

درسنامه و نکات کلیدی

فصل هفتم

پایه نهم

مسعود زیر کاری

عبارت های گویا

ناحیه یک زاهدان

عبارت گویا: کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشند.

$$\frac{4x^2 - 1}{2x + 3} \text{ و } \frac{\sqrt{5}x}{2} \text{ و } \frac{x - 3}{x} \quad \text{مانند:}$$

نکته: عبارتی که متغیر آن توان منفی یا زیر رادیکال یا داخل قدر مطلق یا در مخرج کسر یا در توان باشد. گویا نیست.

$$|x - 2| \text{ و } \frac{x^y}{3} \text{ و } \frac{4 - \sqrt{x}}{3x} \quad \text{مانند:}$$

نکته: عبارت گویا به ازای مقادیری که مخرج کسر را صفر می کند تعریف نشده است.

نکته: برای به دست آوردن مقادیر تعریف نشده، عبارت را نباید ساده کرد.

مثال: عبارت های گویا زیر به ازای چه مقادیری از مخرج کسر تعریف نشده است.

(مخرج کسر را مساوی صفر قرار داده تا مقادیر تعریف نشده مشخص شوند)

$$\frac{x^2 - 5}{2x - 10} \Rightarrow 2x - 10 = 0 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5 \quad (\text{عبارت گویا به ازای } (x = 2) \text{ تعریف نشده است})$$

$$\frac{x - 4}{x^2 - 4} \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

(عبارت گویا به ازای $(x = -2$ و $x = 2)$ تعریف نشده است)

ساده کردن عبارت گویا: برای ساده کردن صورت و مخرج را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری نوشته سپس

عبارت های مساوی را از صورت و مخرج ساده می کنیم.

نکته: برای ساده کردن عبارت های گویا از فاکتورگیری و اتحاد استفاده می کنیم.

مثال: عبارت های گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \frac{(x - 2)\cancel{(x + 2)}}{x\cancel{(x + 2)}} = \frac{(x - 2)}{x} \quad \text{فاکتورگیری}$$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9} \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} \frac{\cancel{(x - 3)}(x - 2)}{\cancel{(x - 3)}(x - 3)} = \frac{(x - 2)}{(x - 3)}$$

ضرب عبارت های گویا: در ضرب عبارت های گویا ابتدا ساده می کنیم سپس صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می کنیم.

تقسیم عبارت های گویا: ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم یعنی کسر اولی را در معکوس کسر دومی ضرب می کنیم.

مثال: حاصل ضرب و تقسیم عبارت های گویا زیر را به دست آورید.

$$\frac{x+5}{3x+6} \times \frac{x+2}{x^2-25} = \frac{\cancel{(x+5)}}{3(x+2)} \times \frac{\cancel{(x+2)}}{(x-5)\cancel{(x+5)}} = \frac{1}{3(x-5)}$$

$$\frac{x^2-2x-15}{x+3} \div \frac{x^2-x-12}{2x+6} = \frac{(x-5)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}} \times \frac{2(x+3)}{(x-4)\cancel{(x+3)}} = \frac{2(x-5)}{(x-4)}$$

جمع و تفریق عبارت های گویا: بین مخرج ها مخرج مشترک (ک.م.م) مخرج ها را انتخاب می کنیم.

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2x+3}{x+1} + \frac{x-4}{x-2} = \frac{(2x+3)(x-2) + (x-4)(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{3x^2-4x-10}{(x+1)(x-2)}$$

$$\frac{x-1}{x-3} - \frac{x+5}{x^2-9} = \frac{(x-1)(x+3) - (x+5)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+x-8}{(x-3)(x+3)}$$

ساده کردن عبارت های مرکب: عبارت صورت کسر و عبارت مخرج کسر را جداگانه جواب داده و در آخر حاصل عبارت صورت را

برحاصل عبارت مخرج تقسیم می کنیم.

@riaziat789

مثال: حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\frac{\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} + 1}{1 - \frac{6}{x^2} - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{3-4x+x^2}{x^2}}{\frac{x^2-6-x}{x^2}} = \frac{(x-3)(x-1)}{\cancel{x^2}} \times \frac{\cancel{x^2}}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x-1)}{(x+2)}$$

تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای: (۱) علامت ها در هم ضرب شده (۲) اعداد با هم ساده می شوند (۳) حروف (متغیرها) با هم

ساده می شوند: (در ساده کردن متغیرها از قاعده تقسیم اعداد توان دار استفاده می شود)

مثال: عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{-18x^5y^2z^4}{12x^3y^3z^4} = \frac{-18}{12} \times \frac{x^5}{x^3} \times \frac{y^2}{y^3} \times \frac{z^4}{z^4} = -\frac{3x^2}{2y}$$

تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای : تک تک جملات صورت کسر را بر مخرج کسر تقسیم می کنیم.

مثال : عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{4x^5 - 6x^3 + 12x}{2x} = \frac{4x^5}{2x} - \frac{6x^3}{2x} + \frac{12x}{2x} = 2x^4 - 3x^2 + 6$$

@riaziat789

تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای : برای این تقسیم مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

(۱) ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را به شکل استاندارد یعنی از بیشترین درجه (توان) به کمترین درجه می نویسیم.

(۲) اولین جمله ی مقسوم را بر اولین جمله ی مقسوم علیه تقسیم کرده و حاصل را در خارج قسمت می نویسیم.

(۳) خارج قسمت را در تک تک جملات مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل را زیر عبارت مقسوم نوشته و دو عبارت را از هم کم می کنیم.

(۴) برای چند جمله ای به دست آمده مراحل ۲ و ۳ را تکرار کنیم و این تکرار را تا جایی ادامه می دهیم که درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

مثال : خارج قسمت و باقی مانده تقسیم $(4x - x^2 + 7 + 2x^2) \div (x - 2)$ زیر را به دست آورید.

| | | |
|--|---|---|
| $\begin{array}{r} x^2 + 4x + 7 \\ -(x^2 - 2x) \\ \hline 6x + 7 \\ -(6x - 12) \\ \hline 19 \end{array}$ | $\left \begin{array}{l} x - 2 \\ \hline x + 6 \end{array} \right.$ | <p>مرحله اول (استاندارد کردن عبارت): $4x - x^2 + 7 + 2x^2 = x^2 + 4x + 7$</p> <p>مرحله دوم (تقسیم مقسوم بر مقسوم علیه): $\frac{x^2}{x} = x$</p> <p>مرحله سوم (حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه): $x(x - 2) = x^2 - 2x$</p> <p>رابطه تقسیم: $(x - 2)(x + 6) + 19 = x^2 + 4x + 7$</p> |
|--|---|---|

نکته : اگر در تقسیم دو عبارت باقی مانده صفر شود. مقسوم بر مقسوم علیه بخشپذیر است.

مثال : مقدار a طوری بیابید که چند جمله ای $x^4 - 3x^2 + a - 3$ بر $x^2 - 5$ بخشپذیر باشد.

| | | |
|---|---|--|
| $\begin{array}{r} x^4 - 3x^2 + a - 3 \\ -(x^4 - 5x^2) \\ \hline 2x^2 + a - 3 \\ -(2x^2 - 10) \\ \hline a + 7 \end{array}$ | $\left \begin{array}{l} x^2 - 5 \\ \hline x^2 + 2 \end{array} \right.$ | <p>بخشپذیر بودن یعنی باقی مانده تقسیم صفر شود :</p> <p>$a + 7 = 0 \Rightarrow a = -7$</p> |
|---|---|--|