

۱- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. b

کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\sqrt{3}$

- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۲

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۲- نمودار تابع $y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right|$ در فاصله $[0, \pi]$ ، ۷ بار خط $y = 1$ را قطع می‌کند. حداقل مقدار مثبت a

کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$
- (۲) ۵
- (۳) ۷
- (۴) $\frac{6}{5}$

- (۴) $\frac{6}{5}$

- (۳) ۷

- (۲) ۵

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳- نمودار تابع $y = \cot\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ در بازه $[0, \pi]$ ، از چند قطعه تشکیل شده است؟

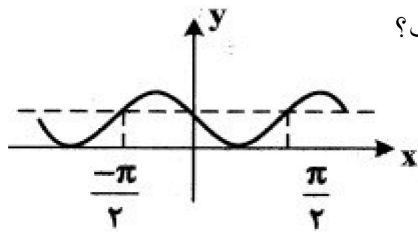
- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

- (۴) ۴

- (۳) ۳

- (۲) ۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۴- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin bx$ است. a + b کدام است؟

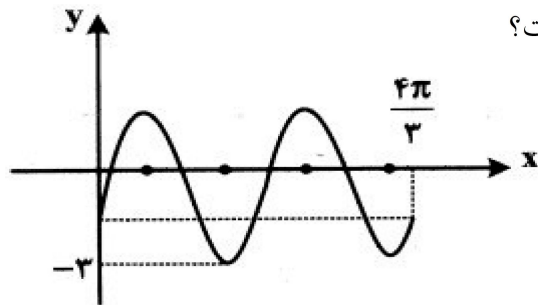
- (۱) -۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر

- (۲) ۲

- (۳) ۳

- (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۵- شکل زیر نمودار تابع $y = -1 + a \sin bx$ است. a + b کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

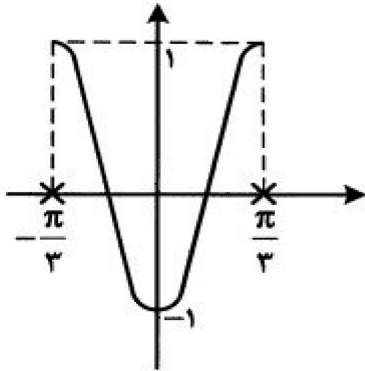
- (۲) ۴

- (۳) ۵

- (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \sin(bx + c)$ ، به شکل زیر است.



حاصل abc کدام است؟

- (۱) $-\frac{3\pi}{2}$
- (۲) 3π
- (۳) $-\frac{2\pi}{3}$
- (۴) 2π

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

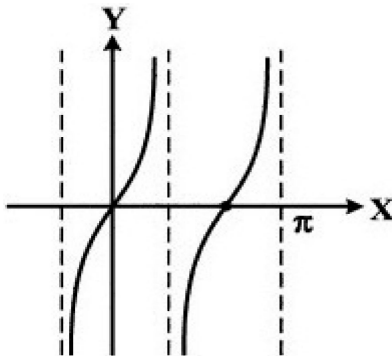
۷- دوره تناوب تابع $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۴

(۴) صفر

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \tan bx$ است. b کدام است؟

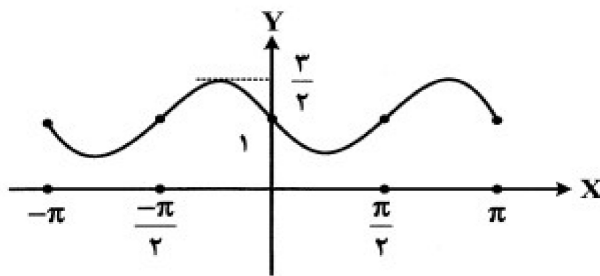


- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) ۲

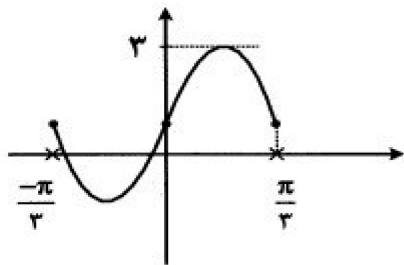
آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹- شکل مقابل نمودار تابع $y = a \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + b$ است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{3}{2}$



آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۱۰- شکل مقابل نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. $a + b$ کدام است؟

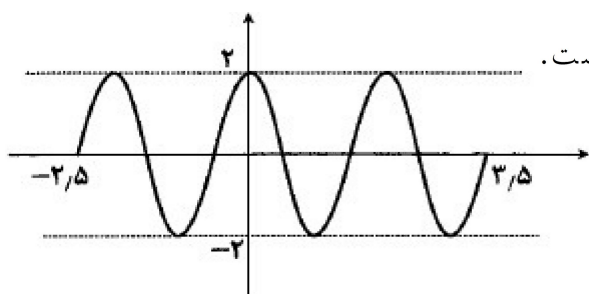
- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱- دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = a \sin 2x + b \cos \frac{x}{2}$ ، کدام است؟

- π (۱)
- 2π (۲)
- 4π (۳)
- $5 \frac{\pi}{2}$ (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

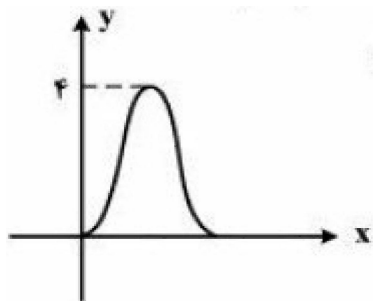


۱۲- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi \left(\frac{1}{5} + bx \right)$ است.

ab کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- $2/5$ (۳)
- $3/5$ (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



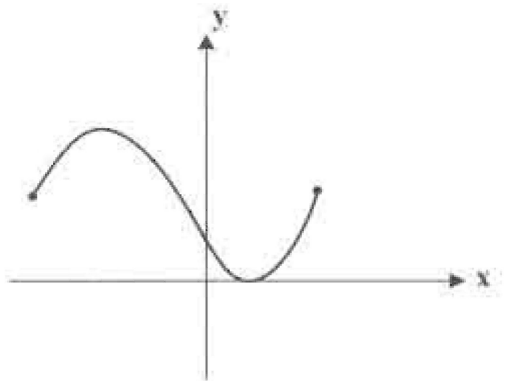
است.

۱۳- شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos \left(\frac{\pi}{2} x \right)$ در بازه‌ی

b کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

سراسری <= ریاضی <= ۹۷



۱۴- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ است؟

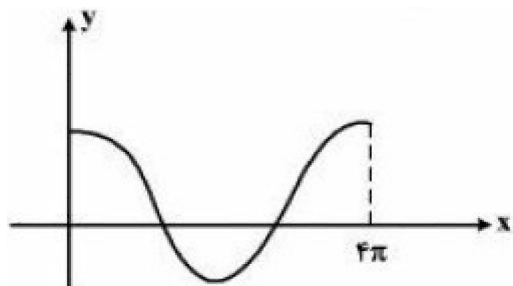
(۱) $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۲) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳) $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۴) $y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶



۱۵- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{3} + 2\cos mx$ است.

مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است؟

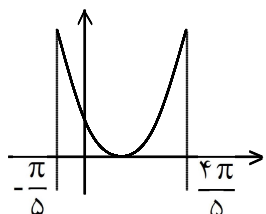
(۱) $-\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) صفر

سراسری => ریاضی => ۹۶



۱۶- نمودار تابع $y = |\operatorname{tg}(ax - b)|$ به صورت زیر است. حاصل $|a - b|$ کدام است؟

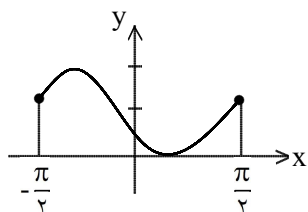
(۲) $1 + \frac{3\pi}{5}$

(۱) $1 - \frac{3\pi}{10}$

(۴) $5 - \frac{3\pi}{10}$

(۳) $3 + \frac{\pi}{5}$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۴-۹۵



۱۷- شکل روبه‌رو نمودار کدام تابع در یک دوره تناوب است؟

(۲) $y = 1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

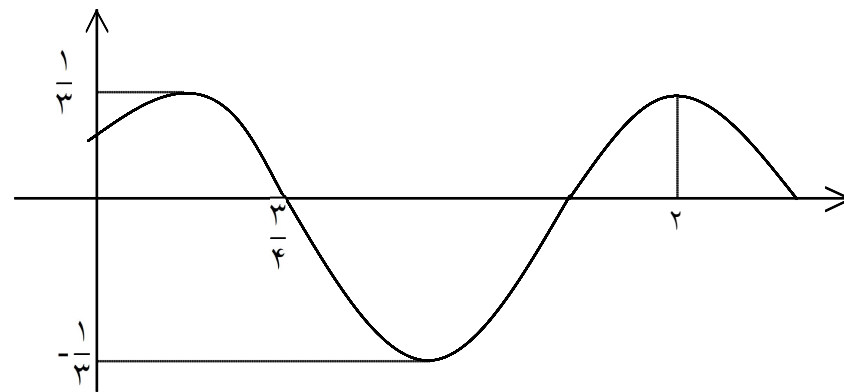
(۱) $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۴) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳) $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۸- نمودار زیر بخشی از منحنی تابع $f(x) = a\cos b(x + c)$ را نشان می‌دهد. مقدار abc کدام است؟



(a, b > 0)

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

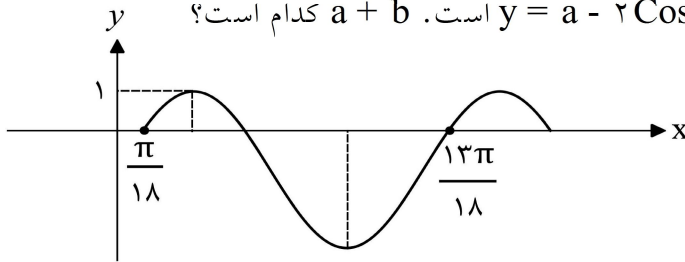
$-\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{2\pi}{4}$ (۳)

$-\frac{2\pi}{3}$ (۴)

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۹- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۱)

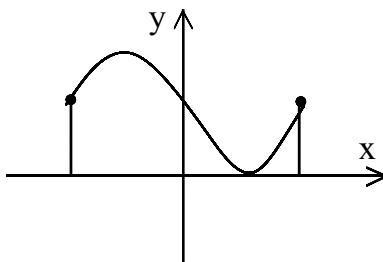
۱ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۲ (۴)

سراسری <= ریاضی <= ۹۵

۲۰- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ است؟



$y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (۱)

$y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (۲)

$y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (۳)

$y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (۴)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۲۱- اگر دوره تناوب تابع برابر $\frac{1}{3}$ باشد نمودار تابع در بازه $[0, 1]$ چند نقطه بر روی محور xها دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۲- دوره تناوب تابع $f(x) = |\sin 2x|$ ، کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

2π (۲)

π (۱)

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۳- دوره‌ی تناوب اصلی تابع $f(x) = \tan x - \cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) π (۴) 2π

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۲۴- دوره‌ی تناوب اصلی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \operatorname{tg} 3x - \operatorname{Cotg} 3x$ کدام است؟

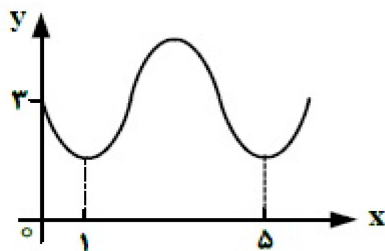
- (۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۲۵- دوره‌ی تناوب اصلی، تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \tan 3x - \cot 3x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) π

سراسری => ریاضی => ۸۸

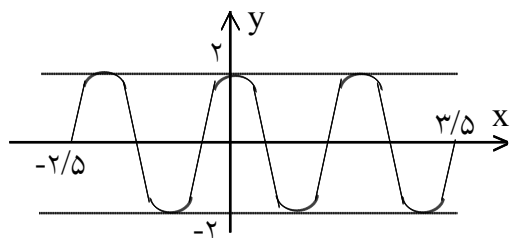


۲۶- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \operatorname{Sin}(b\pi x)$ است. مقدار y در

نقطه‌ی $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$
(۳) ۳ (۴) $\frac{3}{5}$

سراسری => تجربی => ۹۳ (سراسری - آزاد)



۲۷- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \operatorname{Sin} \pi \left(\frac{1}{5} + bx \right)$ است.

a, b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$
(۳) ۳ (۴) $\frac{3}{5}$

سراسری => ریاضی => ۹۲ (سراسری - آزاد)

۲۸- دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]} (x - [x])$ کدام است؟

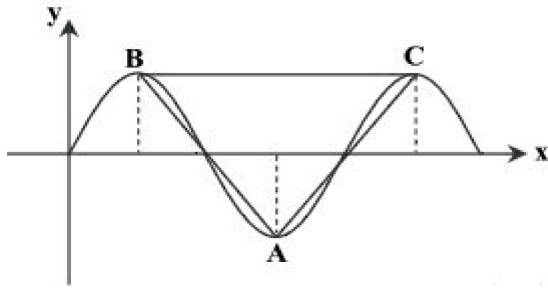
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۲۹- دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{3}{4}x - \left[\frac{3}{4}x \right]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۰ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۱-۹۰

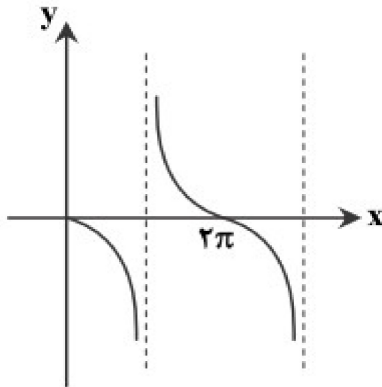


۳۶- قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin\left(\frac{a}{2}x\right)$ به صورت مقابل است.

مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) π
- (۲) 2π
- (۳) 4π
- (۴) 8π

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۳۷- بخشی از نمودار تابع $y = \tan(kx)$ به صورت مقابل است.

مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) -۲
- (۴) $\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۸- در یک تابع مثلثاتی با دوره تناوب 4π ، ماکزیمم برابر ۱ و مینیمم برابر -۷ است. ضابطه‌ی این تابع، کدام می‌تواند باشد؟

$$y = -3 + 4 \cos \frac{1}{2} x \quad (۲)$$

$$y = -3 - 4 \sin 2x \quad (۱)$$

$$y = -4 - 3 \cos 2x \quad (۴)$$

$$y = -4 + 3 \sin \frac{1}{2} x \quad (۳)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۹- اگر $T = 2$ دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ باشد، دوره‌ی تناوب تابع $y = 1 - 2f(3x)$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۱)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۰- تابع $y = \tan(\pi x)$ در بازه‌ی (a, b) صعودی است، حداکثر $b - a$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۱- مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $1 = 4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۴) 4π (۳) 3π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۱)

سراسری <=> تجربی <= ۹۸

۴۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 x + 2\cos x = 0$ ، کدام است؟

(۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

سراسری <=> تجربی <= ۹۶

۴۳- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ ، کدام است؟

(۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

سراسری <=> تجربی <= ۹۵

۴۴- مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^4 x = \sin^2 x - \cos^4 x$ ، در بازه $[0, \pi]$ ، برابر کدام است؟

(۴) $\frac{11\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) $\frac{9\pi}{4}$ (۱) $\frac{7\pi}{4}$

سراسری <=> ریاضی <= ۹۵

۴۵- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ ، به کدام صورت است؟

(۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

سراسری <=> تجربی <= ۹۴

۴۶- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی ، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{5}(2k+1)\pi$ (۳) $\frac{3k\pi}{5}$ (۲) $\frac{2k\pi}{5}$ (۱) $\frac{k\pi}{5}$

سراسری <=> ریاضی <= ۹۴

۴۷- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin(\pi+x)\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - 2\sin(\pi-x) + 1 = 0$ ، کدام است؟

(۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۱) $2k\pi - \frac{\pi}{2}$

سراسری <=> تجربی <= ۹۰

۴۸- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin^3 x}{\sin x} = 2\cos^2 x$ ، کدام است؟

$$\frac{k\pi}{2} \quad (۱) \quad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad (۴)$$

سراسری <= ریاضی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۴۹- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ ، به کدام صورت است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

سراسری <= تجربی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۵۰- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ ، به کدام صورت است؟

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (۱) \quad \frac{k\pi}{3} \quad (۲) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۴)$$

سراسری <= تجربی <= ۹۱

۵۱- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$ ، کدام است؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۱) \quad 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (۲) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۴)$$

سراسری <= تجربی <= ۸۷

۵۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin\frac{5\pi}{6} + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$ ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۱) \quad k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

سراسری <= ریاضی <= ۸۷

۵۳- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1 + \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$ ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۱) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۳) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۴)$$

سراسری <= تجربی <= ۸۵

۵۴- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{\cos 2x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 0$ ، به کدام صورت است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۱) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۵۵- جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x = \sin x$ به صورت $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{2}$ بیان شده است. مجموعه مقادیر i

کدام است؟

(۱) $\{7, 9\}$

(۲) $\{1, 3, 5\}$

(۳) $\{1, 4, 7\}$

(۴) $\{1, 5, 9\}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۳

۵۶- یکی از جواب‌های معادله $2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0$ کدام است؟

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(۲) $\frac{5\pi}{6}$

(۳) $\frac{7\pi}{6}$

(۴) $\frac{4\pi}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۸۰

۵۷- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3}$ کدام است؟

(۱) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$

(۲) $k\pi + \frac{5\pi}{6}$

(۳) $k\pi + \frac{\pi}{3}$

(۴) $2k\pi + \frac{2\pi}{3}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۸- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{2 \sin 2x \cos 2x + \sin 3x}{1 + \cos x} = 0$ کدام است؟

(۱) $\frac{2k\pi}{5}$

(۲) $\frac{2k\pi}{7}$

(۳) $\frac{k\pi}{7}$

(۴) $\frac{k\pi}{5}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۹- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x + 3 \cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$ کدام صورت است؟

(۱) $2k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$

(۲) $2k\pi + \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$

(۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۰- مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = \cos x + \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۱) 3π

(۲) 4π

(۳) 5π

(۴) 6π

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۱- نقاط جواب معادله $2 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$ روی دایره مثلثاتی، چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

(۱) مثلث متساوی‌الاضلاع

(۲) مربع

(۳) مثلث متساوی‌الساقین

(۴) متوازی‌الاضلاع

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۲- مجموع جواب‌های معادله $\tan \frac{x}{2} = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$\frac{3\pi}{2} \quad (4) \quad \frac{5\pi}{2} \quad (3) \quad 2\pi \quad (2) \quad \pi \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۳- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x - \sin x = 0$ کدام است؟

$$\frac{(2k\pi + 1)\pi}{6} \quad (4) \quad \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \quad (3) \quad \frac{(2k\pi + 1)\pi}{3} \quad (2) \quad \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۴- جواب کلی معادله مثلثاتی $(1 - \sqrt{2})\sin^2 x + \sqrt{2}\sin x - 1 = 0$ کدام است؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (4) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۵- جواب کلی معادله $\tan 3x = \cot x$ کدام است؟

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (4) \quad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \quad (2) \quad \frac{k\pi}{4} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۶- خط $y = \frac{1}{2}$ ، نمودار تابع $y = \sin^2 x$ را در نقاطی با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (4) \quad k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{k\pi}{4} \quad (2) \quad \frac{k\pi}{2} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۷- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه‌ی معادله‌ی $\sin 4x = \cos^4 x - \sin^4 x$ در بازه‌ی $(0, \pi)$ کدام است؟

$$\frac{3\pi}{4} \quad (4) \quad \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{2\pi}{3} \quad (2) \quad \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۸- از به هم وصل کردن جواب‌های معادله‌ی $\tan x \cdot \cot 5x = 1$ بر روی دایره‌ی مثلثاتی کدام چندضلعی به وجود می‌آید؟

(۱) چهارضلعی (۲) پنج ضلعی (۳) شش ضلعی (۴) هشت ضلعی
آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۹- یکی از جواب‌های معادله‌ی $a \sin x + \sqrt{8} = 0$ برابر با $\frac{5\pi}{4}$ است. اولین جواب معادله، که بزرگ‌تر از $\frac{5\pi}{4}$ است، کدام است؟

$$\frac{3\pi}{2} \text{ (۴)} \quad \frac{7\pi}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{15\pi}{4} \text{ (۲)} \quad \frac{13\pi}{4} \text{ (۱)}$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۰- مجموع جوابهای معادله $\cos x (2 \cos x + 1) = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

$$\frac{3\pi}{2} \text{ (۴)} \quad 3\pi \text{ (۳)} \quad \frac{5\pi}{2} \text{ (۲)} \quad 2\pi \text{ (۱)}$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۱- مثلثی با مساحت ۶ مفروض است. اگر اندازهی دو ضلع آن برابر ۳ و ۸ باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیتها می توان ساخت؟

$$4 \text{ (۴)} \quad 3 \text{ (۳)} \quad 2 \text{ (۲)} \quad 1 \text{ (۱)}$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۲- نمودار تابع $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ در چند نقطه محور Xها را قطع می کند؟

$$5 \text{ (۴)} \quad 4 \text{ (۳)} \quad 3 \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۱)}$$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۳- از تساوی $\sin(30^\circ + x) = \cos 2x$ کدام مقادیر، قسمتی از جواب X است؟

$$2k\pi + \frac{2\pi}{9} \text{ (۴)} \quad 2k\pi + \frac{\pi}{9} \text{ (۳)} \quad k\pi + \frac{2\pi}{9} \text{ (۲)} \quad k\pi + \frac{\pi}{9} \text{ (۱)}$$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۴- جواب کلی معادله $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \text{ (۴)} \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{8} \text{ (۳)} \quad k\pi \pm \frac{\pi}{2} \text{ (۲)} \quad k\pi \pm \frac{\pi}{8} \text{ (۱)}$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷۵- جواب کلی معادله مثلثاتی $\tan x (\cot x + \cos^2 x) = \frac{5}{4}$ ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{6} \text{ (۴)} \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \text{ (۳)} \quad k\pi + \frac{\pi}{12} \text{ (۲)} \quad k\pi - \frac{\pi}{12} \text{ (۱)}$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷۶- معادله $\operatorname{tg} x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{Cotg} x = 0$ ، چند جواب در فاصله $[-\pi, 0]$ دارد؟

$$4 \text{ (۴)} \quad 3 \text{ (۳)} \quad 2 \text{ (۲)} \quad 1 \text{ (۱)}$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای $x > 0$ پس $b > 0$ بنابراین:

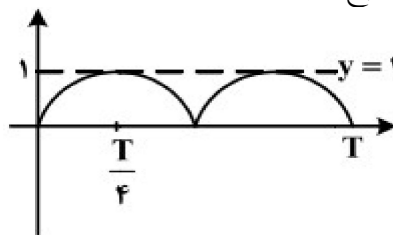
$$\max = a + b = \sqrt{3}$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right| = |\sin(ax)|$$



می‌بایست π به اندازه $\frac{T}{4} + 3T$ باشد، تا خط $y = 1$ را در ۷ نقطه قطع کند چون $T = \frac{2\pi}{a}$ ($a > 0$) پس داریم:

$$\frac{6\pi}{a} + \frac{\pi}{2a} = \pi \Rightarrow \frac{13\pi}{2a} = \pi \Rightarrow a = \frac{13}{2} = 6.5$$

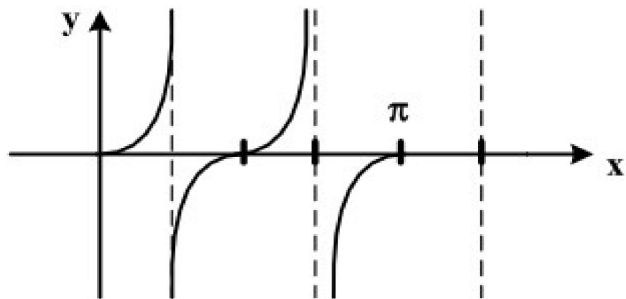
۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $\tan 2x$ برابر $\frac{\pi}{2}$ است.

$$y = \tan 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x = \pm\infty$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

با توجه به شکل از سه قطعه تشکیل شده است.



۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

کمترین مقدار y برابر صفر است در نتیجه $a = 1$ دوره تناوب تابع می‌توان در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ باشد پس $\frac{2\pi}{|b|} = \pi$

در نتیجه $|b| = 2$ نمودار تابع در ناحیه اول مثلثاتی حالت نزولی دارد، پس $b = -2$ یا $a + b = -1$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بازه $\left[0, \frac{4\pi}{3}\right]$ دو برابر دوره تناوب پس $T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$ در نتیجه $b = 3$ و می‌نیمم تابع برابر ۳- است پس می‌نیمم $a \sin bx$ برابر ۲- است در نتیجه $a = 2$ پس $a + b = 5$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دوره تناوب تابع $T = \frac{2\pi}{3}$ پس $b = 3$ است.

تابع در $x = 0$ دارای مینیمم ۱- است، یعنی $a = -1$ و $c = \frac{\pi}{4}$. چون می‌بایست به فرم کلی $f(x) = -\cos 3x$ باشد، پس $abc = -\frac{3\pi}{4}$ است.

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از آنجایی که $|\sin(x + \frac{\pi}{2})| = |\cos x|$ و $|\cos(x + \frac{\pi}{2})| = |\sin x|$ پس $f(x + \frac{\pi}{2}) = f(x)$ و کوچکترین مقدار T در $f(x + T) = f(x)$ برابر $\frac{\pi}{2}$ است.

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع در بازه دو برابر دوره تناوب آن رسم شد است اگر دوره تناوب T فرض شود

داریم $T = \frac{\pi}{b}$ و $T + T = \pi$ پس $T = \frac{2\pi}{3}$ در نتیجه $\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{3}$ یا $b = \frac{3}{2}$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در $x = 0$ مقدار $y = b = 1$ پس $y = -a \sin 2x + 1$ بیشترین مقدار تابع $\frac{3}{4}$ است.

$-a \sin 2x + 1 \leq \frac{3}{4}$ یا $-a \sin 2x \leq \frac{1}{4}$ پس $a = \frac{1}{4}$ در نتیجه $a + b = \frac{5}{4}$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش $a \sin bx + 1 \leq 3$ پس $a = 2$ بازه تناوب به صورت

$\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ است در نتیجه $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$ پس $b = 3$ در نتیجه $a + b = 5$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $\sin 2x$ برابر $\frac{2\pi}{2} = \pi$ و دوره تناوب $\cos \frac{x}{2}$ برابر $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ پس دوره تناوب اصلی این تابع 4π می باشد.

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل در ۳ دوره تناوب رسم شده است پس $T = \frac{3/5 - (-2/5)}{3} = 2$ از طرفی $T = \frac{2\pi}{b\pi} = 2$ لذا $b = 1$ به ازای $x = 0$ داریم $a = 2$ پس $ab = 2$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از مبدأ می گذرد بنابراین مختصات مبدأ $O(0, 0)$ را درون تابع قرار می دهیم تا یک رابطه بر حسب a و b به دست آید.

$$(0, 0) \in f \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$y = a - a \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) = a\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right) \Rightarrow \max = 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع π است، پس ضریب x عدد ۲ می باشد. در نقطه ای از بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ مقدار تابع صفر است. پس معادله آن به صورت $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ است.

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) \xrightarrow{x = \frac{16\pi}{3}} f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دوره تناوب تابع $\frac{\pi}{|a|} = \pi$ است، بنابراین $a = \pm 1$. از طرفی طول نقطه برخورد نمودار با محور x ها میانگین $-\frac{\pi}{5}$ و $\frac{4\pi}{5}$ یعنی $\frac{3\pi}{10}$ است، بنابراین نمودار $y = |tg x|$ به اندازه $\frac{3\pi}{10}$ به طرف راست انتقال یافته، پس اگر $a = 1$ باشد، $\frac{b}{a} = b = \frac{3\pi}{10}$ و اگر $a = -1$ باشد، $b = -\frac{3\pi}{10}$ ، در هر صورت $|a - b| = 1 - \frac{3\pi}{10}$ است.

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون دوره تناوب π است، ضریب x عدد ۲ می‌باشد. در یک نقطه از بازه $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ مقدار $y = 0$ است یعنی $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ پس $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ یا $x = \frac{\pi}{6}$ پس تابع $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ تابع مورد قبول است.

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که برد تابع f به صورت $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ است و a و b مثبت هستند. پس

$$a = \frac{1}{3} \quad \text{فاصله } x = \frac{3}{4} \text{ تا } x = 2 \text{ برابر } \frac{5}{4} \text{ است که لذا:}$$

$$\frac{3}{4}T = \frac{5}{4} \Rightarrow T = \frac{5}{3}$$

از طرفی برای دوره تناوب T داریم:

$$T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{6\pi}{5}$$

حال چون نمودار $y = \frac{1}{3} \cos \frac{6\pi}{5}x$ به طرف راست محور x ها منتقل شده، طول c برابر است با

$$x + \frac{5}{3} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow c = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta abc = -\frac{2\pi}{3}$$

در نتیجه:

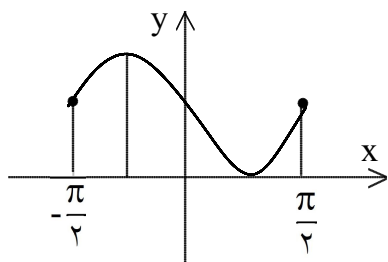
۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y = a + 2 \sin(bx)$$

$$T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = 3$$

با توجه به ضریب ۲، \sin باید بین ۲ و -۲ باشد و چون نمودار دارای ماکزیمم یک است بنابراین نمودار یک واحد پایین آمده است در نتیجه $a = -1$ است.

$$a + b = -1 + 3 = 2$$



۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع در بازه $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ کاملاً رسم شده

است. پس دوره تناوب آن π است. الزاماً ضریب x عدد ۲ می‌باشد. تابع در ربع اول کمترین مقدار را داشته است. پس الزاماً معادله آن به صورت

$$y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ است.}$$

۲۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع $a \sin b\pi x$ بنا بر فرض $\frac{1}{4}$ است. پس $b = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{b\pi} = \frac{1}{4}$

$$\sin 4\pi x = 0 \Rightarrow 4\pi x = k\pi \Rightarrow x = \frac{1}{4}k \Rightarrow x = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$$

پس ۵ نقطه تلاقی در بازه $[0, 1]$ دارد.

۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بنا بر تعریف دوره تناوب T داریم $f(x+T) = f(x)$ که T کوچک‌ترین عدد مثبت است.

پس دوره تناوب آن $\frac{\pi}{4}$ است.

۲۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ پس داریم:

$$f(x) = \tan x - \frac{1}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - 1}{\tan x}$$

$$f(x) = -2 \left(\frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x} \right) = -\frac{1}{2} \cot 2x$$

دوره تناوب تابع حاصل $\frac{\pi}{4}$ است.

۲۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\cos 3x}{\sin 3x} = \frac{\sin^2 3x - \cos^2 3x}{\sin 3x \cos 3x} = -\frac{\cos 6x}{\sin 6x} = -\cot 6x \Rightarrow T = \frac{\pi}{6}$$

۲۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. $f(x) = \tan 3x - \cot 3x = -2 \cot 6x \Rightarrow T = \frac{\pi}{6}$

$$f(x) = a + \sin(b\pi x)$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 5 - 1 \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \quad (\text{چون تابع در ابتدا نزولی است})$$

$$f(x) = 3 - \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \Rightarrow f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right) = 3 - \frac{1}{4} = \frac{2}{5}$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون برد تابع $[2, -2]$ است و برد تابع سینوس $[-1, 1]$ است پس $a = 2$ است.

$$y = \sin \pi \left(\frac{1}{2} + bx \right) \Rightarrow y = 2 \cos(b\pi x)$$

$$\begin{cases} x = -2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{-5\pi}{2} b = 0 \\ x = 3/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{3\pi}{2} b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1 \text{ یا } T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \Rightarrow b = 1$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم دوره تناوب کوچکترین عدد مثبت T است به طوری که $f(x+T)=f(x)$ باشد تابع $[X]-X$ متناوب با دوره تناوب ۱ می‌باشد. ولی $[X]^{(-1)}$ متناوب با دوره تناوب ۲ می‌باشد. لذا دوره تناوب اصلی تابع مفروض ۲ می‌باشد.

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر تعریف دوره تناوب T کوچکترین عدد مثبت به طوری که $f(x+T)=f(x)$ باشد $f(x+T) = \frac{3}{4}(x+T) - \left[\frac{3}{4}(x+T) \right]$ جزء صحیح وقتی ساده می‌شود که $T = \frac{4}{3}$ یا $T = \frac{3}{4}$ باشد.

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که تابع $f(x) = ax - [ax]$ متناوب بوده، دوره تناوب اصلی آن $\frac{1}{a}$ است پس $a = 4$

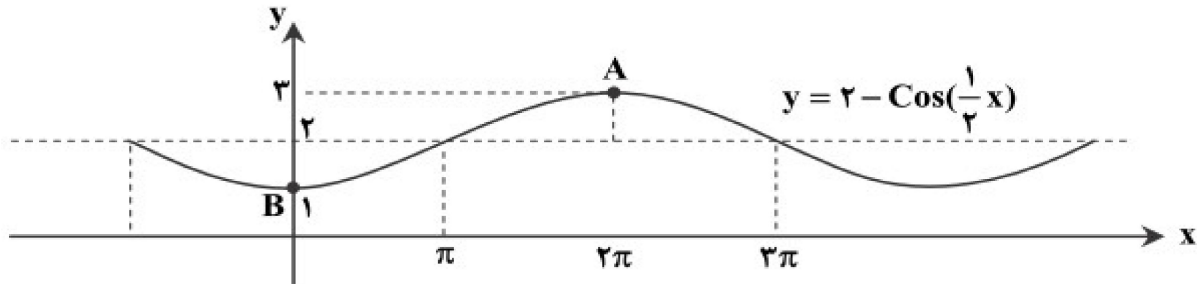
$$f(x+T) = f(x) \Rightarrow (-1)^{\left[\frac{x+T}{\pi} \right]} = (-1)^{\left[\frac{x}{\pi} \right]} \Rightarrow (-1)^{\left[\frac{x}{\pi} + \frac{T}{\pi} \right]} = (-1)^{\left[\frac{x}{\pi} \right]} \quad -31$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

برای رسم تابع، نمودار $\cos x$ را در راستای افقی با ضریب ۲ منبسط می‌کنیم و سپس نمودار آن را نسبت به محور x قرینه کرده و ۲ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم.



اگر نقاط A و B به صورت بالا انتخاب شوند، حداکثر شیب به دست می‌آید. دقت کنید که اگر نقطه‌ی A قبل از نقطه‌ی B در نظر گرفته شود، شیب خط منفی و اگر هر نقطه‌ی دیگر بعد از 2π در نظر گرفته شود، شیب خط از این مقدار کمتر خواهد شد، بنابراین:

$$\begin{cases} A(2\pi, 3) \\ B(0, 1) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{3 - 1}{2\pi - 0} = \frac{1}{\pi}$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

برای آن که نمودار از نواحی سوم و چهارم عبور نکند باید مینیمم تابع نامنفی باشد. با توجه به نکته، ماکزیمم این تابع $|a| + 2$ و مینیمم آن $-|a| + 2$ است، پس داریم: $-|a| + 2 \geq 0 \Rightarrow |a| \leq 2$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در توابع $y = a \sin(bx) + c$ و $y = a \cos(bx) + c$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، ماکزیمم برابر

$|a| + c$ و مینیمم برابر $-|a| + c$ است.

ابتدا توجه کنید که $f(0) = 1$ ، پس می‌توان نوشت:

$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

اکنون توجه کنید که دوره تناوب تابع برابر $\frac{\pi}{4}$ است. بنابراین با توجه به نکته داریم:

$$T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 4 \Rightarrow b = \pm 4$$

بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است، پس با توجه به نکته داریم:

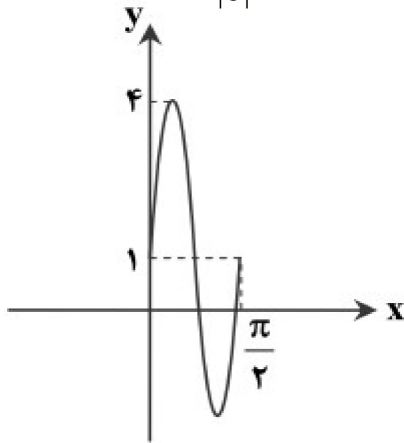
$$|a| + c = 4 \xrightarrow{c=1} |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

چون تابع $f(x)$ در بازه $\left[0, \frac{\pi}{8}\right]$ صعودی است، پس a و b یا هر دو مثبت‌اند و یا هر دو منفی، بنابراین دو حالت

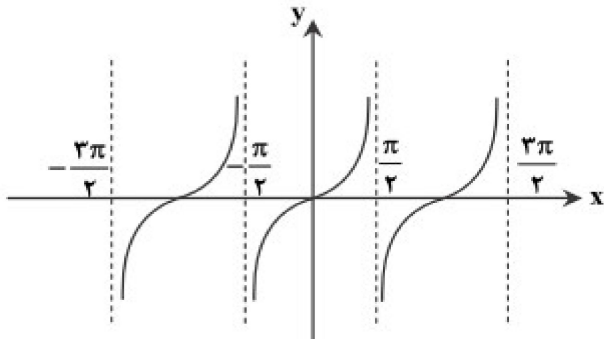
امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} a = 3 \text{ و } b = 4 \text{ و } c = 1 \\ a = -3 \text{ و } b = -4 \text{ و } c = 1 \end{cases}$$

در هر دو حالت داریم: $abc = 12$

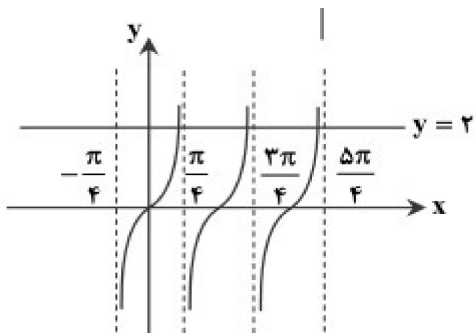


۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
نکته: نمودار $y = \tan x$ شکل زیر است.



نمودار $y = \tan 2x$ را با یک انقباض افقی نمودار $y = \tan x$ رسم می‌کنیم.

برای آنکه خط $y = 2$ به‌ازای $x > 0$ در ۲ نقطه نمودار را قطع کند، حداقل a باید تقریباً از $\frac{3\pi}{4}$ بیشتر باشد و تقریباً از π کمتر باشد. پس a می‌تواند هر عددی در این محدوده باشد که با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ پاسخ است. دقت کنید که سایر گزینه‌ها در این حدود نیستند و تعداد نقاط تقاطع برابر ۲ نیست.



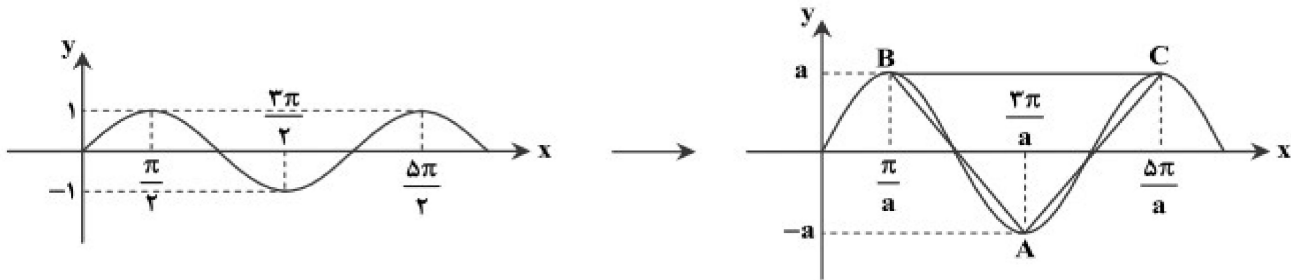
۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: $\text{Sin}(-x) = -\text{Sin} x$

نکته ۲: توابع $y = a\text{Sin}bx + c$ و $y = a\text{Cos}bx + c$ دارای مقادیر ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به ضابطه‌ی داده‌شده اگر a را عددی منفی در نظر بگیریم، مطابق نکته ۱، عبارت با حالتی که a مثبت باشد، برابر می‌شود. پس با فرض $a > 0$ ، بیشترین مقدار این تابع a و کمترین مقدار آن $-a$ است. از طرفی طبق ضابطه‌ی تابع، تمام طول نقاط دامنه‌ی تابع $y = \text{Sin}x$ در $\frac{1}{a} = \frac{2}{a}$ ضرب شده است.

پس نمودار این تابع را می‌توان به صورت زیر از روی نمودار $y = \text{Sin}x$ رسم کرد:



بنابراین مساحت مثلث ABC برابر است با:

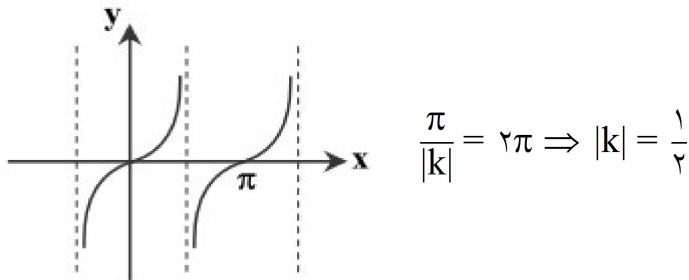
$$\begin{cases} BC = \frac{4\pi}{a} \\ \text{ارتفاع} = 2a \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{4\pi}{a} \times 2a = 4\pi$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد، به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $f(x \pm T) = f(x)$ و $x \pm T \in D_f$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره‌ی تناوب f می‌نامیم.

نکته: نمودار تابع $y = \tan x$ به صورت روبه‌رو است:

نکته: دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan(ax)$ برابر $\frac{\pi}{|a|}$ است.



در شکل سؤال دوره‌ی تناوب 2π است، پس:

تابع تانژانت در بازه‌هایی که تعریف شده است، صعودی است در حالی که نمودار شکل داده‌شده نزولی است، پس k مقداری منفی $k = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است.

۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \cos(bx) + c$ و $y = a \sin(bx) + c$ دارای مقادیر ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به صورت سؤال و نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -7 \\ \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \end{cases}$$

از جمع دو رابطه‌ی اول $c = -3$ ، از تفاضل آن‌ها $|a| = 4$ و از رابطه‌ی سوم، $|b| = \frac{1}{2}$ است.

پس $y = 4 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - 3$ یکی از جواب‌های مسئله است و گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد، به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $f(x \pm T) = f(x)$ و $x \pm T \in D_f$ کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره‌ی تناوب f می‌نامیم.

نکته: اگر دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر T باشد، دوره تناوب $f(ax)$ برابر $\frac{T}{|a|}$ است.

مطابق نکته، اگر دوره تناوب تابعی T باشد، در اثر انتقال افقی و عمودی و همچنین انبساط یا انقباض عمودی، دوره تناوب تغییر نمی‌کند.

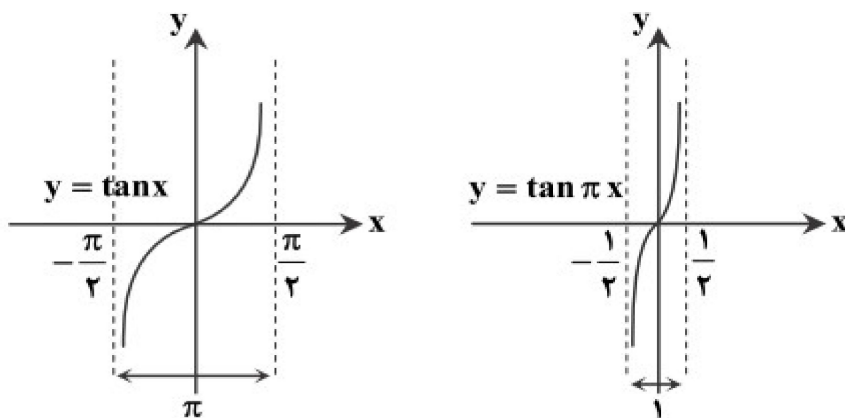
پس در تابع y انتقال عمودی و انبساط عمودی تأثیری روی دوره‌ی تناوب ندارد. ولی در این تابع چون انقباض افقی با ضریب ۳ داریم (طول نقاط دامنه در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌شوند) پس دوره‌ی تناوب هم $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود، یعنی:

$$T_2 = \frac{T_1}{|3|} = \frac{\pi}{3}$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $y = \tan x$ در بازه‌هایی به فرم $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ صعودی است. ($k \in Z$)

دامنه‌ی تابع $y = \tan \pi x$ از انقباض دامنه‌ی $\tan x$ به اندازه‌ی π به دست می‌آید (تمامی نقاط دامنه در $\frac{1}{\pi}$ ضرب می‌شوند). در واقع تابع $y = \tan \pi x$ در بازه‌هایی به فرم $(k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2})$ که $k \in Z$ صعودی است که حداکثر طول این بازه‌ها برابر یک واحد است. به نمودارهای روبه‌رو دقت کنید:



۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow 4 \sin x (-\cos x) = 1 \Rightarrow -2(2 \sin x \cos x) = 1$$

$$\Rightarrow -2 \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

k	۰	۱	۲
x_1	\times	$\pi - \frac{\pi}{12}$	$2\pi - \frac{\pi}{12}$
x_2	$\frac{7\pi}{12}$	$\pi + \frac{7\pi}{12}$	\times

$$\text{مجموع} = \pi - \frac{\pi}{12} + 2\pi - \frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \pi + \frac{7\pi}{12} = 4\pi + \pi = 5\pi$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$$

$$2 \cos^2 x - 1 + 2 \cos^2 x = 0 \Rightarrow 4 \cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

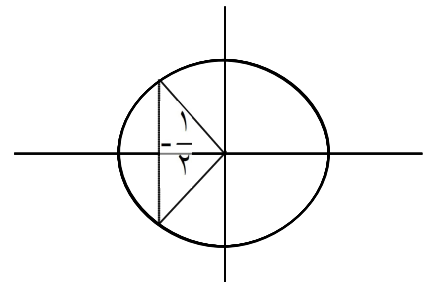
۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin^2 x + 3 \cos x = 2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x = 2 - 2 \cos^2 x + 3 \cos x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 \quad \cos x = \frac{3 \pm 5}{4} = 2, \left(-\frac{1}{2}\right)$$

ق ق
↓
غ ق ق



$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x \Rightarrow \sin^4 x = \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 \underbrace{(\sin^2 x - \cos^2 x)}_{-\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x = -\cos^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x (2 \sin^2 x + 1) = 0$$

$$\text{مجموع جواب ها} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{30\pi}{12} = \frac{5\pi}{2}$$

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2 \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x = 1$$

$$\begin{cases} 1 : \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x \\ 2 : \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \end{cases}$$

نکته: دو فرمول روبه‌رو را یادآوری می‌کنیم:

داریم که:

$$2 \sin x \cdot \cos x = 1 - 2 \cos^2 x$$

با توجه به نکته

$$\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } \cos 2x} \sin 2x = -\cos 2x \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } \cos 2x} \tan 2x = -1 \Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin x + \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \cot c \Rightarrow \frac{\cancel{\sin \frac{3x}{2}} \cos \frac{x}{2}}{\cancel{\cos \frac{3x}{2}} \cos \frac{x}{2}} = \cot x \Rightarrow \tan \frac{3x}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} - x = \frac{3x}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{5}(2k+1)\pi$$

تذکر: این سؤال غلط است زیرا به‌ازای بعضی از مقادیر در گزینه‌ی صحیح، معادله تعریف نشده است. مثلاً:

$$k = 2 \Rightarrow (2(2) + 1) \frac{\pi}{5} = \pi \Rightarrow \text{تعریف نشده} = \text{Cotg } \pi$$

حل بالا مطابق با روش موردنظر طراح سؤال است.

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$\Rightarrow 3 - 4 \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) = 2 \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right) \rightarrow 3 - 2 + 2 \cos 2x = 1 + \cos 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

روش دوم:

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2 \cos^2 x \xrightarrow{\sin x \neq 0} \sin 3x = 2 \sin x \cos x \cdot \cos x$$

$$\Rightarrow \sin(2x + x) = \sin 2x \cdot \cos x \Rightarrow \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = \sin 2x \cos x$$

$$\Rightarrow \cos 2x \cdot \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \sin x = 0 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۴۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \left(\frac{5\pi}{4} \right) \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۵۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin \left(\frac{3\pi}{4} + x \right)$$

$$-\cos 2x = -\cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

$$2 \sin x \cos x + 3 \cot x (-\sin x) = 0$$

۵۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0$$

$$-2 \cos^2 x - 3 \cos x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = -2 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۵۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2} + \cos x (-\sin x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = 1 \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۵۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos x - \sin x = 1 + \cos x \Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6} \Rightarrow \cos\left(2k\pi + \frac{i\pi}{3}\right) = \sin\left(2k\pi + \frac{i\pi}{6}\right) \Rightarrow \cos \frac{i\pi}{3} = \sin \frac{i\pi}{6}$$

با بررسی کردن اعداد $\{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$ مشخص می شود که $\{1, 5, 9\}$ جواب است.

$$\left. \begin{aligned} 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0 \\ \sin x = t \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(2)(-2)}}{4} \Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \quad -56$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3-5}{4} \Rightarrow t = \frac{-1}{2} \\ t = \frac{3+5}{4} \Rightarrow t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-1}{2} \\ \sin x = 2 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow x = \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2 \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

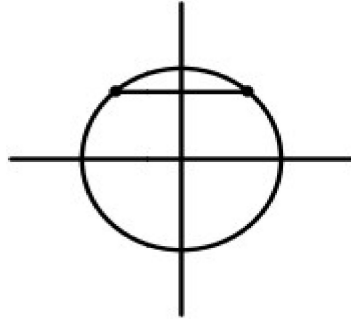
۵۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin 4x + \sin 3x}{1 + \cos x} = 0 \Rightarrow \sin 4x = \sin(-3x), \cos x \neq -1$$

$$4x = 2k\pi + (-3x) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{7}$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$



$$x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$$

با توجه به دایره مثلثاتی

۶۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos x + \sin x \Rightarrow (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

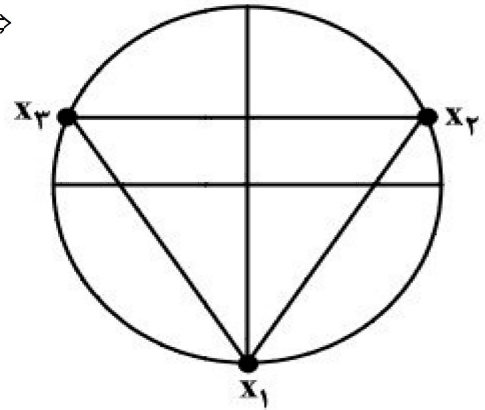
$$\cos x - \sin x = 1 \Rightarrow x = 0, 2\pi, \frac{3\pi}{2}$$

مجموع تمام جوابها برابر 6π می باشد.

۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2(1 - \sin^2 x) - \sin x - 1 = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x - \sin x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = -1 \Rightarrow x_1 = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x_3 = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{array} \right.$$



پس مثلث $X_1 X_2 X_3$ متساوی الاضلاع است.

۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از آنجایی که $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ و $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ ، پس $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ داریم:

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \sin x \Rightarrow 1 - \cos x = \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow$$

$$\cos^2 x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \end{cases}$$

که در بازه $[0, 2\pi]$ دارای جواب‌های 2π ، $\pi + \frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ و 0 است.

$$0 + \frac{\pi}{2} + \pi + \frac{\pi}{2} + 2\pi = 4\pi$$

۶۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos 2x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

در نتیجه $3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ و $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ جواب کلی $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در معادله درجه دوم مجموع ضرایب صفر است پس $\sin x = 1$ با توجه به دوره تناوب

جواب کلی $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ است و جواب دیگر $\sin x = \frac{-1}{1 - \sqrt{2}}$ مورد قبول نیست.

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \sin^2 x = 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div 2} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

پس $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۶۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k + 1)\pi - \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$.

نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$.

نکته: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

نکته: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

سمت راست تساوی را به کمک اتحاد مزدوج ساده می‌کنیم، داریم:

$$\sin 2x = \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 \underbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}_{\cos 2x}$$

$$2 \sin 2x \cos 2x = \cos 2x \Rightarrow \cos 2x (2 \sin 2x - 1) = 0$$

بنابراین اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه برابر است با:

$$\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$$

۶۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی $\tan x = \tan \alpha$ به صورت $x = k\pi + \alpha$ است که k عددی صحیح است.

نکته: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

به جای $\cot \Delta x$ عبارت $\frac{1}{\tan \Delta x}$ را جایگزین می‌کنیم و معادله را حل می‌کنیم:

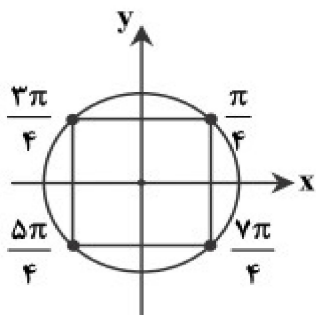
$$\tan x \cdot \frac{1}{\tan \Delta x} = 1 \Rightarrow \tan \Delta x = \tan x \Rightarrow \Delta x = k\pi + x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$$

حال جواب‌هایی از این معادله را که یک دور دایره ($0 \leq x \leq 2\pi$) هستند به دست می‌آوریم:

k	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
x	۰	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π

دقت کنید که جواب‌های $0, \frac{\pi}{4}, \pi, \frac{3\pi}{4}, 2\pi$ قابل قبول نیستند، چون $\tan x$ یا $\cot \Delta x$ تعریف نشده‌اند.

پس فقط چهار جواب $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ قابل قبول‌اند که تشکیل یک چهارضلعی می‌دهند.



۶۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 نکته: جواب کلی معادله ی $\sin x = \sin \alpha$ برابر با $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$
 چون $\frac{5\pi}{4}$ جواب معادله است، پس در معادله صدق می کند. بنابراین:

$$4 \sin x + \sqrt{8} = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{-2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

حال با جای گذاری مقادیر مختلف k ، جواب های مختلف معادله را به دست می آوریم:

k	-1	0	1	2
$2k\pi - \frac{\pi}{4}$	$-\frac{9\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{15\pi}{4}$
$2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{13\pi}{4}$	$\frac{21\pi}{4}$

مطابق جدول بالا، اولین جواب معادله که بزرگ تر از $\frac{5\pi}{4}$ باشد، $\frac{7\pi}{4}$ است.

۷۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 نکته: جواب های کلی معادله ی $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ هستند که $k \in \mathbb{Z}$
 ابتدا معادله را ساده می کنیم، سپس با در نظر گرفتن تغییر متغیر $\cos x = t$ معادله را حل می کنیم:

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} 2t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow (2t - 1)(t + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \pi \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \pi \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب های این معادله در بازه ی مورد نظر برابر با $\pi + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 3\pi$ است.

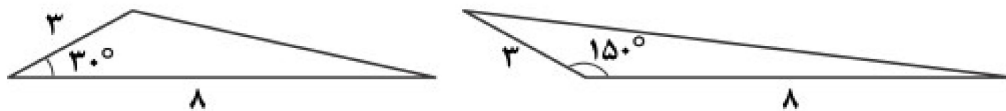
۷۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k + 1)\pi - \alpha$ است $(k \in \mathbb{Z})$.

نکته: مساحت مثلث ABC برابر است با: $S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$

زاویه‌ی بین دو ضلع با طول‌های ۳ و ۸ را α در نظر می‌گیریم. طبق فرض مساحت مثلث برابر ۶ است، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \alpha = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

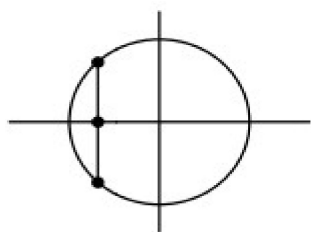
α زاویه‌ای از مثلث است، پس $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ، بنابراین فقط جواب‌های $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ یعنی 30° و 150° از این معادله قابل قبول هستند، یعنی دو مثلث با شرایط مورد نظر وجود دارد.



۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 \Rightarrow y = 2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

با توجه به دایره مثلثاتی در بازه $[0, 2\pi]$ در دو نقطه قطع می‌کند با در نظر گرفتن دوره تناوب در بازه $[-2\pi, 0]$ در دو نقطه دیگر در نتیجه در ۴ نقطه قطع می‌کند.



۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا کوچکترین زاویه X را تعیین می‌کنیم ممکن است دو کمان متمم باشند.

$$(x + 30^\circ) + (2x) = 90^\circ \Rightarrow x = 20^\circ = \frac{\pi}{9}$$

مضارب زوج π را می‌توان اضافه کرد $2k\pi + \frac{\pi}{9}$

۷۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ ، پس داریم:

$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4}$$

۷۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1 + \tan x \cos^2 x = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{6}$$

۷۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x = -2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}, \operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x = -2 \operatorname{Cotg} 2x$$

$$-2 \operatorname{Cotg} 2x = -2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} \Rightarrow \operatorname{Cotg} 2x = \operatorname{Cotg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right) \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{5}$$

$$\xrightarrow{-\pi \leq x \leq 0} x = -\pi, \frac{-3\pi}{5}, \frac{-\pi}{5}$$

و $x = -\pi$ در دامنه تابع نیست.

۷۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در جایی محور x ها را قطع می‌کند که $f(x) = 0$ باشد:

$$\sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow k = 1, 2, 3, \dots, 8$$

پس دارای ۸ جواب است.

۷۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x = -2 \operatorname{Cotg} 2x$ ، در نتیجه:

$$-2 \operatorname{Cotg} 2x - 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \operatorname{Cotg} 2x = \operatorname{Cotg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{5}$$

در بازه $[-\pi, 0]$ داریم: $x = -\pi, -\frac{3\pi}{5}, \frac{-\pi}{5}$ ، اما $x = -\pi$ در دامنه نیست پس قابل قبول نمی‌باشد.

۷۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{3} \cos x + \sin x = 2 \sin x \cos x$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \sin x \cos x \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x$$

پس خواهیم داشت:

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{2\pi}{9}$$

در نتیجه:

در بازه $[0, 2\pi]$ خواهیم داشت: $x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \frac{14\pi}{9}$ که مجموع آنها $3\pi = \frac{27\pi}{9}$ می‌شود.

۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin 3x \sin x}{\cos 3x \cos x} = 1 \Rightarrow \cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x = 0$$

$$\cos(3x + x) = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$