

ارزیابی نهایی درس ۱

۱- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

(الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد ، آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.

(ب) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است.

(پ) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱ ، عدد $2^n - 1$ اول است.

(ت) برای هر d و عدد حقیقی x, y ، داریم : $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

(ث) اگر a, b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آنگاه $a = 0$ یا $b = 0$.

(ج) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم : $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$

(چ) حاصل جمع هر دو عدد گنگ ، عددی گنگ است.

(ح) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

(خ) هیچ عدد صحیح مانند x, y وجود ندارند که رابطه $x^2 + y^2 = (x+y)^2$ برقرار باشد .

(د) اگر $a > 0$ باشد ، آنگاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$

(ذ) مربع هر عدد فرد ، عدد فرد است.

(ر) عدد حقیقی مانند x وجود دارد که $x^3 < x^2$.

۲- هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض رد کنید.

(الف) مجموع هر دو عدد گنگ ، عددی گنگ است.

(ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم ، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.

۳- عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ ، عددی (گنگ ، گویا) است.

۴- ثابت کنید اگر a, b دو عدد حقیقی نامنفی باشند ، داریم : $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a.b}$

۵- به روش بازگشتی ، ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی ، کوچکتر یا مساوی با نصف مجموع مربعات آنها است.