

کار در کلاس

فضا کاغذ

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{(a+2)(a-2)(a+2)}{(a+2)(a-2)(a+2)}$$

الف) $\frac{a^2 - a - 6}{a+2} \times \frac{a+2}{a^2 - 4} = \frac{a-3}{a-2}$

ب) $\frac{a^2b + ab^2}{a} \times \frac{2ab}{(a+b)^2} = \frac{ab(a+b) \times 2ab}{(a+b)(a+b)} = \frac{2ab^2}{(a+b)}$

$$\frac{(x+1)(x+2)}{x+2} \times \frac{x+5}{x+1}$$

ج) $\frac{x^2 + 2x + 2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} = \frac{x+5}{1}$

د) $\frac{2x^2}{3xy} \div \frac{4x}{y^2} = \frac{2x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{4x} = \frac{y}{4}$

جمع و تفریق عبارت‌های گویا

جمع و تفریق عبارت‌های گویا مشابه جمع و تفریق عددهای گویا است؛ در مورد عددهای گویا داریم:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \quad (b, d \neq 0)$$

به طریق مشابه می‌توان دو عبارت گویا را جمع یا تفریق کرد.

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از محاسبات زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل،

و مانند نمونه یک جمع و تفریق عددی مشابه آن ارائه کنید.

الف) $\frac{2x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} = \frac{2x+7+2x-3}{x+2} = \frac{4x+4}{x+2}$

ب) $\frac{2x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{2x+7-(2x-3)}{x+2} = \frac{2x+7-2x+3}{x+2} = \frac{x+10}{x+2}$

ج) $\frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2-20+(a-2)^2}{a^2-4}$

$$= \frac{a^2-20+a^2-4a+4}{a^2-4} = \frac{2a^2-4a-16}{a^2-4} = \frac{2(a^2-2a-8)}{a^2-4}$$

$$= \frac{2(a-4)(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2(a-4)}{a-2}$$

د) $\frac{a+1}{a} - \frac{2a+2}{a(a+2)} = \frac{(a+1)(a+2)-(2a+2)}{a(a+2)} = \frac{a^2+3a+2-2a-2}{a(a+2)}$

$$= \frac{a^2}{a(a+2)} = \frac{a}{a+2}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{9}{10} = \frac{7-9}{10} = \frac{-2}{10} = \frac{-1}{5}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{12} = \frac{2 \times 1}{3 \times 12} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

۱۲۰

$$\text{الف)} \frac{x^2}{2-y} - \frac{y^2}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$$

$$\text{ج)} \frac{2x^2-14-(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2-14-x^2-2x+4}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2-2x-10}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-4}{x-2}$$

$$\text{د)} \frac{\sqrt{x+21+x^2}-2x}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{x^2+5x+21}{(x-2)(x+1)(x+3)} \quad *$$

کار در کلاس

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. اصلاً فضای کافی برای پاسخ خود نذارید.

$$\text{الف)} \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$$

$$\text{ب)} \frac{6}{x} + \frac{2}{-x} = \frac{6}{x} - \frac{2}{x} = \frac{4}{x}$$

$$\text{ج)} \frac{2x^2-16}{x^2-4} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x^2-16}{x^2-4} = \frac{2(x^2-8)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 2$$

$$\text{د)} \frac{2}{3y(x-y)} + \frac{x+1}{x(x-y)^2} = \frac{2x(x-y) + 3y(x+1)}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2-2xy+3xy+3y}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2+xy+3y}{3xy(x-y)^2}$$

ساده کردن عبارت های مرکب

هنگام ساده کردن هر عبارت گویای مرکب، همانند کسره های مرکب می توان صورت و مخرج را جداگانه ساده و سپس آنها را برهم تقسیم کرد و یا از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب (و غیر صفر) ضرب کرد.

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از روش های ارائه شده برای ساده کردن کسر مرکب با روش دیگر چه تفاوتی دارد؛ هر جا لازم است حل را کامل کنید. ($x \neq 0$)

صورت و مخرج در عبارتی مناسب و غیر صفر ضرب شده

$$\text{الف)} \frac{1-\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2}}{1-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}} = \frac{x^2(1-\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2})}{x^2(1-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2})} = \frac{x^2-x-6}{x^2-4x+3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

ابتدا صورت و مخرج را مخرج مشترک گرفتیم سپس ساده شد

$$\text{ب)} \frac{1-\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2}}{1-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}} = \frac{x^2-x-6}{x^2-4x+3} = \frac{x^2-x-6}{x^2-4x+3} \cdot \frac{x^2-4x+3}{x^2-4x+3} = \frac{x^2-x-6}{x^2-4x+3} \cdot \frac{x^2-4x+3}{x^2-4x+3} = \frac{x^2-x-6}{x^2-4x+3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$ب) \frac{-x^2 - y^2}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{x^2 + y^2} = \frac{-(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = -1$$

به مخرج مشترک برهما ضرب ۵

۱) الف) $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{a(a+1) \left(\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1} \right)}{a(a+1) \left(\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a} \right)} = \frac{2(a+1) - 3a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2a + 2 - 3a}{2a - 3a - 3} = \frac{2 - a}{-a - 3} = \frac{a-2}{a+3}$

۲) ب) $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{2(a+1) - 3a}{a(a+1)} \div \frac{2a - 3(a+1)}{a(a+1)} = \frac{2a + 2 - 3a}{a(a+1)} \times \frac{a(a+1)}{2a - 3a - 3} = \frac{-a+2}{-a-3}$

۳) ابتدا مخرج مشترک گیری کرده ام از صورت و مخرج پس تبدیل به ضرب و ساده شدن $a \neq 0$ و $a \neq -1$

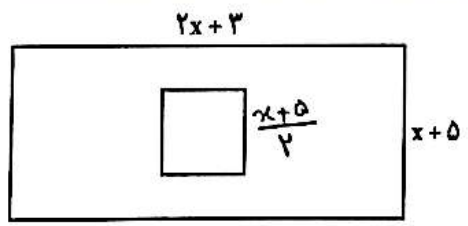
کار در کلاس

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف) $\frac{\frac{n}{1} - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{\frac{n(n-m) - n^2}{n-m}}{\frac{n^2 - m^2 + m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{n^2 - mn - n^2}{n-m} \div \frac{n^2}{n^2 - m^2} = \frac{-mn}{n-m} \times \frac{(n-m)(n+m)}{n^2} = \frac{-m(n+m)}{n}$

ب) $\frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} = \frac{\frac{y(x-y) - x(x+y)}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)}} = \frac{xy - y^2 - x^2 - xy}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

فعالیت



طول ضلع مربع در داخل مستطیل، نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت مساحت مربع به مساحت مستطیل $\frac{5}{26}$ باشد، طول و عرض مستطیل را به دست آورید.

حل را کامل کنید و توضیح دهید که چگونه به کمک ساده کردن عبارت گویای به دست آمده و حل معادله، پاسخ به دست می آید.

طول ضلع مربع = $\frac{x+5}{2}$ مساحت مربع = $\left(\frac{x+5}{2} \right)^2$

۱۲۲ * علامت پرانتز با برسانل مخرج هم با ۵

$$\text{مساحت مربع} = \frac{(n+5)^2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = (2n+3)(n+5)$$

$$\text{و مساحت مستطیل} = (2n+3)(n+5)$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)^2}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x+5}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow x+5 = 5 \Rightarrow x=0$$

$$\Rightarrow 7x = 35 \Rightarrow x = 5$$

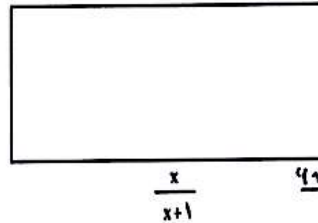
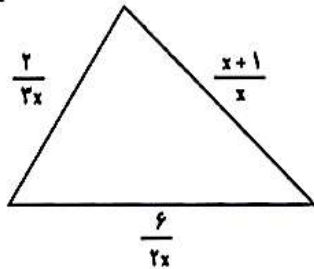
$$\text{طول} = 2 \times 5 + 3 = 13$$

$$\text{عرض} = 5 + 5 - 1 = 9$$

$$\frac{2(n^2 + 5n + 3)}{(n+2)(n+1)}$$

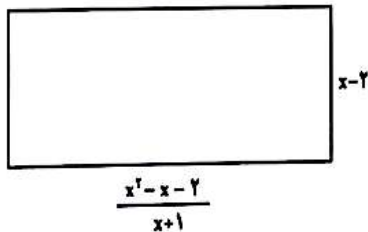
کار در کلاس

$$\frac{x+1}{n} + \frac{2}{3n} + \frac{3}{xn} = \frac{2x^2 + 2x + 9}{3n} = \frac{2n+14}{3n}$$



$$2x \cdot \frac{2}{x+1} + 2x \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{2}{x+1} (2x + 2x^2) = \frac{2(2x^2 + 2x)}{(x+1)(x+1)} = \frac{4x^2 + 4x}{(x+1)(x+1)} = \frac{2x^2 + 10x + 4}{(x+1)(x+1)}$$

۲- مساحت مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید.



$$(x-2) \left(\frac{x^2 - x - 2}{x+1} \right) = \frac{(x-2)(x+1)(x-2)}{x+1} = (x-2)^2$$