

درس اول: مجموعه های متناهی و نامتناهی

❖ آخر این درس باچی آشنا میشی

- ✓ آشنایی با مفاهیم مجموعه ها
- ✓ آشنایی با مفهوم بازه
- ✓ آشنایی با مفاهیم مجموعه های متناهی و نامتناهی

مجموعه های مهم

- a) $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ مجموعه اعداد طبیعی
- b) $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه اعداد حسابی
- c) $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ مجموعه اعداد صحیح
- d) $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ اعداد گویا
- e) Q' تمام اعدادی که گویا نیستند
- f) $R = Q \cup Q'$



درسته که بگیم: $Q' \subset R$ و $Q \subset R$ و $Z \subset Q$ و $W \subset Z$ و $N \subset W$ ؟ آیا؟

بله درسته. آفرین

بازه ها

فرض کن a, b دو عدد حقیقی باشن که $a < b$ بگو خب! تمام اعداد بین a, b مجموعه ای تشکیل میدن که به اون بازه می‌گیم.

مهمه که اعداد a, b توی مجموعه باشن یا نه؟

آفرین سوال خوبیه. مهمه و با توجه به این موضوع، بازه ها به سه دسته تقسیم میشن.

مجموعه	بازه	نام بازه
$\{x \in R \mid a < x < b\}$	(a, b)	باز
$\{x \in R \mid a \leq x < b\}$	$[a, b)$	نیم باز
$\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	بسته

مجموعه R را چطوری میشه با بازه نشون داد؟

$$R = (-\infty + \infty)$$

برای تعیین اجتماع و اشتراک و تفاضل دو بازه به این صورت عمل می‌کنیم:

ابتدا دو بازه را با فاصله در پایین و بالای یک محور مشخص می‌کنیم.

✓ اجتماع جایی از محور خواهد بود که حداقل یکی از دو بازه در آن قسمت دیده شود.

✓ اشتراک جایی است که هر دو بازه دیده شوند.

✓ تفاضل جایی است که فقط بازه اول باشد.

✓ متمم نیز جایی است که بازه مورد نظر نباشد

* برای تعیین مرکز و شعاع بازه (a, b)

- ✓ مرکز $\frac{a+b}{2}$
 ✓ شعاع $\frac{b-a}{2}$

❖ مجموعه های متناهی :

مجموعه ای است که تعداد آن را بتوان با یک عدد حسابی بیان کرد .

❖ مجموعه نامتناهی :

مجموعه ای که متناهی نباشد .

۱. کدام مجموعه زیر تهی است ؟

- (a) مجموعه اعداد فرد بین ۸ و ۱۰
 (b) مجموعه اعداد طبیعی زوج بین ۹ و ۱۱
 (c) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۳ و ۱۵
 (d) مجموعه اعداد طبیعی ۳ بین ۱۴ و ۱۶

تمرین

۲. حاصل عبارات زیر را بیابید .

- a) $R - Q = ?$
 b) $Z - W = ?$
 c) $N - W = ?$
 d) $Q' - Q = ?$

۳. کدام گزینه نادرست است ؟

- a) $N \subset Z$
 b) $N \cap W = N$
 c) $Z \cap Q = R$
 d) $Z - Q = \emptyset$

۴. کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

- a) $-32 \in \{4k: k \in \mathbb{Z}\}$
 b) $0 \notin \left\{\frac{1}{n}: n \in \mathbb{Z}\right\}$
 c) $\frac{4}{3} \notin \left\{\frac{1-a}{-a} + \frac{2}{a}: a \in \mathbb{N}\right\}$
 d) $\frac{7}{8} \in \left\{\frac{b}{b+1}: b \in \mathbb{N}\right\}$

۵. اگر $A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ باشد، در این صورت $n \geq 2$ و $\bigcup_{i=1}^n A_i$ کدام است؟

- a) A_1
 b) A_n
 c) $A_n - A_1$
 d) $A_n \cap A_1$

۶. اگر $A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ باشد، در این صورت $n \geq 3$ و $\bigcup_{i=1}^n A_i$ کدام است؟

- a) A_1
 b) A_n
 c) $A_n - A_1$
 d) $A_n \cap A_1$

۷. اگر $A_i = \left[\frac{-1}{i}, \frac{1}{i}\right]$ باشد، آن گاه $\bigcap_{i=1}^5 A_i$ کدام است؟

- a) $\left[\frac{-1}{5}, \frac{1}{5}\right]$
 b) $\left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{5}\right]$
 c) $\left[\frac{1}{5}, 1\right]$
 d) $[-1, 1]$

۸. اگر $A_n = \left[\frac{1}{2}, 2^n\right]$ آن گاه حاصل $\bigcup_{n=1}^{10} (A_n - A_{n-1})$ کدام گزینه زیر است؟

- a) $[1, 2^9]$
 b) $[1, 2^{10}]$
 c) $[1, 2^9)$
 d) $(1, 2^{10}]$

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۹. اگر $A_n = \{n, n + 1, \dots, 2n\}$ باشد، مجموعه $\bigcup_{n=10}^{15} A_n - \bigcap_{n=10}^{15} A_n$ چند عضو دارد؟

- a) ۱۴
- b) ۱۵
- c) ۱۶
- d) ۱۷

۱۰. اگر $A_i = \{m \in \mathbb{Z} : -1 \leq m \leq 8 - i\}$ مجموعه $\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i$ چند عضو دارد؟ (خارج ریاضی ۸۷)

- a) ۱۳
- b) ۱۴
- c) ۱۵
- d) ۱۶

۱۱. اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$ و $n \in \mathbb{N}$ آنگاه مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$ چند عضو دارد؟ (ریاضی ۹۴)

- a) ۴
- b) ۵
- c) ۶
- d) ۷

۱۲. متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.

- (a) مجموعه اعداد هزار رقمی
- (b) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۱۹۰
- (c) بازه $[-2, 3]$
- (d) مجموعه اعداد گویای بین صفر و یک
- (e) مجموعه کلمات کتاب ریاضی دهم
- (f) مجموعه مضارب مثبت عدد ۵
- (g) مجموعه تمام زیر مجموعه های مجموعه N
- (h) مجموعه باقی مانده ها در تقسیم اعداد طبیعی بر عدد ۷

۱۳. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

- (a) اجتماع دو مجموعه متناهی یک مجموعه است .
 (b) اگر A متناهی و B نامتناهی باشد $A \cup B$ است .
 (c) اگر A دارای یک زیر مجموعه نامتناهی باشد A یک مجموعه است .

۱۴. برای هر قسمت مثال بزنید .
 (a) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها نامتناهی باشد .
 (b) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد .

۱۵. درستی یا نادرستی احکام زیر را بررسی کنید .

a) $\sqrt{5} \in (-\infty, \sqrt{5})$

b) $-1395 \in (-\infty, -1396)$

c) $\emptyset \subset (-\pi, \pi)$

d) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \in [3,4]$

e) $3 \in [1, \sqrt{10}]$

f) $[0,1) \subset Q$

g) $\sqrt{-1} \in R$

h) $\frac{1-\pi}{2} \in (-1, \infty)$

i) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \subset Q'$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

j) $(-1,4) \cup (0,5) = (-1,5)$

k) $[-2,4] \cap (4,8) = \emptyset$

l) $[-2,1] = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 1\}$

m) $[-2,3) \cup (-2,3) = (-2,3)$

n) اگر $A \subset B$ و B مجموعه ای نا متناهی باشد آنگاه A متناهی است.

۱۶. بازه ی $[5,10] \cap ([6,9] \cup [-2,6])$ را به ساده ترین صورت بنویسید.

۱۷. حاصل عبارتهای زیر را یافته و جواب را روی محور نشان دهید.

a) $(-3,2) \cap (-1,4)$

b) $(-\infty, 5) \cup (-2,7)$

۱۸. اگر (-2) مرکز بازه (a, b) باشد و طول این بازه برابر ۷ باشد مقادیر a, b را بیابید.

۱۹. اگر $A = \{x \mid -3 < x \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \leq \frac{-3}{2}\}$ باشند هر یک از مجموعه های $A, B, A \cup B$ را به صورت بازه نمایش

دهید.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۰. اگر $A_i = [-2i, 8 - i], i \in N$ باشد حاصل $\bigcup_{i=1}^4 A_i, \bigcap_{i=1}^4 A_i$ را بیابید.

۲۱. اگر $A_n = \{m \in Z | m \geq -n, 2^m \leq n\}, n \in N$ حاصل $\bigcup_{i=1}^4 A_i, \bigcap_{i=1}^4 A_i$ را بیابید.

۲۲. اگر $A_n = [-\frac{1}{n}, \frac{2n-1}{n}]$ باشد حاصل $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ و $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ را رسم کنید

۲۳. اگر $A = \{x \in R | -2 \leq x \leq 5\}, B = \{x \in R | x > 2\}$ باشد حاصل $A \cap B$ و $A \cup B$ را به صورت بازه نوشته و روی محور اعداد نمایش دهید.

۲۴. اگر $A = \{x | -3 < x \leq 2\}$ و $B = \{x | x \leq \frac{-3}{2}\}$ باشند هر یک از مجموعه های $A, B, A \cup B$ را به صورت بازه نمایش

دهید.

۲۵. اگر $A = (-3, 5]$, $B = (0, +\infty)$, $C = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x < 2\}$ باشد حاصل عبارت های زیر را بیابید.

a) $(A \cap B) \cup C$

b) $A \cap B \cap C$

۲۶. اگر $A_n = (0, \frac{1}{n})$ باشد مطلوب است حاصل :

a) A_1 و A_2

b) $A_1 \cap A_2$ و $A_1 \cup A_2$