

فصل دوم

کسر

در این فصل دانش آموز با مفهوم کسر به کمک شکل و محور آشنا می شود؛ اگرچه سال گذشته تا حدودی با این مفاهیم روبرو شده ولی در کلاس چهارم مفاهیم کامل تر و گسترده تر آموزش داده می شود.

در پایان این مبحث دانش آموز باید مفهوم واحد و اهمیت آن در کسر، کسرهای کوچکتر از واحد، کسر مساوی واحد، کسر مساوی صفر، مقایسه ی کسرها، کسرهای مساوی، عدد مخلوط و کسر بزرگتر از واحد، جمع و تفریق کسرها با مخرج برابر و مخرج نابرابر، ضرب عدد در کسر، انجام محاسبات عبارت های کسری شناخت کافی پیدا کند.

مفهوم کسر

وقتی یک شکل واحد را به قسمت های مساوی تقسیم می کنیم و تعدادی از این قسمت ها را رنگ می کنیم، قسمت رنگ شده که بخشی از یک واحد است، کسری از یک واحد را به ما نشان می دهد.

مثال:



یک مربع را به ۸ قسمت مساوی تقسیم کردیم و ۵ قسمت آن را رنگ زدیم.



مخرج کسر نشان دهنده‌ی تعداد کل قسمت‌های مساوی یک شکل واحد است؛ صورت کسر نشان دهنده‌ی قسمت‌های مساوی رنگ شده.

انواع کسر

$$\frac{0}{5} = \frac{0}{7} = 0$$

۱- کسر مساوی صفر: کسری که صورت آن برابر صفر باشد.

$$\frac{3}{7}$$

۲- کسر کوچکتر از واحد: کسری که صورتش از مخرجش کوچکتر باشد.

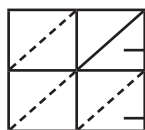
$$\frac{4}{4} = \frac{7}{7} = 1$$

۳- کسر مساوی یک: کسری که صورت و مخرجش برابر باشد.

هیچگاه مخرج یک کسر نمی‌تواند صفر باشد.

نکته

گاهی شکل به قسمت‌های مساوی تقسیم نشده است و از ما می‌خواهد که کسر مربوط به قسمت رنگ شده را پیدا کنیم. در این گونه موارد باید به کوچکترین تقسیم‌بندی شکل واحد توجه کنیم و شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم.



کوچکترین قسمت

قسمت‌های ایجاد شده

مثال:

مفهوم شکل واحد

اگر یک شکل داشته باشیم و از ما خواسته شود که مشخص کنیم چه کسری از شکل رنگ شده؛ کل آن را به عنوان واحد در نظر می‌گیریم.

حال اگر یک شکل داشته باشیم و از ما خواسته شود که مشخص کنیم چه عدد یا کسری را نشان می‌دهد باید با توجه به واحد مشخص شده عدد یا کسر مربوطه را به دست آوریم.

مثال:



$$\longrightarrow \frac{1}{3}$$



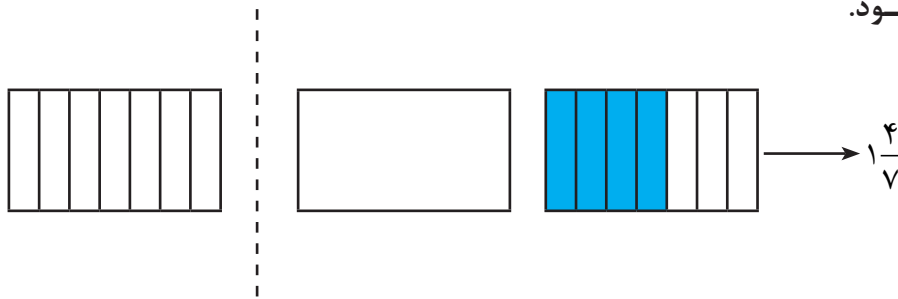
$$\longrightarrow \frac{1}{6}$$

واحد

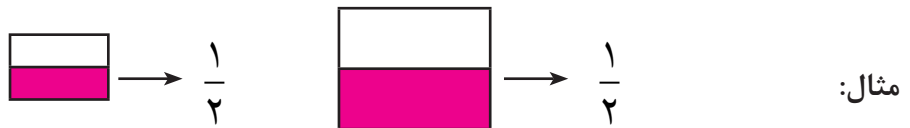


عدد مخلوط

هرگاه با توجه به شکل واحد، چند واحد و قسمتی از یک واحد رنگ شده باشد برای نشان دادن عدد مربوط به آن از عدد مخلوط استفاده می‌کنیم. عدد مخلوط شامل دو بخش است یک بخش تعداد واحدهای کامل را نشان می‌دهد و بخش دیگر قسمتی از یک واحد رنگ شده و به این صورت نوشته می‌شود و نمایش داده می‌شود.



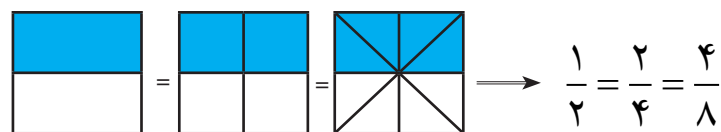
هر گاه دو شکل واحد با هم برابر نباشند کسرهای یکسان از آنها نیز با هم برابر نیستند.



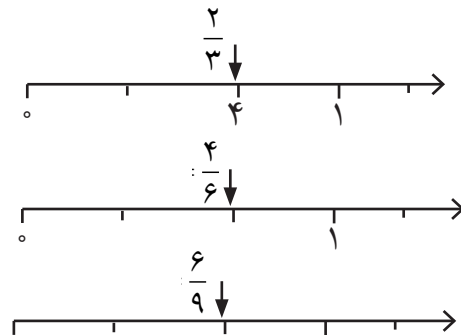
از شکل الف با $\frac{1}{2}$ از شکل ب برابر نیست چون شکل‌ها با هم برابر نیستند.

تساوی کسرها

اگر یک شکل را به عنوان واحد در نظر بگیریم دو کسر از این شکل واحد زمانی با هم برابر هستند که قسمت رنگ شده‌ی مربوط به آنها با هم برابر باشند. مثال شکل:



مثال روی محور:



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

برای نوشتن کسرهای مساوی بدون رسم شکل از دو روش می توان عمل کرد:
 ۱- صورت و مخرج را در یک عدد مساوی (غیر از صفر) ضرب کنیم.

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{21} \quad \times 3$$

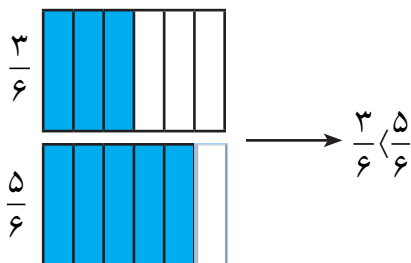
$$\frac{12}{34} = \frac{6}{17} \quad \div 2$$

۲- صورت و مخرج را بر یک عدد (غیر از صفر) تقسیم کنیم.

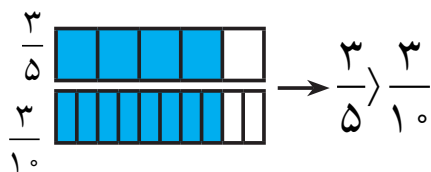
مقایسه کسرها

منظور از مقایسه این است که تعیین کنیم کدام کسر بزرگتر یا کوچکتر و یا با هم مساوی هستند.

۱- در کسرهای هم‌مخرج یعنی وقتی که مخرج دو کسر با هم برابر باشند: کسری بزرگتر است که صورتش بزرگتر باشند.



۲- هرگاه صورت دو کسر برابر باشد همواره کسری بزرگتر است که مخرج آن کوچکتر باشد.



۳- هرگاه صورت و مخرج دو کسر با هم برابر نباشند، باید با نوشتن کسرهای مساوی با آن دو کسر، آنها را با صورت‌ها یا مخرج‌های برابر نوشت و سپس آنها با هم مقایسه کرد. مثال:

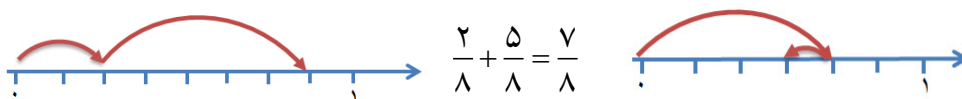
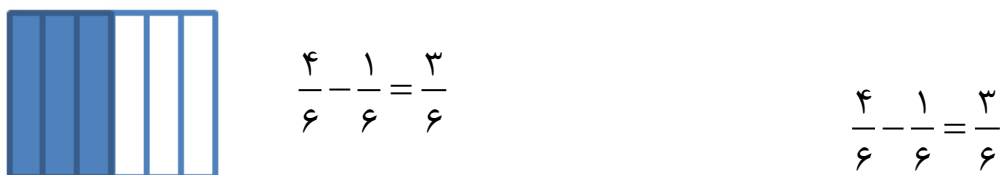
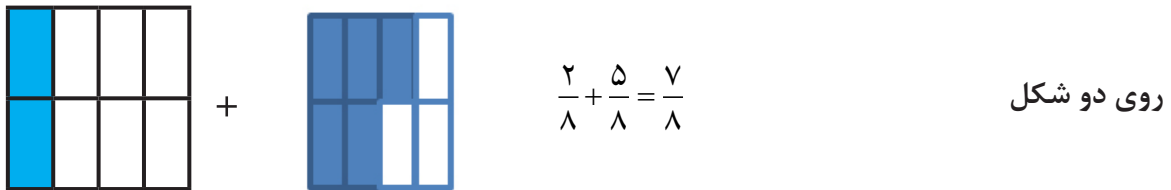
$$\frac{4 \times 2}{10 \times 2} = \frac{2}{5} > \frac{3}{10}$$

$$\frac{15 \times 5}{20} = \frac{3}{4} < \frac{5 \times 3}{6} = \frac{15}{18}$$

جمع و تفریق کسرها با مخرج برابر

این جمع و تفریق‌ها را به دو روش یکی رسم شکل و دیگری روی محور می‌توان انجام داد.

مثال شکل: در رسم شکل می‌توان به دو حالت انجام داد؛ روی دو شکل واحد یا روی یک شکل که هر دو مورد با مثال توضیح داده می‌شود.



جمع و تفریق کسرها با مخرج نابرابر

برای جمع و تفریق کسرهایی که مخرج‌ها آنها با هم برابر نیست، نیز می‌توان از شکل، محور یا محاسبه‌ی ریاضی استفاده کرد فقط باید ابتدا کسرهای مساوی با آن دو کسر را بنویسیم و آنها را به مخرج‌های برابر برسانیم سپس محاسبه کنیم:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{4}{12} + \frac{6}{12} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{6}{9} - \frac{1}{4} = \frac{24}{36} - \frac{9}{36} = \frac{15}{36}$$

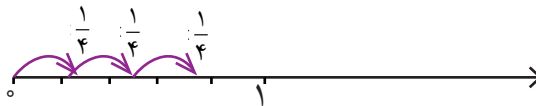

مثال:

ضرب عدد در کسر

(از ضرب برای خلاصه نوشتن جمع استفاده می‌شود)

وقتی عددی را در یک کسر ضرب کنیم همانند جمع و تفریق می‌توانیم از سه روش، رسم شکل، محور یا محاسبه‌ی ریاضی کمک بگیریم.

مثال:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$$

یادآوری مفاهیم کسرها: $\frac{1}{5}$ = خمس، $\frac{1}{3}$ = ثلث، $\frac{1}{4}$ = ربع، $\frac{1}{2}$ = نصف

گاهی می‌خواهیم بخشی از یک مقدار را محاسبه کنیم که برای محاسبه می‌توان به سه روش:

الف) ضرب عدد در کسر
ب) تساوی کسرها
ج) استفاده از ضرب و تقسیم
محاسبه را انجام داد.

$$27 \times \frac{2}{3} = \frac{54}{3} = 18$$

مثال: الف) $\frac{2}{3}$ عدد ۲۷ را پیدا کنید.

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 2 \\ \hline 10 \\ \times 5 \\ 5 \\ \hline 25 \end{array}$$

مثال: ب) $\frac{2}{5}$ عدد ۲۵ را پیدا کنید.

مثال: ج) ربع عدد ۶۴ چند است؟

$$64 \div 4 = 16$$

$\frac{2}{3}$ عدد ۱۸ چند است؟

$$(18 \div 3) \times 2 = 12$$

حل و محاسبه‌ی عبارت‌های مختلف:

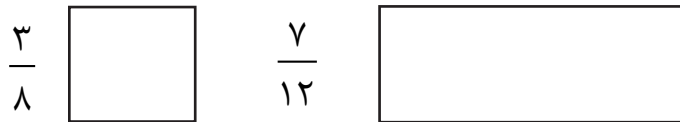
$$\left(\frac{1}{3} \times 2\right) + \left(5 \times \frac{1}{15}\right) = \frac{2}{3} + \frac{5}{15} = \frac{10}{15} + \frac{5}{15} = \frac{15}{15} = 1$$

مثال:

$$4 \times \frac{1}{12} - \frac{1}{3} = \frac{4}{12} - \frac{1}{3} = \frac{4}{12} - \frac{4}{12} = \frac{0}{12} = 0$$

تمرینات پایانی

۱- در هر شکل به اندازه‌ی کسر خواسته شده رنگ کنید.



۲- بار رسم محور عبارت‌های زیر را با یک عدد مخلوط نشان دهید.

الف) $\frac{1}{4}$ واحد قبل از عدد ۲

ب) $\frac{2}{3}$ واحد بعد از عدد ۳

۳- برای کسرهای زیر کسر مساوی بنویسید.

$$\frac{24}{32} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

۴- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$

$$5 \times \frac{3}{7} =$$

$$\frac{3}{6} - \frac{2}{8} \times 3 =$$

$$\frac{2}{8} \times \frac{2}{8} \times \frac{2}{8} = - \times \frac{2}{8}$$

۵- مقدار خواسته شده از هر عدد را به دست آورید.

$$\frac{2}{7} \text{ از عدد } 21$$

$$\frac{4}{8} \text{ از عدد } 40$$