

۱- به اطلاعات داده شده در مسئله ..... می گویند.

۲- مجموع زاویه های داخلی هر مثلث ..... درجه است.

۳- به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه دهد ..... می گوئیم.

۴- دلیل آوردن و استفاده از دانسته های قبلی برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است را ..... می نامند. (اثبات، استدلال)

۵- در مسئله « آیا در هر متوازی الاضلاع زاویه های روبرو با هم برابرند » متوازی الاضلاع بودن شکل ..... مسئله است.

\*\*\*\*\*

جملات درست و نادرست را مشخص کنید.

۶- دو لوزی دلخواه همواره متشابه اند **حسین**

۷- دو مثلث متساوی الاضلاع دلخواه متشابهند. **ب**

۱ در هر مربع ضلع ها با هم برابرند.  
 ۲ در چهار ضلعی ABCD ضلع ها برابر نیستند.  
 نتیجه ← چهار ضلعی ABCD مربع نیست. **دریس**

\*\*\*\*\*

چهارگزینه ای

۷- اگر در یک لوزی دارای زاویه ۵۰ درجه و لوزی دیگری دارای زاویه ..... باشد، دو لوزی متشابه اند.

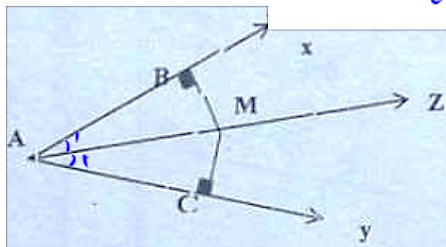
- ۴) ۷۵°      ۳) ۱۲۰°      ۲) ۱۰۰°      ۱) ۴۰°

\*\*\*\*\*

سوالات تشریحی

۸-الف) ثابت کنید هر نقطه روی نیم ساز زاویه xAy از ضلع های Ax و Ay به یک فاصله است.

**MB = MC** **کج**



$$\left. \begin{matrix} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AM = AM \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta AMB \cong \Delta AMC$$

**ل.ا**  
**MB = MC**

ب) دو مربع متشابه اند و نسبت تشابه آنها  $\frac{3}{5}$  است. اگر ضلع مربع بزرگتر ۳۰ سانتی متر باشد، ضلع مربع کوچکتر چقدر است؟

$$\frac{\text{مربع کوچکتر}}{\text{مربع بزرگتر}} = \frac{3}{5} = \frac{x}{30}$$

$$x = 18$$

۹- در یک نقشه، مقیاس ۱ به ۲۰۰۰ است. فاصله ی دو نقطه روی نقشه ۳ سانتی متر است. فاصله ی این دو نقطه در اندازه واقعی چند سانتی متر است؟

$$\frac{\text{نقشه}}{\text{واقعی}} = \frac{1}{2000} = \frac{3}{x}$$

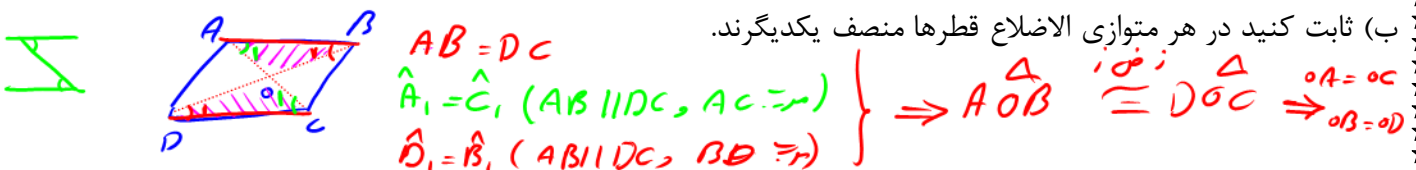
$$x = 3 \times 2000 = 6000 \text{ متر}$$

۱۰- الف) در یک نقشه مقیاس  $\frac{1}{300}$  است. فاصله دو نقطه در نقشه ۴ سانتی متر است. فاصله واقعی این دو نقطه چند سانتی متر است؟

$$\frac{1}{300} = \frac{4}{x}$$

$$x = 300 \times 4 = 1200 \text{ متر}$$

ب) ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع قطرهای منصف یکدیگرند.



۱۱- در یک نقشه مقیاس ۱ به ۳۰۰ است، فاصله دو نقطه در اندازه واقعی ۱۲۰۰ سانتی متر است. فاصله این دو نقطه روی نقشه چند سانتی متر است؟

$$\frac{\text{نقشه}}{\text{واقعی}} = \frac{1}{300} = \frac{x}{1200}$$

$$x = 4$$

۱۲- دو لوزی متشابه اند و نسبت تشابه آن ها  $\frac{3}{5}$  است. اگر اندازه ضلع لوزی بزرگ ۲۰ سانتی متر باشد، اندازه ضلع لوزی کوچک تر چند سانتی متر است؟

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{20} \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{5} = 12$$

۱۳- ثابت کنید هر نقطه که روی نیمساز زاویه قرار دارد از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

$$\frac{5}{10} = \frac{3}{x-2}$$

۱۴- مستطیلی به طول ۱۰ و عرض  $x-2$  با مستطیل دیگر به طول ۵ و عرض ۳ متشابه است.



الف) مقدار x را پیدا کنید.

ب) نسبت تشابه دو مستطیل چه عددی است؟

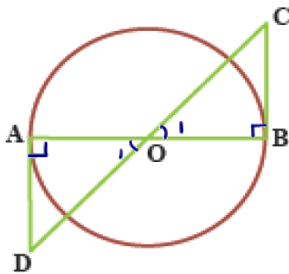
۱۵- دو مربع متشابه اند و نسبت تشابه آن ها  $\frac{5}{6}$  است. اگر اندازه ی ضلع مربع کوچک ۲۰ سانتی متر باشد، اندازه ضلع مربع بزرگ چقدر است؟

$$\frac{5}{6} = \frac{20}{x} \Rightarrow 5x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{5} = 24$$

آیا استدلال زیر صحیح است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

در هر مربع، زاویه ها با هم برابرند.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{چهارضلعی } ABCD \text{ مربع نیست.} \\ \text{همه زاویه های } ABCD \text{ با هم برابر نیستند.} \end{array} \right. \Rightarrow$

در شکل مقابل O مرکز دایره است و BC و AD بر دایره مماس اند. ثابت کنید  $AD=BC$ .

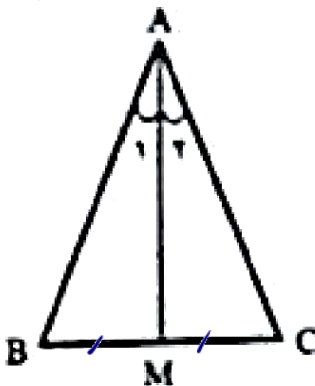


$$\left. \begin{array}{l} \hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2 \\ OA = OB \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta COB \cong \Delta DOA \Rightarrow AD = BC$$

\*\*\*\*\*

در مثلث متساوی الساقین ABC، نیمساز زاویه A را رسم کردیم.

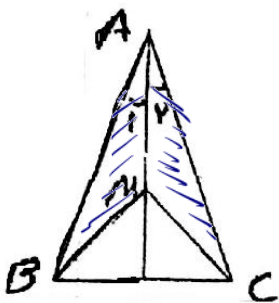
با کامل کردن جاهای خالی، ثابت کنید:  $BM=MC$



$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \text{ (فرض)} \\ AM = AM \text{ (ضلع مشترک)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (فرض)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضی رضی}} \Delta ABM \cong \Delta AMC \Rightarrow BM = MC$$

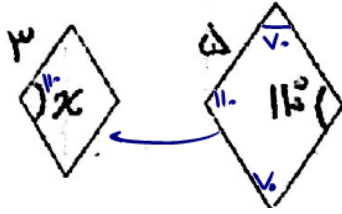
نشان دهید که در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه راس از دوسر قاعده، به یک اندازه است.

$$MB = MC$$



$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ AM = AM \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AMB \cong \Delta AMC \Rightarrow MB = MC$$

.....



دولوزی مقابل متشابه هستند.

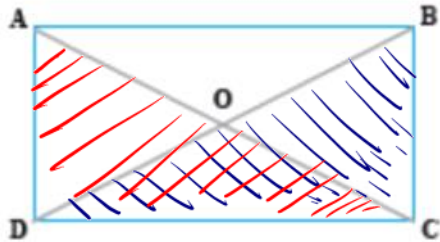
$$\frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

الف) نسبت تشابه آنها را بنویسید.

ب) اندازه زاویه خواسته شده را بنویسید.

\*\*\*\*\*

می خواهیم ثابت کنیم قطرهای مستطیل مساوی هستند. جاهای خالی را پر کنید.



فرض: ABCD مستطیل است.

حکم: قطرهای مستطیل، مساوی است.

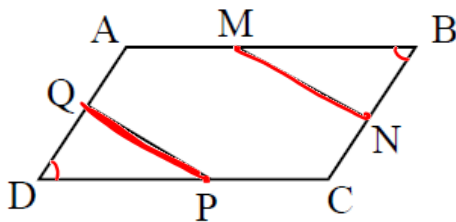
$$AC = BD$$

$$\left. \begin{array}{l} BC = AD \\ DC = DC \\ \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ض. زنی}$$

$$\text{فرض: } \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ AB = DC \\ AB \parallel DC \\ AD = BC \\ AD \parallel BC \end{array} \right. \quad \text{حکم: } AC = BD$$

\*\*\*\*\*

در شکل مقابل ABCD متوازی الاضلاع است و M و N و P و Q وسط های اضلاع متوازی الاضلاع است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{B} \\ DP = MB \\ DQ = BN \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MNB \cong \triangle DQP$$

ثابت کنید:  $\overline{MN} = \overline{PQ}$

.....

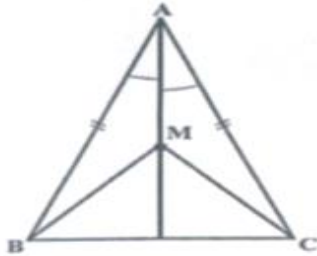
سبز

الف) آیا استدلال زیر درست است؟

هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است.  
 چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. ← ABCD مستطیل است.  
 (ب) جاهای خالی را در حل مسئله زیر تکمیل کنید.

مسئله: نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده، برابر است:  $(MB = MC)$

اثبات:



فرض	$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و.....
حکم	.....

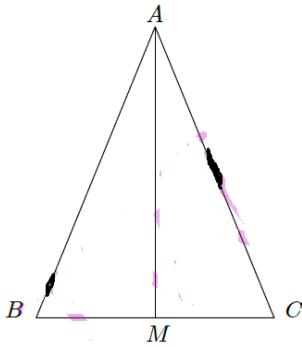
$AB = AC$  }  $\Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC \Rightarrow$  .....  
 (.....)

\*\*\*\*\*

در مثلث متساوی الساقین ABC، میانه AM را رسم کرده ایم. با توجه به قسمت های الف) و ب) فرض و حکم مسئله را مشخص کنید.

فرض: { حکم .....

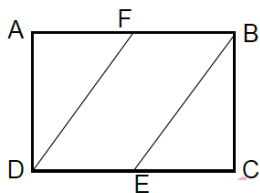
الف) ثابت کنید مثلث های AMB و AMC همنهشت هستند.



ب) چرا AM نیمساز زاویه  $\hat{A}$  است؟

\*\*\*\*\*

در شکل مقابل اگر F و E وسط ضلع های  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  قرار گرفته باشند، دو مثلث ADF و BCD به چه حالتی همنهشت هستند. (ABCD مستطیل است و ضمناً حکم و فرض را مشخص کنید)

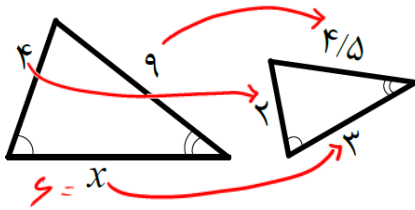


\*\*\*\*\*

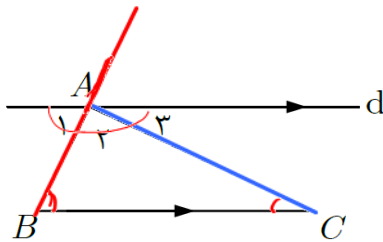
الف) آیا استدلال زیر درست است؟

در هر مربع، ضلع‌ها با هم برابرند.  
چهارضلعی  $ABCD$  مربع نیست  
← همه ضلع‌های  $ABCD$  با هم برابر نیستند

ب) در شکل مقابل دو مثلث با هم متشابه‌اند. نسبت تشابه این دو مثلث چقدر است؟ مقدار  $x$  را پیدا کنید.



در شکل مقابل خط  $d$  موازی  $BC$  رسم شده است. ثابت کنید مجموع زاویه‌های داخلی مثلث  $ABC$  برابر



۱۸۰ درجه است.

$$\hat{C} = \hat{A}_2 \quad d \parallel BC, AC \text{ برش}$$

$$\hat{B} = \hat{A}_1 \quad d \parallel BC, AB \text{ برش}$$

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

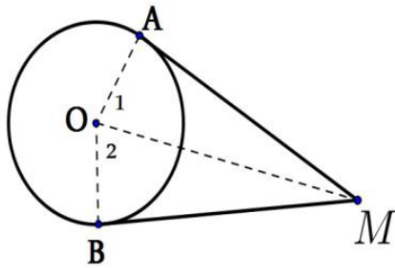
$$\hat{B} + \hat{A}_2 + \hat{C} = 180 \quad \text{مجموع}$$

از نقطه  $M$  خارج از دایره، دو مماس  $MA$  و  $MB$  را بر دایره رسم کرده ایم.

در زیر اثباتی آورده شده است که نشان می‌دهد، اندازه این دو مماس با هم برابر هستند. ( $O$  مرکز دایره است)

الف) اشکال استدلال داده شده را بیابید و آن را اصلاح کنید.

اثبات: ابتدا همنهشتی دو مثلث  $OAM$  و  $OBM$  را اثبات می‌کنیم.



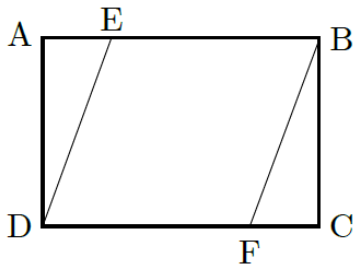
$$\left. \begin{array}{l} OM = OM \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \quad (\text{ض ز ض})$$

از تساوی اجزای متناظر این دو مثلث نتیجه می‌گیریم که  $AM = BM$  می‌باشد.

ب) آیا می‌توان با استدلالی مشابه، این خاصیت را به هر نقطه دیگر نیز تعمیم داد و گفت به طور کلی طول دو مماسی که از

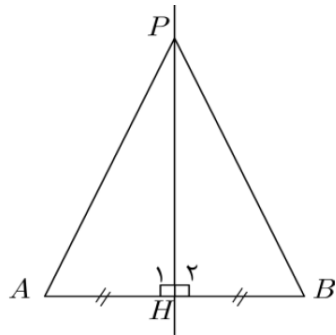
هر نقطه واقع در خارج دایره، بر دایره رسم می‌شود، مساوی است؟ چرا؟

الف) در مستطیل مقابل  $AE = FC$  ثابت کنید؛  $DE = BF$ .



ب) مستطیلی به ابعاد ۷ و  $\frac{4}{5}$  با مستطیل دیگری که طول و عرض آن به ترتیب  $3x - 1$  و ۹ می‌باشد، متشابه است. مقدار  $x$  را به دست آورید.

\*\*\*\*\*



$$\text{فرض: } \begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ AH = HB \end{cases} \text{ حکم: } AP = PB$$

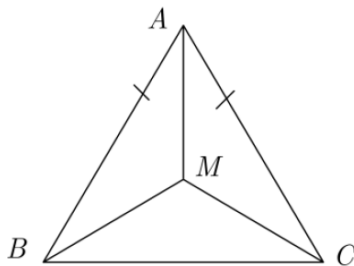
الف) در زیر پاره خطی دلخواه رسم و روی عمود منصف آن نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. ثابت می‌کنیم آن نقطه دارای فاصله برابر از دو سر پاره خط است. کامل کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHP = \triangle BHP \Rightarrow AP = PB$$

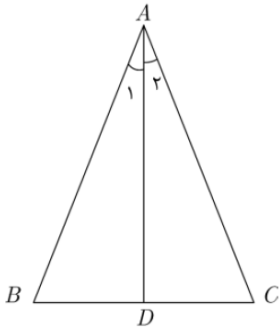
ب) علت اینکه این نتیجه برای همه نقاط روی عمود منصف درست است (به جز خود H که آن نیز طبق فرض بدیهی است)، را بیان کنید.

\*\*\*\*\*

مثلث ABC متساوی الساقین است و AM نیم ساز زاویه A است. دلیل متساوی الساقین بودن مثلث MBC را بنویسید.

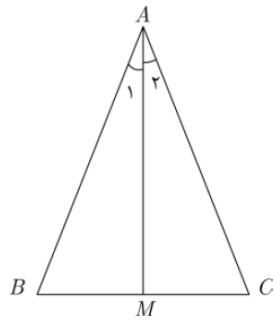


\*\*\*\*\*



مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است و  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است.  
ثابت کنید  $AD$  میانه نیز هست.

\*\*\*\*\*



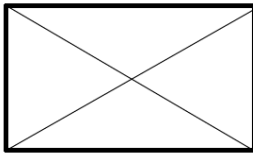
در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ، نیمساز زاویه  $A$  را رسم کرده‌ایم.

با کامل کردن جاهای خالی، ثابت کنید:  $BM=MC$

$$\left. \begin{array}{l} AB = \dots\dots\dots \text{ (فرض)} \\ AM = AM \text{ (ضلع مشترک)} \\ \hat{A} = \dots\dots\dots \text{ (فرض)} \end{array} \right\} \xrightarrow{(\dots\dots\dots)} \triangle ABM = \triangle AMC \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

\*\*\*\*\*

ثابت کنید در هر مستطیل قطرها با یکدیگر برابرند. (فرض و حکم را بنویسید)



فرض: .....

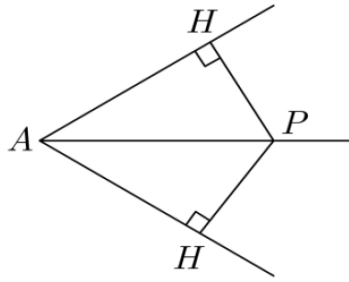
حکم: .....

.....

مثلث  $ABC$  با اضلاع  $3$ ،  $5$  و  $7$  با مثلث  $DEF$  با اضلاع  $x-1$ ،  $15$  و  $2y+3$  متشابه است. مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید.

$$(2y + 3 > 15 > x - 1)$$





علی برای اینکه ثابت کند «هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع آن زاویه با یک فاصله است» استدلال زیر را نوشته است:  
الف) اثبات او را کامل کنید.

اثبات: ابتدا نقطه‌ای دلخواه مانند  $P$  را روی نیمساز زاویه  $A$  قرار می‌دهیم و از  $P$  بر دو ضلع زاویه عمود رسم می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \overline{AP} = \overline{AP} \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \triangle AHP \cong \triangle AH'P \\ \text{بنا به حالت} \\ (\dots\dots\dots) \end{array} \right\} \rightarrow \dots\dots\dots$$

به این ترتیب نتیجه می‌گیریم هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.  
ب) آیا نتیجه بالا برای هر نقطه روی نیمساز برقرار است؟

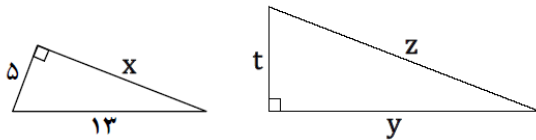
\*\*\*\*\*

دو مثلث  $ABC$  و  $MNP$  متشابهند. اگر اضلاع مثلث  $ABC$  به ترتیب  $2$ ،  $5/2$ ،  $4$  باشد و اضلاع مثلث  $MNP$  به ترتیب  $x+1$ ،  $5$  و  $2x+2$  باشد.

الف) نسبت تشابه دو مثلث را پیدا کنید.

ب) اندازه اضلاع نامعلوم مثلث  $MNP$  را محاسبه کنید و  $x$  را بدست آورید.

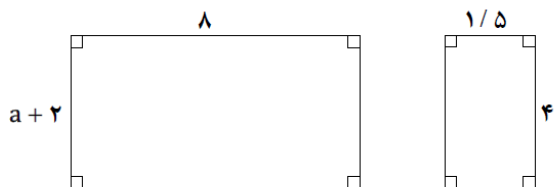
\*\*\*\*\*



دو مثلث زیر متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها  $\frac{3}{2}$  است.

مقدار  $t$ ،  $x$ ،  $y$  و  $z$  را به دست آورید.

\*\*\*\*\*



الف) اگر دو مستطیل مقابل متشابه باشند، مقدار  $a$  چه قدر است؟

ب) در یک نقشه مقیاس  $\frac{1}{300}$  است، فاصله دو نقطه روی نقشه  $4$  سانتی‌متر است. فاصله واقعی این دو نقطه چند

متر است؟