{ و } -۲\right) \times (۲ , ۱ , -۲) = (۴ , ۴ , ۶)$ ب : حجم متوازی السطوح تولید شده سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با : $\left\|\left(\vec{a}.\left(\vec{b} \times \vec{c}\right)\right)\right\| = \|(۲ , ۳, ۱).(-۲ , -۲ , -۳)\| = ۱۳$	۲۵۹
۱	$\vec{a}.\vec{b} = ۰ \Rightarrow \|\vec{a}\|\|b\|cos\theta = ۰ \xrightarrow{\|\vec{a}\|,\|b\|\neq ۰} cos\theta = ۰ \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۲}$	۲۶۰
۱	$\vec{a}' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{b}\|^۲}\vec{b} = \frac{۲ + ۱ + ۰}{۱ + ۱ + ۰}(۱, -۱ , ۰) = \frac{۳}{۲}(۱ , -۱ , ۰)$	۲۶۱
۱	$\vec{a} \times \vec{b} = (۳ , ۲ , ۱) \times (۲ , ۰ , ۱) = (۲ , -۱ , -۴)$ $S = \left\|\vec{a} \times \vec{b}\right\| = \sqrt{۴ + ۱ + ۱۶} = \sqrt{۲۱}$	۲۶۲
۲	$cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|} = \frac{۳}{۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۴}$ $\vec{a} \times \vec{b} = (۲ , -۱ , ۲) \times (۱ , -۱ , ۰) = (۲ , ۲ , -۱)$	۲۶۳
۱/۲۵	$\vec{a}.\vec{b} = ۰ \times ۲ + ۱(-۱) + ۱(-۲) = ۳$ $\|\vec{a}\| = \sqrt{۰^۲ + (-۱)^۲ + (-۱)^۲} = \sqrt{۲}$ $\|\vec{b}\| = \sqrt{۲^۲ + (-۱)^۲ + (-۲)^۲} = \sqrt{۹} = ۳$ $cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{a}\| \times \|\vec{b}\|} = \frac{۳}{۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۴}$	۲۶۴
۰/۲۵	نادرست	۲۶۵

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۶۶ ۱/۲۵

$\vec{a}\|\vec{b} \xrightarrow{\exists r\in R} \vec{b}=r\vec{a} \Rightarrow (b_1,b_2,b_3)=(ra_1,ra_2,ra_3)$

$\vec{a}\times\vec{b}=(ra_1,ra_2,ra_3)\times(b_1,b_2,b_3)=(b_1,b_2,b_3)\times(b_1,b_2,b_3)=(0,0,0)=\vec{O}$

اثبات برعکس این مطلب را می توان به شکل زیر نوشت:

$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{O} \Rightarrow |\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{O}| \Rightarrow |\vec{a}\times\vec{b}|=0$

$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\times|\vec{b}|sin\theta \Rightarrow sin\theta=0 \Rightarrow \theta=0$ یا $\theta=\pi$

لذا $\vec{a}\|\vec{b}$

۲۶۷ ۲/۲۵

الف :

$\vec{a}.\vec{b}=-4(1)+3(-1)+(-5)(1)=-12$

$|\vec{b}|=\sqrt{1^2+(-1)^2+(1)^2}=\sqrt{3}$

$\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}=\frac{-12}{3}(1,-1,1)=-4(1,-1,1)=(-4,4,-4)$

ب :بردار حاصل ضرب خارجی دو بردار $\vec{b}$, $\vec{a}$ و هر مضربی غیر صفر آن ، بر هر دو بردار $\vec{b}$, $\vec{a}$ عمود است. در اینجا فقط کافی است ضرب خارجی را تعیین کنیم.

$\vec{a}\times\vec{b}=(3,-2,1)\times(-2,-1,1)=(-2,-1,1)$

ج: مساحت مثلثی که با دو بردار $\vec{b}$, $\vec{a}$ تشکیل می شود ، برابر نصف اندازه ی حاصل ضرب خارجی این دو بردار است. یعنی:

$|\vec{a}\times\vec{b}|=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+(1)^2}=\sqrt{6}$ و $S=\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|=\frac{1}{2}\sqrt{6}$

۲۶۸ ۲

الف:

$\vec{a}.\vec{b}=-2(0)+0(2)+(2)(2)=4$

$\vec{a}=(-2,0,2) \Rightarrow |\vec{a}|=\sqrt{4+0+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\vec{b}=(0,2,2) \Rightarrow |\vec{b}|=\sqrt{0+4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|\times|\vec{b}|}=\frac{4}{2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}=\frac{1}{2} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{3}$

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صادقی)

	ب: $\vec{a}+\vec{b}=(-۲,۰,۲)+(۰,۲,۲)=(-۲,۲,۴)$ $(\vec{a}+\vec{b}).\vec{b}=-۲(۰)+۲(۲)+۴(۲)=۱۲$ $(\vec{a}+\vec{b})'=\frac{(\vec{a}+\vec{b}).\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{۱۲}{۸}(۰,۲,۲)=(۰,۳,۳)$	
۲۶۹	الف: در ناحیه چهارم ب : $\vec{a}+۲\vec{b}=(۳,-۲,۱)+۲(-۲,۱,-۱)=(-۱,۰,-۱)$, $\lvert\vec{a}+۲\vec{b}\rvert=\sqrt{۱+۰+۱}=\sqrt{۲}$ ج : $\vec{a}\times\vec{b}=(۳,-۲,۱)\times(-۲,۱,-۱)=(۱,۱,-۱)$	۲
۲۷۰	فرض می کنیم $\vec{a}=(a_۱,a_۲,a_۳)$ پس داریم: $\vec{a}.\vec{a}=a_۱a_۱+a_۲a_۲+a_۳a_۳=a_۱^{۲}+a_۲^{۲}+a_۳^{۲}=\lvert\vec{a}\rvert^{۲}$	۱
۲۷۱	نادرست	۰/۲۵
۲۷۲	الف : $\vec{a}.\vec{b}=۱(-۲)+۲(۰)+(۳)(۲)=۴$ $\lvert\vec{b}\rvert=\sqrt{(-۲)^{۲}+(۰)^{۲}+(۲)^{۲}}=۲\sqrt{۲}$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{۴}{۸}(-۲,۰,۲)=(-۱,۰,۱)$ ب: $۲\vec{a}-\vec{b}=۲(۱,۲,۳)-(-۲,۰,۲)=(۴,۴,۴)$ $\lvert۲\vec{a}-\vec{b}\rvert=\sqrt{۴^{۲}+۴^{۲}+۴^{۲}}=۴\sqrt{۳}$	۱/۵
۲۷۳	$\vec{k}.(\vec{\imath}\times\vec{\jmath})=\vec{k}.\vec{k}=\lvert\vec{k}\rvert=۱$	۰/۲۵
۲۷۴	$\overrightarrow{AB}=(۲,-۲,-۱)$, $\overrightarrow{AC}=(۱,-۳,۱)$ $S=\frac{۱}{۲}\lvert\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\rvert=\frac{۱}{۲}\lvert(-۵,-۳,-۴)\rvert=\frac{۱}{۲}\sqrt{۲۵+۹+۱۶}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۵۰}$	۱/۵
۲۷۵	صفر	۰/۲۵

۲۷۶	$\vec{a}=r\vec{b} \quad , \quad \vec{a}.\vec{b}=r.\vec{b}.\vec{b}=r\lvert\vec{b}\rvert^{۲}$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{r\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=r\vec{b}=\vec{a}$	۱/۲۵
۲۷۷	درست	۰/۲۵
۲۷۸	$\vec{i}.(\vec{j}\times\vec{k})=\vec{i}.\vec{i}=\lvert\vec{i}\rvert^{۲}=۱$	۱
۲۷۹	$\lvert\vec{a}\rvert\geq ۰ \quad و \quad \lvert\vec{b}\rvert\geq ۰ \quad \Rightarrow \quad \lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert\geq ۰$ $-۱\leq cos\theta\leq ۱ \Rightarrow \lvert cos\theta\rvert\leq ۱ \xrightarrow{\times(\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert)} \lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert\times\lvert cos\theta\rvert\leq\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert \Rightarrow \lvert\vec{a}.\vec{b}\rvert\leq\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert$	۱
۲۸۰	$\vec{a}.\vec{b}=m(۱)+(-۱)(-۱)+(۲)(۰)=m+۱$ $\vec{a}=(m,-۱,۲) \Rightarrow \lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{m^{۲}+۱+۴}=\sqrt{m^{۲}+۵}$ $\vec{b}=(۱,-۱,۰) \Rightarrow \lvert\vec{b}\rvert=\sqrt{۱+۱+۰}=\sqrt{۲}$ $cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert}=\frac{m+۱}{\sqrt{m^{۲}+۵}\times\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow ۱=\frac{m+۱}{\sqrt{m^{۲}+۵}} \Rightarrow m+۱=\sqrt{m^{۲}+۵}$ $m^{۲}+۲m+۱=m^{۲}+۵ \Rightarrow ۲m=۴ \Rightarrow m=۲$	۱/۵
۲۸۱	$\vec{a}.\vec{b}=۵(۱)+(-۱)(-۱)+(۲)(۰)=۶$ $\lvert\vec{b}\rvert^{۲}=(۱)^{۲}+(-۱)^{۲}+(۰)^{۲}=۲$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^{۲}}\vec{b}=\frac{۶}{۲}(۱,-۱,۰)=(۳,-۳,۰)$	۱
۲۸۲	$\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert sin\theta \Rightarrow ۱۲=۸\times۳sin\theta \Rightarrow sin\theta=\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۱}{۲}$ $cos\theta=\pm\sqrt{۱-sin^{۲}\theta}=\pm\sqrt{۱-\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}}=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\vec{a}.\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\times\lvert\vec{b}\rvert cos\theta=۸\times۳\times\left(\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)=\pm۱۲\sqrt{۳}$	۱/۲۵

۲۸۳	$\vec{a} \times \vec{b} = (۲, -۴, -۱)$ $(\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c} = ۲(۳) + (-۴)(۲) + (-۱)(۱) = -۳$ $\lvert(\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c}\rvert = \lvert-۳\rvert = ۳$ حجم متوازی السطوح	۱
۲۸۴	الف : $\vec{a} + \vec{b} = (۱, ۴, ۱)$, $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = (۱, ۴, ۱) \times (۲, ۱, -۲) = (-۹, ۴, -۷)$ ب : $\vec{b} \times \vec{c} = (-۲, -۲, -۳)$, $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}) = (۲, ۳, ۱) \times (-۲, -۲, -۳) = -۱۳$ $S = \lvert\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c})\rvert = \lvert-۱۳\rvert = ۱۳$	۲
۲۸۵	صفر $(\vec{a}.\vec{b} = ۰)$	۰/۲۵
۲۸۶	الف : $\vec{a}.\vec{b} = ۱(-۲) + (-۳)(۱) + (۲)(-۵) = -۱۵$ $\lvert\vec{b}\rvert^۲ = (-۲)^۲ + (۱)^۲ + (-۵)^۲ = ۳۰$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^۲}\vec{b} = \frac{-۱۵}{۳۰}(-۲, ۱, -۵) = \left(۱, -\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۲}\right)$ ب : $\vec{a} \times \vec{b} = (۱, -۳, ۲) \times (-۲, ۱, -۵) = (۱۳, ۱, -۵)$ یا $\vec{b} \times \vec{a} = (-۲, ۱, -۵) \times (۱, -۳, ۲) = (-۱۳, -۱, ۵)$	۱/۷۵
۲۸۷	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{O} \Leftrightarrow \lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{O}\rvert \Leftrightarrow \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times sin\theta = ۰$ $\xleftarrow{\lvert\vec{a}\rvert, \lvert\vec{b}\rvert \neq ۰}$ $sin\theta = ۰ \Leftrightarrow \theta = ۰$ یا $\theta = \pi \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$	۱
۲۸۸	$\vec{b} \times \vec{c} = (۸, -۷, -۵)$ $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}) = ۱(۸) + m(-۷) + (-۱۱)(-۵) = ۸ - ۷m + ۵۵ = ۰ \Rightarrow m = ۹$	۱

گروه ریاضی استان اردبیل (پیله ور – صدقی)

۲۸۹	$cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert} = \frac{۱۲}{۴ \times ۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۳}$ $S = \frac{۱}{۲}\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \frac{۱}{۲}\lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times sin\theta = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۶\sqrt{۳}$	۱/۲۵
۲۹۰	$\vec{a}.\vec{b} = ۰ \Leftrightarrow \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times cos\theta = ۰ \xleftrightarrow{\lvert\vec{a}\rvert,\lvert\vec{b}\rvert \neq ۰} cos\theta = ۰ \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{۲}$	۱
۲۹۱	$\vec{u} = \vec{b} + \vec{c} = (۲, -۳, ۶) \Rightarrow \lvert\vec{u}\rvert = \sqrt{۴ + ۹ + ۳۶} = ۷$ $\vec{a}.\vec{u} = (-۱)(۲) + (-۳)(-۳) + (۰)(۶) = ۷$ $\vec{a'} = \frac{\vec{a}.\vec{u}}{\lvert u\rvert^۲}\vec{b} = \frac{۷}{۴۹}(۲, -۳, ۶) = \left(\frac{۲}{۷}, -\frac{۳}{۷}, \frac{۶}{۷}\right)$	۱
۲۹۲	$\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert \times sin\theta \Rightarrow ۷۲ = ۳ \times ۲۶ \times sin\theta \Rightarrow sin\theta = \frac{۱۲}{۱۳}$ $cos\theta = \pm\sqrt{۱ - sin^۲\theta} = \pm\sqrt{۱ - \left(\frac{۱۲}{۱۳}\right)^۲} = \pm\frac{۵}{۱۳}$ $\vec{a}.\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \times \lvert\vec{b}\rvert cos\theta = ۳ \times ۲۶ \times \left(\pm\frac{۵}{۱۳}\right) = \pm ۳۰$	۱/۵
۲۹۳	$\vec{a} \times \vec{b} = (-۱, -۱, -۱) \quad , \quad S = \lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \sqrt{۱ + ۱ + ۱} = \sqrt{۳}$	۱

امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور – میکائیل صدقی

دی ماه ۱۴۰۱