

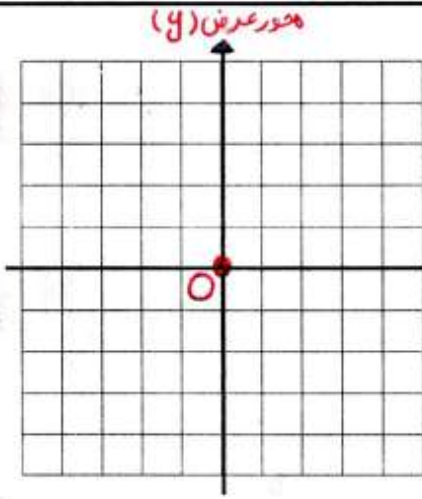
دییرستان  
استعداد های ناب صالحین  
ناحیه ۳ اهواز

جزوه ی درس ریاضیات پایه نهم

فصل ششم

خط و معادله های خطی

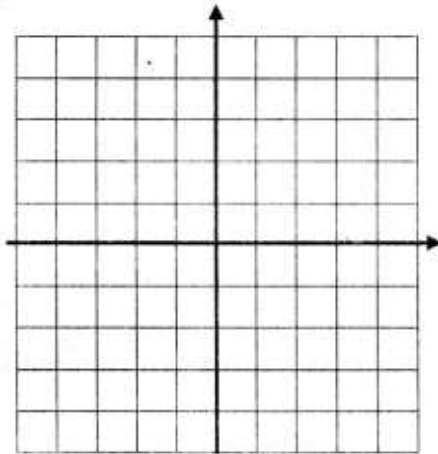
هما نظر که از سالهای گذشته یاد گرفتید، به شکل مقابل دستگاه مختصات گفته می شود که از دو محور عمود بر هم (محور طولها و محور عرضها) تشکیل شده است.



نکته : به محوری، محور طولها یا محور x ها گفته می شود.  
نکته : به محور عمودی، محور عرضها یا محور y ها گفته می شود.

نکته : به محل برخورد این دو محور مبدأ مختصات گفته می شود. (نقطه O)

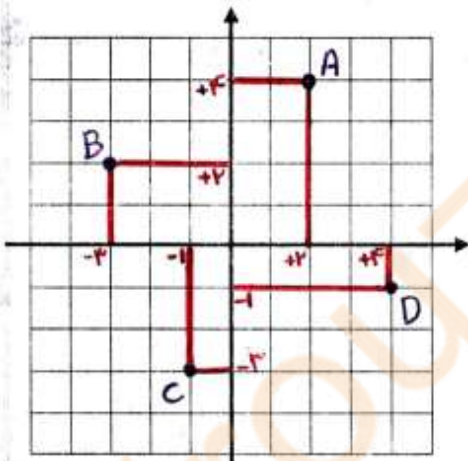
نکته : روی دستگاه مختصات مختصات طول و عرض هر نقطه را به صورت  $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$  مشخص می کنیم که در بالای آن طول نقطه و در پایین آن عرض نقطه را می نویسیم.



$$A = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

طول نقطه (x)                      عرض نقطه (y)

مثال: مختصات طول و عرض نقاط A, B, C, D را مشخص کنید.



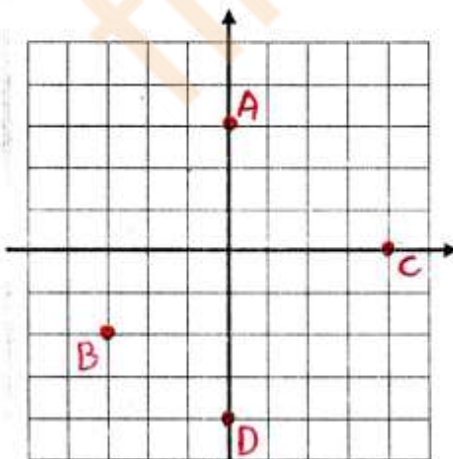
$$A = \begin{bmatrix} +2 \\ +4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

مثال: مختصات نقاط A, B, C, D را روی دستگاه مختصات مقابل مشخص کنید.



کلمه: اگر مختصات نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  و  $E$  را مشخص کنیم. داریم.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} +2 \\ +4 \end{bmatrix}$$

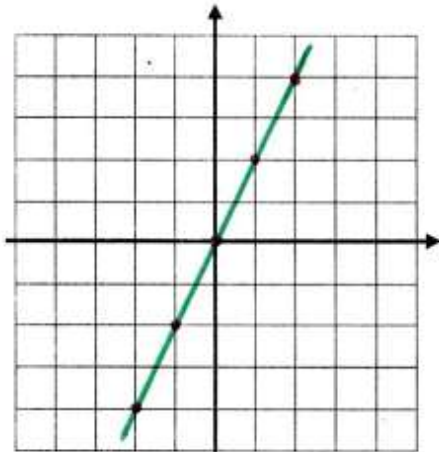
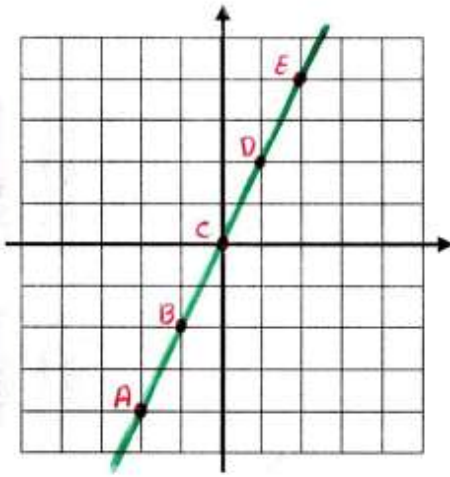
در تمام این نقاط واضح است که عرض هر نقطه دو برابر طول آن می باشد. یعنی:

طول آن نقطه  $\times 2 =$  عرض هر نقطه

$$y = 2 \times x$$

$$y = 2x$$

بنابر این می گوئیم معادله این خط  $y = 2x$  می باشد، یعنی این خط از نقاطی تشکیل شده است که عرض آن نقاط، دو برابر طول آنها می باشد.



مثال: ابتدا مختصات نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  را مشخص کنید و سپس به کمک این نقاط، معادله خط رسم شده را مشخص کنید.

$$A = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} +3 \\ +3 \end{bmatrix}$$

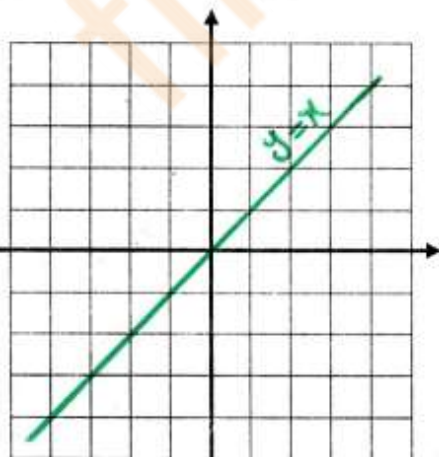
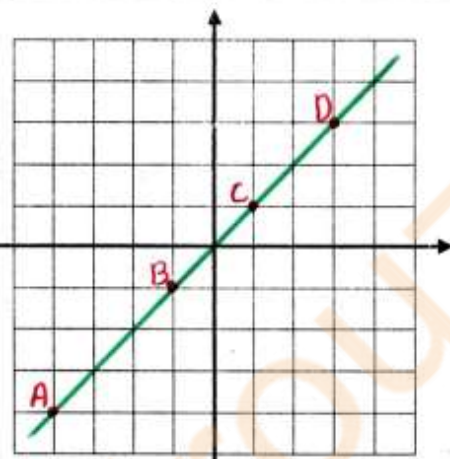
در تمام این نقاط واضح است که طول هر نقطه با عرض آن برابر است. پس:

طول آن نقطه  $=$  عرض هر نقطه

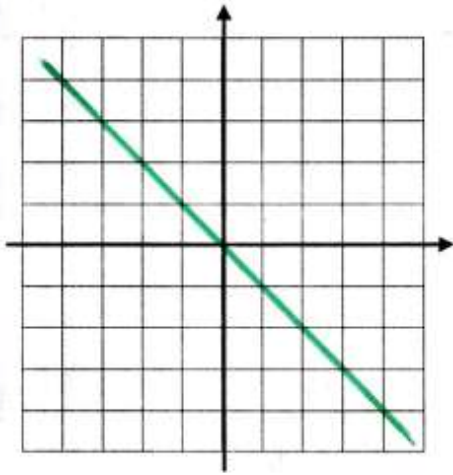
$$y = x$$

$$y = x$$

بنابر این می گوئیم معادله این خط  $y = x$  می باشد، یعنی این خط از نقاطی تشکیل شده است که عرض آن نقاط با طول آنها برابر است.



مثال: دو نقطه‌ی دلخواه از خط مقابل را در نظر بگیرید و مختصات آنها را مشخص کنید. سپس به کمک رابطه‌ای که بین طول و عرض این نقاط وجود دارد، معادله‌ی خط داده شده را بنویسید.



جواب: ابتدا نقاط دلخواه A, B را روی این خط در نظر می‌گیریم و مختصات آنها را مشخص می‌کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} -3 \\ +3 \end{bmatrix}$$

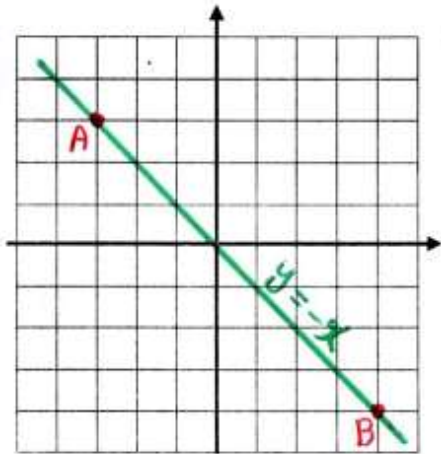
$$B = \begin{bmatrix} +3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

در هر کدام از این نقاط، واضح است که عرض هر نقطه، قرینه‌ی طول آن نقطه می‌باشد، بنابراین

قرینه‌ی طول آن نقطه = عرض هر نقطه

$$y = -x$$

← علامت قرینه



مثال: معادله‌ی خط مقابل را بدست آورید.

جواب: ابتدا دو نقطه‌ی دلخواه از این خط را در نظر می‌گیریم و مختصات این نقاط را مشخص می‌کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} +1 \\ +3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

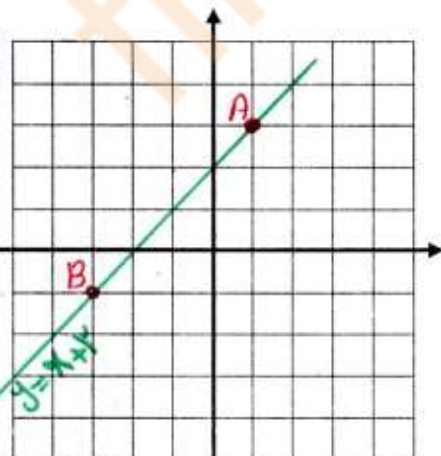
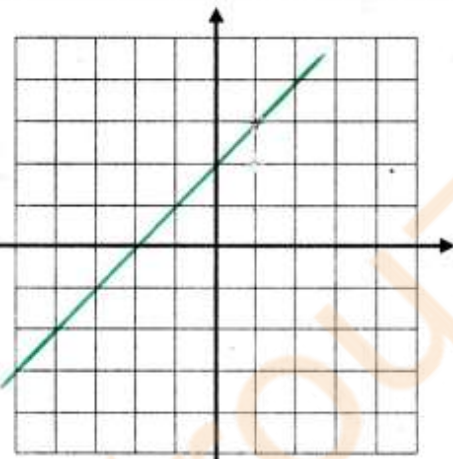


واضح است که عرض هر کدام از این نقاط دو واحد بیشتر از طول آنها می‌باشد، بنابراین

$$+2 = \text{طول نقاط} - \text{عرض این نقاط}$$

$$y = x + 2$$

بنابراین معادله‌ی این خط به صورت  $y = x + 2$  می‌باشد



نکته ی مهم : برای رسم خطی که معادله ی آن داده شده است به صورت زیر عمل می کنیم.

(الف) به جای  $x$  دو مقدار دلخواه (مثلاً ۰ و ۱) را قرار می دهیم و مقدار  $y$  را به ازای این مقادیر بدست می آوریم.

(ب) اکنون مختصات دو نقطه از این خط را داریم که باید آنها را روی دستگاه مختصات مشخص کنیم.

(ج) این دو نقطه را با هم وصل می کنیم و از هر دو طرف امتداد می دهیم.

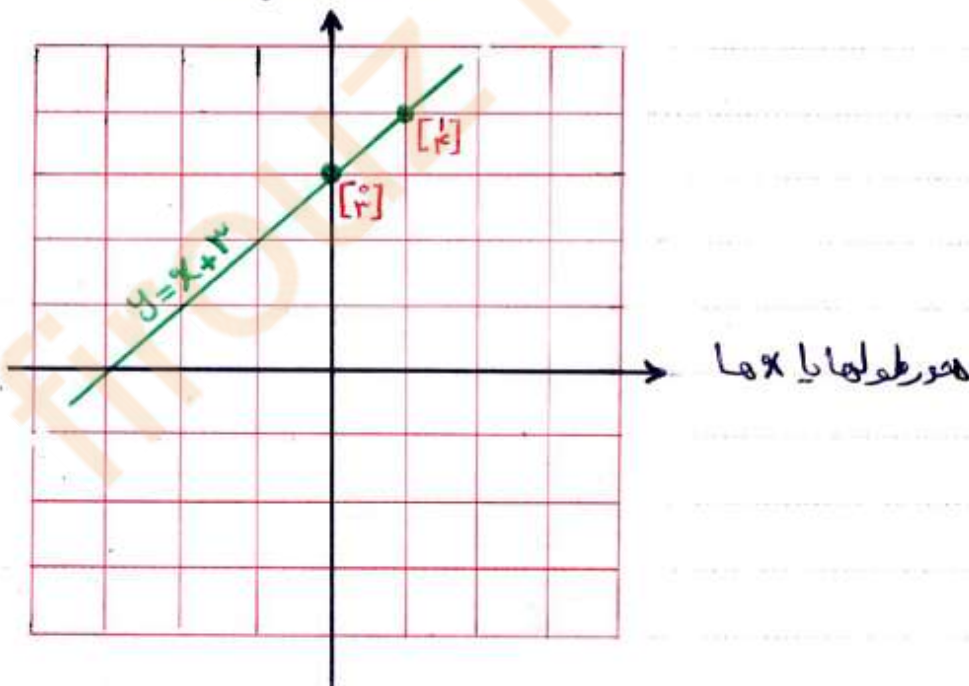
مثال : معادله ی خط  $y = x + 3$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

(الف) به جای  $x$  مقادیر دلخواه ۰ و ۱ را قرار می دهیم و مقدار  $y$  را به ازای این مقادیر محاسبه می کنیم.

$$y = x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 + 3 = 3 \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 + 3 = 4 \end{cases}$$

$x$	۰	۱
$y$	۳	۴
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

(ب) اکنون باید مختصات نقاط بدست آمده یعنی  $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  را روی دستگاه مختصات مشخص کنیم.  
محور عرض ها یا  $y$  ها



نکته ی مهم : برای رسم معادله ی یک خط، لزومی ندارد که حتماً به جای  $x$  اعداد ۰ و ۱ قرار بگیرند. شما برای رسم معادله ی یک خط می توانید بنا به سلیقه ی خودتان مثلاً اعداد ۲ و ۳ را به جای  $x$  قرار دهید.

مثال: در هر یک از سوالات زیر:

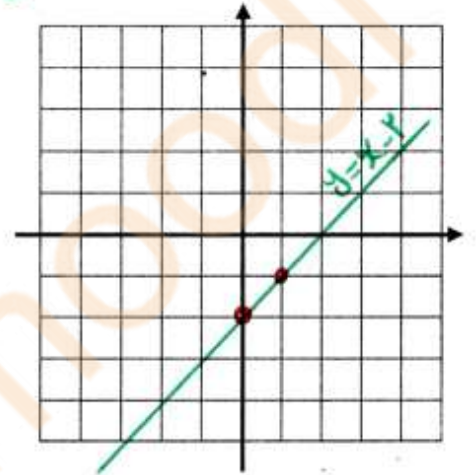
الف) به جای  $x$  در مقدار دلخواه اده را قرار دهید و حاصل  $y$  را به ازای این مقدار بدست آورید.  
 ب) نقاط بدست آمده را روی دستگاه مختصات منطبق کنید.  
 ج) این نقاط را با خط کش به هم وصل کنید و از هر دو طرف امتداد دهید.

۱- معادله ی خط  $y = x - 2$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 - 2 = -2$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 - 2 = -1$$

$x$	0	1
$y$	-2	-1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

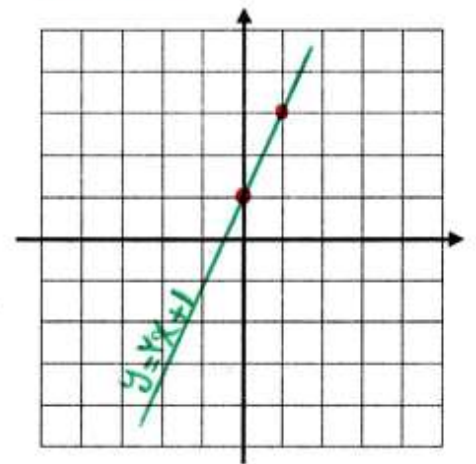


۲- معادله ی خط  $y = 2x + 1$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \times 0 + 1 = +1$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$x$	0	1
$y$	+1	3
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

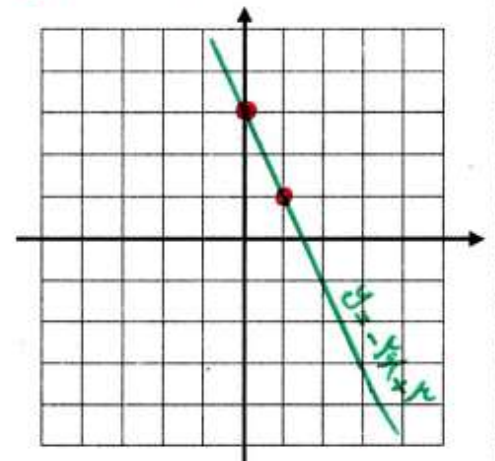


۳- معادله ی خط  $y = -2x + 3$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = -2 \times 0 + 3 = +3$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -2 \times 1 + 3 = +1$$

$x$	0	1
$y$	+3	+1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ +1 \end{bmatrix}$

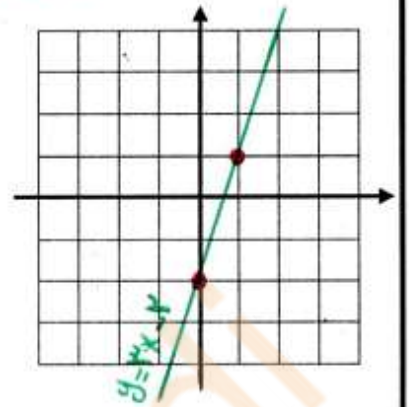


مثال: معادله ی خط  $y = 3x - 2$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 3 \times 0 - 2 = -2$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3 \times 1 - 2 = 1$$

x	0	1
y	-2	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$



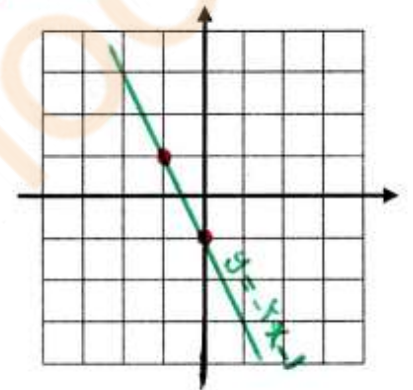
مثال: معادله ی خط  $y = -2x - 1$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = -2 \times 0 - 1 = -1$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -2 \times (-1) - 1 = +1$$

این عدد ۱- را فقط با صورت سلیمه ای انتخاب کرده ایم، شما می توانید هر دو ۱ را انتخاب کنید.

x	0	-1
y	-1	+1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix}$



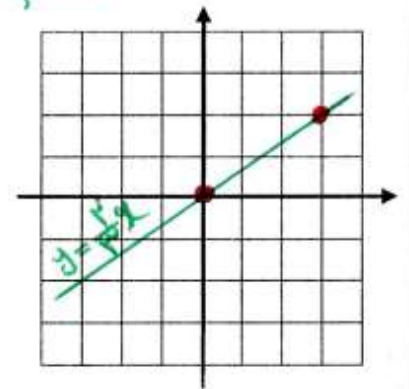
مثال: معادله ی خط  $y = \frac{2}{3}x$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \times 0 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

در معادله ی خط  $y = \frac{2}{3}x$  چون مخرج کسر ۳ می باشد، به جای x عدد ۳ قرار می دهیم تا با هم ساده شوند.

x	0	3
y	0	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$



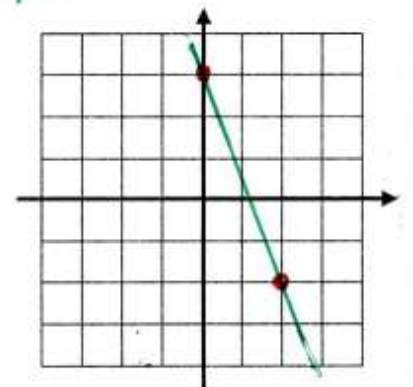
مثال: معادله ی خط  $y = -\frac{5}{4}x + 3$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{5}{4} \times 0 + 3 = +3$$

$$x = 2 \Rightarrow y = -\frac{5}{4} \times 2 + 3 = -2$$

چون ضریب x در معادله ی این خط  $-\frac{5}{4}$  می باشد، به جای x عدد ۲ قرار می دهیم تا این عدد ۴ با مخرج کسر ساده شود.

x	0	2
y	+3	-2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$



نکته: فرم استاندارد معادله‌ی یک خط به صورت  $y = ax + b$  می‌باشد که در آن  $a$  و  $b$  اعداد مختلفی می‌توانند باشند.

نکته: در معادله‌ی خط  $y = ax + b$  به مقدار  $a$  شیب خط گفته می‌شود.  
 به مقدار  $b$  عرض از مبدأ گفته می‌شود.

$$y = ax + b$$

← شیب خط
← عرض از مبدأ

مثال: معادله‌ی خطی را بنویسید که شیب آن  $-۳$  و عرض از مبدأ آن  $+۵$  باشد.

$$y = -3x + (+5)$$

← شیب خط
← عرض از مبدأ

مثال: معادله‌ی خطی را بنویسید که شیب و عرض از مبدأ آن  $-۲$  باشند.

$$y = -2x + (-2)$$

← شیب خط
← عرض از مبدأ

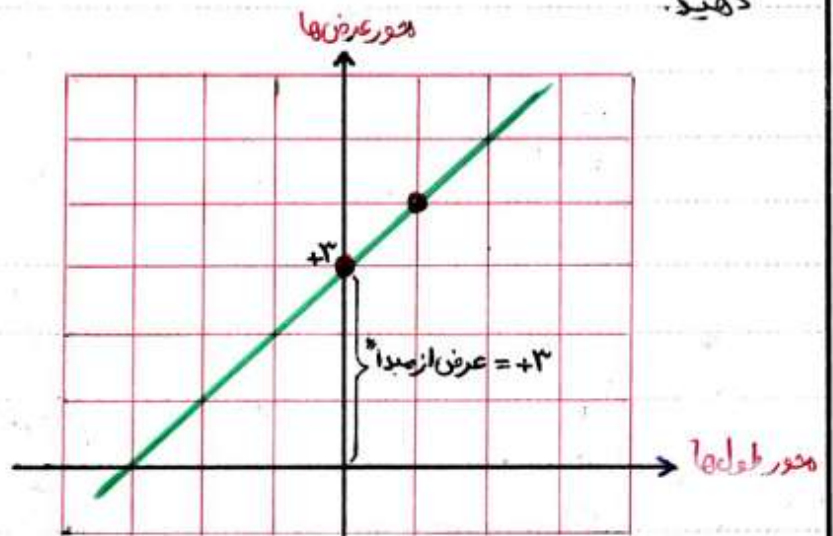


مثال: معادله‌ی خط  $y = x + 3$  را رسم کنید. و عرض از مبدأ آن را روی دستگاه مختصات نشان دهید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 + 3 = +3$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 + 3 = 4$$

$x$	۰	۱
$y$	+۳	۴
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$



در معادله‌ی خط  $y = x + 3$  نیز واضح است که عرض از مبدأ این خط، عدد  $+۳$  می‌باشد. (عرض از مبدأ، نقطه‌ای است که در آن، خط داده شده، محور عرضها را قطع می‌کند)

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه: ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

صفحه



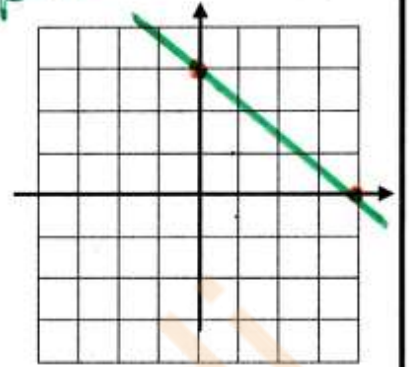
مثال: معادله خط  $y = -\frac{3}{4}x + 3$  را رسم کنید.

$$y = -\frac{3}{4}x + 3$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{4} \times 0 + 3 = +3$$

$$x = 4 \Rightarrow y = -\frac{3}{4} \times 4 + 3 = 0$$

x	0	4
y	+3	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$



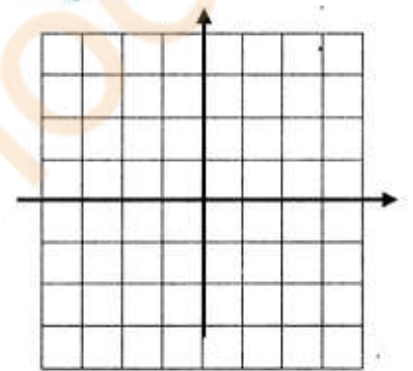
مثال: معادله خط  $x + y = 1$  را رسم کنید.

$$x + y = 1$$

$$y = -x + 1 \rightarrow$$

باید معادله خط  $y = -x + 1$  را رسم کنیم.

x	0	1
y		
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$		



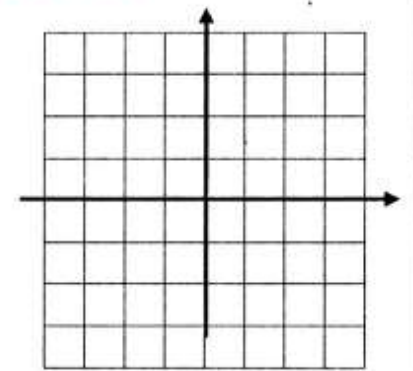
مثال: معادله خط  $y + 2x - 2 = 0$  را رسم کنید.

$$y + 2x - 2 = 0$$

$$y = -2x + 2 \rightarrow$$

باید معادله خط  $y = -2x + 2$  را رسم کنیم.

x	0	1
y		
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$		



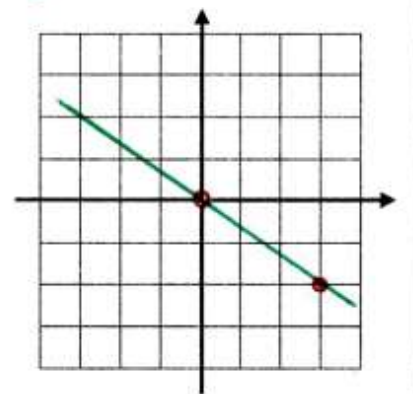
مثال: معادله خط  $3y = -2x$  را رسم کنید.

$$3y = -2x$$

$$y = -\frac{2}{3}x \Rightarrow$$



x	0	3
y	0	-2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$



$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{3} \times 0 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow y = -\frac{2}{3} \times 3 = -2$$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

فیروز محمودی

همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

صفحه

مثال: در معادله ی خط  $-2x + 3y = -6$

الف) شیب و عرض از مبدأ این خط را مشخص کنید.  
 ب) معادله ی این خط را رسم کنید و عرض از مبدأ آن را روی شکل مشخص کنید.

جواب: ابتدا باید فرم استاندارد معادله ی این خط را بنویسیم. که برای انجام این کار باید متغیر  $y$  در سمت چپ تساوی و بقیه ی عبارات به سمت راست تساوی منتقل شوند (منریب  $y$  باید  $\pm$  باشد)

$$\begin{aligned} -2x + 3y &= -6 \\ +3y &= +2x - 6 \\ \frac{+3y}{+3} &= \frac{+2x}{+3} - \frac{6}{+3} \\ y &= +\frac{2}{3}x - 2 \end{aligned}$$

بنابراین فرم استاندارد این خط به صورت  $y = +\frac{2}{3}x - 2$  می باشد که داریم.

$$y = +\frac{2}{3}x - 2$$

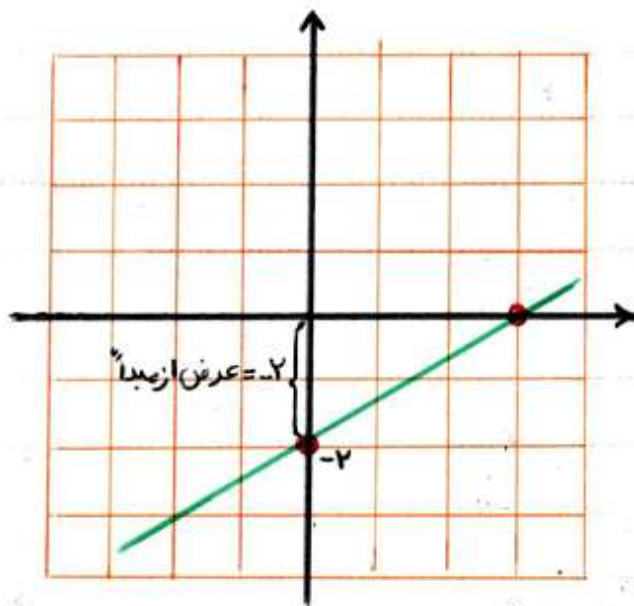
$\leftarrow$  عرض از مبدأ =  $-2$        $\leftarrow$  شیب خط =  $+\frac{2}{3}$

الکون باید معادله ی خط داده شده را رسم کنیم.

$$y = +\frac{2}{3}x - 2$$

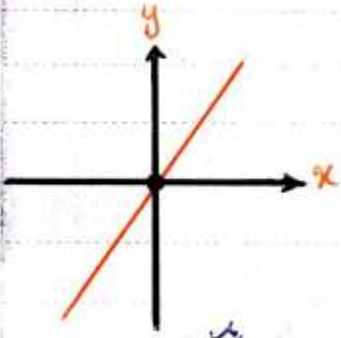
$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow y = +\frac{2}{3} \times 0 - 2 = -2 \\ x = 3 &\Rightarrow y = +\frac{2}{3} \times 3 - 2 = 0 \end{aligned}$$

$x$	0	3
$y$	-2	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$



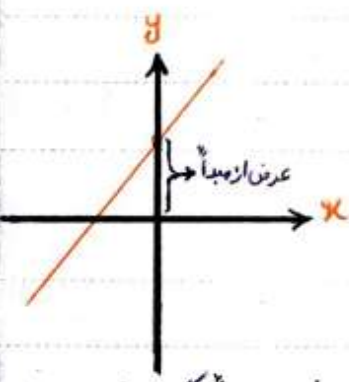
همانطور که قبلاً هم گفته شد: عرض از مبدأ، نقطه ای است که در آن، خط داده نشده محور عرض ها را قطع می کند (در این مثال چون خط رسم شده محور  $y$  ها را در نقطه ی  $-2$  قطع کرده است. می نویسیم عرض از مبدأ این خط  $-2$  می باشد)

**الف) خطهای مبدأ گذر:** به خطهایی گفته می شود که از مبدأ مختصات یا همان نقطه  $(0;0)$  عبور می کنند.



نکته: نرم استاندارد خطهای مبدأ گذر به صورت  $y = ax$  می باشد  
 مثال: خطهای  $y = 2x$  و  $y = -3x$  و  $y = \frac{2}{3}x$  مبدأ گذر هستند

**ب) خطهای غیرمبدأ گذر:** به خطهایی گفته می شود که از مبدأ مختصات یا همان نقطه  $(0;0)$  عبور نمی کنند.



نکته: نرم استاندارد خطهای غیرمبدأ گذر به صورت  $y = ax + b$  می باشد  
 مثال: خطهای  $y = 2x + 2$  و  $y = 5x - 7$  و  $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{5}$  غیرمبدأ گذر هستند

انواع معادله های خط



همانطور که قبلاً گفته شد نرم استاندارد یک معادله ای خط به صورت  $y = ax + b$  می باشد که در آن به مقدار  $a$  **شیب خط** و به مقدار  $b$  **عرض از مبدأ** گفته می شود. بنابراین:

شیب  $\rightarrow$   $y = 3x + 0 \rightarrow y = 3x$   
 عرض از مبدأ  $\rightarrow$

الف) عرض از مبدأ خطهای مبدأ گذر **صفر** می باشد

شیب  $\rightarrow$   $y = -5x + 7$   
 عرض از مبدأ  $\rightarrow$

ب) عرض از مبدأ خطهای غیرمبدأ گذر **صفر** نمی باشد.

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

فیروز محمودی  
 همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

صفحه

مثال: کدام یک از خطهای زیر مبدأ گذرنده و کدام یک غیرمبدأ گذرنده

الف)  $y = -3x$

مبدأ گذر

ب)  $y = -2x + 7$

غیرمبدأ گذر

ج)  $-2y = +7x \Rightarrow y = \frac{+7}{-2}x \Rightarrow y = -\frac{7}{2}x$

مبدأ گذر

د)  $4x + 2y = -3 \Rightarrow +2y = -4x - 3 \Rightarrow y = -2x - \frac{3}{2}$

غیرمبدأ گذر

ه)  $x + y = 0 \Rightarrow y = -x$

مبدأ گذر

و)  $x - y = 1 \Rightarrow -y = -x + 1 \Rightarrow y = x - 1$

غیرمبدأ گذر

یک راه ساده برای تشخیص مبدأ گذرنده یا نبودن یک خط وجود دارد که به این صورت است.  
 « در معادله ی خط داده شده به جای x عدد صفر را قرار می دهیم، اگر مقدار y هم برابر صفر شود، می گوئیم این خط مبدأ گذر است. ولی اگر مقدار y عددی به غیر از صفر شود، می گوئیم این خط غیرمبدأ گذر است.

مثال: خط  $-2x + 3y = 0$  مبدأ گذر است یا غیرمبدأ گذر؟ چرا؟

$x = 0 \Rightarrow -2 \times 0 + 3y = 0$

$+3y = 0$

$y = \frac{0}{+3} = 0$

پس این خط مبدأ گذر است. (زیرا مقدار y هم صفر شد)

مثال: خط  $-8x + 2y = -10$  مبدأ گذر است یا غیرمبدأ گذر؟ چرا؟

$x = 0 \Rightarrow -8 \times 0 + 2y = -10$

$+2y = -10$

$y = \frac{-10}{+2} = -5$

پس این خط غیرمبدأ گذر است. (زیرا مقدار y صفر نشد)



تقریب: آیا خط  $x = -2y + 1$  مبدأ گذر است؟ چرا؟

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) فیروز محمودی همراه : ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۹

نکته : برای تشخیص این که یک نقطه روی معادله ی خط داده شده قرار دارد یا خیر، به این صورت عمل می کنیم

الف) مختصات طول و عرض نقطه ی داده شده را در معادله ی خط قرار می دهیم. و حاصل هر دو طرف تساوی را بدست می آوریم.

ب) اگر حاصل هر دو طرف تساوی با هم برابر شدند، می گوئیم این نقطه روی خط داده شده قرار دارد و اگر با هم برابر نشوند، می گوئیم نقطه ی داده شده روی این خط قرار ندارد.

مثال: آیا نقطه ی  $\begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix}$  روی خط  $-3y = +2x - 4$  قرار دارد؟ چرا؟

$$-3y = +2x - 4 \quad \begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$\text{سمت چپ تساوی} = -3y = -3 \times (+2) = -6$$

$$\text{سمت راست تساوی} = +2x - 4 = +2 \times (-1) - 4 = -6$$

چون حاصل هر دو طرف تساوی به ازای طول و عرض این نقطه با هم برابر شدند، می گوئیم این نقطه روی خط داده شده قرار دارد.

مثال: آیا نقطه ی  $\begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$  روی خط  $y = -5x + 7$  قرار دارد؟ چرا؟

$$y = -5x + 7 \quad \begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$$

$$\text{سمت چپ تساوی} = y = +3$$

$$\text{سمت راست تساوی} = -5x + 7 = -5 \times (+2) + 7 = -10 + 7 = -3$$

چون حاصل هر دو طرف تساوی به ازای طول و عرض این نقطه با هم برابر نشوند، می گوئیم این نقطه روی خط داده شده قرار ندارد.

سؤال: آیا نقطه ی  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  روی این خط قرار دارد؟ چرا؟ (با عهده ی دانش آموز)



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

فیروز محمودی

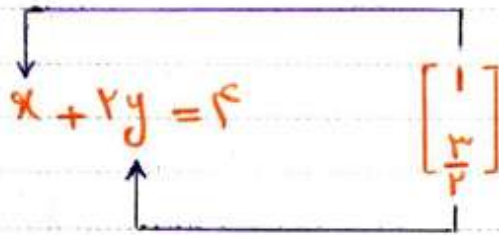
شماره : ۰۲۷۲۵۲۰۹۱۳۷

صفحه

تست : کدام نقطه روی خط  $x + 2y = 4$  قرار دارد؟

(الف)  $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$  (ج)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  ✓

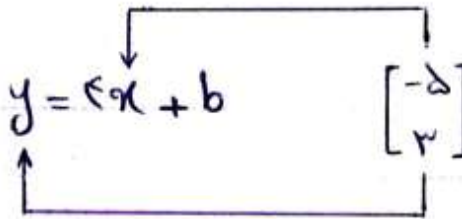
(ب)  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  (د)  $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$



سمت چپ تساوی  $= x + 2y = 1 + 2 \times \frac{2}{1} = 1 + 4 = 5$   
 سمت راست تساوی  $= 4$

سؤال هم : مقدار  $b$  چقدر باشد تا خط  $y = 4x + b$  از نقطه  $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$  بگذرد.

**جواب :** اگر این خط از نقطه  $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$  بگذرد، به این معنی است که این نقطه روی خط داده شده قرار دارد پس اگر مختصات طول و عرض این نقطه را در معادله خط داده شده قرار دهیم باید دو طرف تساوی با هم برابر شوند



سمت چپ تساوی  $= y = 3$   
 سمت راست تساوی  $= 4x + b = 4 \times (-5) + b = -20 + b$



بنابراین باید حاصل این دو عبارت با هم برابر باشند.

$-20 + b = 3$   
 $b = 3 + 20$   
 $b = 23$

سؤال : مقدار  $m$  چقدر باشد تا نقطه  $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$  روی خط  $y = -2x - m$  قرار بگیرد؟ (با معدهی شما)

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

فیروز محمودی

همراه : ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۹

صفحه

مثال: معادله خطی را بنویسید که شیب آن  $-3$  باشد و از نقطه  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  نیز بگذرد.

جواب: فرم استاندارد معادله یک خط به صورت  $y = ax + b$  می باشد که در آن

(الف) به مقدار  $a$  شیب خط گفته می شود.

(ب) به مقدار  $b$  عرض از مبدأ گفته می شود.

در صورت سؤال شیب خط مشخص شده است.  $(a = -3)$  بنابراین معادله این خط به صورت

$$y = -3x + b \text{ می باشد}$$

از طرفی چون این خط از نقطه  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  می گذرد. (نقطه روی خط قرار دارد) پس مشتقات طول و عرض این نقطه در معادله این خط صدق می کند.

این خط از نقطه  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  می گذرد.

$$y = -3x + b$$

$$+2 = -3x(+1) + b$$

$$+2 = -3 + b$$

$$+2 + 3 = b$$

$$+5 = b \rightarrow \text{مقدار } b \text{ همان عرض از مبدأ است.}$$

بنابراین معادله خط خواسته شده به صورت زیر است

$$y = ax + b \Rightarrow y = -3x + (+5) \Rightarrow y = -3x + 5$$



مثال: معادله خطی را بنویسید که شیب آن  $+3$  باشد و از نقطه  $\begin{bmatrix} +3 \\ -1 \end{bmatrix}$  بگذرد.

این خط از نقطه  $\begin{bmatrix} +3 \\ -1 \end{bmatrix}$  می گذرد

$$y = +3x + b$$

$$-1 = +3x(+3) + b$$

$$-1 = +9 + b \Rightarrow b = -10 \rightarrow \text{عرض از مبدأ}$$

$$y = +3x + (-10)$$

$$y = +3x - 10$$

مثال: معادله ی خطی را بنویسید که شیب آن ۳- و از نقطه ی  $[0, 4]$  بگذرد.

مثال: معادله ی خطی را بنویسید که شیب آن ۱- باشد و محور عرض ها را در نقطه ی ۴- قطع کند.

جواب: وقتی این خط محور عرض ها را در نقطه ی ۴- قطع می کند، به این معنی است که این خط از نقطه ی  $[0, -4]$  می گذرد.

این خط از نقطه ی  $[0, -4]$  می گذرد.

$$y = -1x + b$$

$$-4 = -1 \times 0 + b$$

$$-4 = 0 + b$$

$$-4 = b \rightarrow \text{عرض از مبدأ خط}$$



بنابراین معادله ی این خط به صورت مقابل است.

$$y = -1x + (-4) \Rightarrow y = -x - 4$$

تمرین: معادله ی خطی را بنویسید که شیب آن ۴+ باشد و محور طول ها را در نقطه ی ۱+ قطع کند.





نکته ی مهم: اگر دو نقطه از یک خط را داشته باشیم و بخواهیم شیب خط گذرنده از این نقاط را بدست آوریم، به این صورت عمل می کنیم.

الف) ابتدا نقاط داده شده را به صورت  $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$  نامگذاری می کنیم.  
 ب) از فرمول زیر استفاده می کنیم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال: شیب خط گذرنده از نقاط  $\begin{bmatrix} -1 \\ +8 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  می گذرد را بدست آورید.



$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{+2 - (+8)}{+1 - (-1)} = \frac{+2 - 8}{+1 + 1} = \frac{-6}{+2} = -3$$

مثال: شیب خط گذرنده از نقاط  $\begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$  را بدست آورید.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-1)}{0 - (+1)} = \frac{-3 + 1}{0 - 1} = \frac{-2}{-1} = +2$$

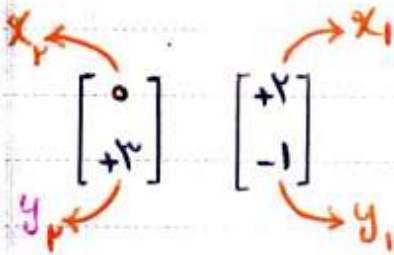
مثال: شیب خط گذرنده از نقاط  $\begin{bmatrix} +1 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$  را بدست آورید. (به عهده ی شما)

همانطور که قبلاً گفته بودیم، فرم استاندارد یک معادله ی خط به صورت  $y = ax + b$  می باشد که در آن

الف) به مقدار  $a$  شیب خط گفته می شود.  
ب) به مقدار  $b$  عرض از مبدأ گفته می شود.

بنابراین برای نوشتن معادله ی هر خطی باید **شیب خط** و **عرض از مبدأ** آن خط را داشته باشیم. به مثال زیر دقت کنید.

مثال: معادله ی خطی را بنویسید که از نقاط  $\begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$  بگذرد.



جواب: ابتدا شیب خط گذرنده از این نقاط را بدست می آوریم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{+3 - (-1)}{0 - (+2)} = \frac{+3 + 1}{0 - 2} = \frac{+4}{-2} = -2$$

بنابراین تا اینجا کار معادله ی خط به صورت  $y = -2x + b$  می باشد. حال چون این خط از نقطه ی  $\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$  می گذرد پس باید مقدمات طول و عرض این نقطه در معادله ی خط  $y = -2x + b$  صدق کند

این خط از نقطه ی  $\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$  می گذرد

$$y = -2x + b$$

$$+3 = -2 \times 0 + b$$

$$+3 = 0 + b$$

$$+3 = b \rightarrow \text{مقدار } b \text{ همان عرض از مبدأ است.}$$

الکون هم شیب خط  $(a = -2)$  (شیب خط) و هم عرض از مبدأ  $(b = +3)$  (عرض از مبدأ) این خط را داریم که معادله ی این خط به صورت زیر می باشد.

$$y = ax + b \Rightarrow y = -2x + (+3) \Rightarrow y = -2x + 3$$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

مهره : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

صفحه

مثال: معادله‌ی خطی را بنویسید که از دو نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} -1 \\ -7 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$  می‌گذرد.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-7)}{0 - (-1)} = \frac{-3 + 7}{+1} = \frac{+4}{+1} = +4$$

این خط از نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$  می‌گذرد.

$$y = +4x + b$$

$$-3 = +4 \times 0 + b$$

$$-3 = 0 + b$$

عرض از مبدأ این خط  $-3 = b \rightarrow$

بنابراین معادله‌ی این خط به صورت  $y = +4x + (-3)$  یا  $y = +4x - 3$  می‌باشد.

مثال: معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقاط  $\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} +4 \\ 0 \end{bmatrix}$  می‌گذرد. (به عهده‌ی شما)



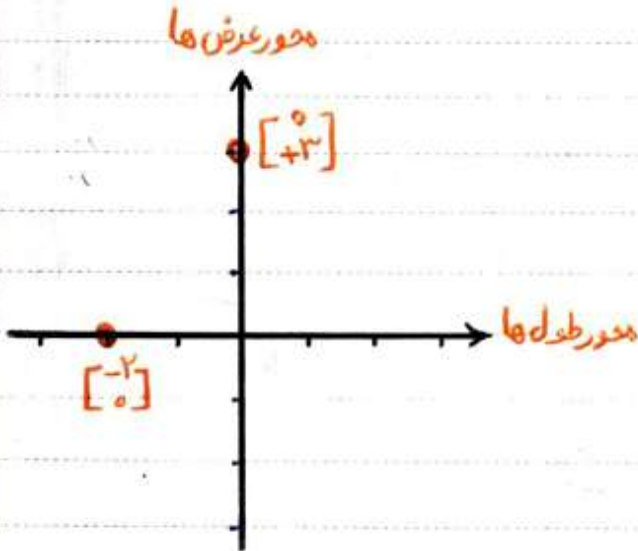
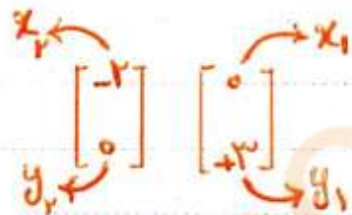
مثال: معادله ی خطی را بنویسید که محور طولها را در نقطه ی ۲- و محور عرضها را در نقطه ی ۳+ قطع کند

پاسخ: هما نظور که در شکل مقابل مشاهده می کنید.

این خط از نقاط  $\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$  می گذرد. بنابراین

ابتدا شیب خط گذرنده از این دو نقطه را بدست

می آوریم.



$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (+3)}{-2 - 0} = \frac{0 - 3}{-2} = \frac{-3}{-2} = +\frac{3}{2}$$

این خط از  $\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$  می گذرد.

$$y = +\frac{3}{2}x + b$$

$$+3 = +\frac{3}{2}x_0 + b$$

$$+3 = 0 + b$$

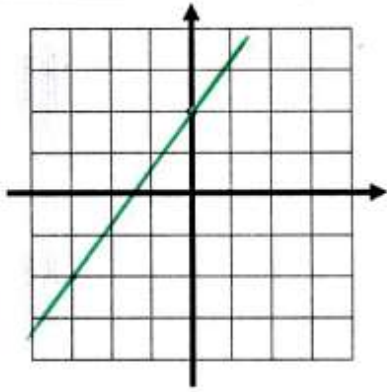
$$+3 = b \rightarrow \text{عرض از مبدأ}$$



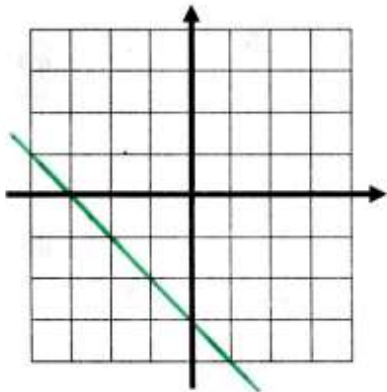
بنابراین معادله ی این خط  $y = +\frac{3}{2}x + (+3)$  یا  $y = +\frac{3}{2}x + 3$  می باشد.

مثال: معادله ی خطی را بنویسید که از مبدأ مختصات و نقطه ی  $\begin{bmatrix} -3 \\ +1 \end{bmatrix}$  بگذرد. (با عهده ی شما)

مثال: معادله‌ی خط مقابل را بدست آورید. (جواب پائین منغه است)

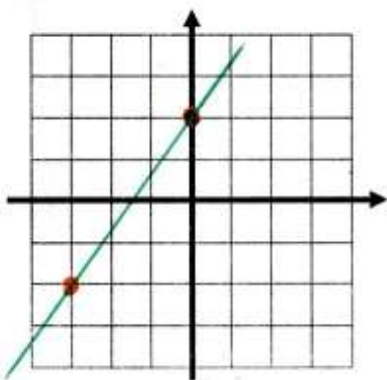


مثال: معادله‌ی خط مقابل را بدست آورید (به عهده‌ی شما)



جواب سوال بالای منغه؛

ابتدا دو نقطه‌ی دلخواه روی این خط در نظر می‌گیریم و شیب خط گذرنده از این نقاط را بدست می‌آوریم.



نقاط انتخاب شده:  $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$



$$\text{شیب} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{+2 - (-2)}{0 - (-3)} = \frac{+2 + 2}{0 + 3} = \frac{+4}{+3} = +\frac{4}{3}$$

همان طور که از روی شکل مشخص است، این خط محور عرض‌ها را در نقطه‌ی  $+2$  قطع می‌کند بنابراین می‌توان گفت که: عرض از مبدأ این خط  $+2$  می‌باشد.

فرم استاندارد یک خط:  $y = ax + b \Rightarrow$

شیب خط =  $+\frac{4}{3}$

عرض از مبدأ =  $+2$

$$y = +\frac{4}{3}x + (+2)$$

بنابراین معادله‌ی این خط  $y = \frac{4}{3}x + 2$  می‌باشد

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

نمونه سوالات امتحانی

۱- آیا نقطه‌ای  $\begin{bmatrix} -۲ \\ +۳ \end{bmatrix}$  روی خط  $-۲x = ۱۲ - ۲y$  قرار دارد؟ چرا؟



۲- آیا نقطه‌ای  $\begin{bmatrix} ۵ \\ +۱ \end{bmatrix}$  روی خط  $y = -\frac{۳}{۵}x + ۲$  قرار دارد؟ چرا؟

۳- فرم استاندارد خط  $-۲x + ۲y = -۵$  را بنویسید و شیب خط و عرض از مبدأ آن را مشخص کنید.

۴- مقدار  $m$  چقدر باشد تا خط  $y = (2m + 1)x + 11$  از نقطه  $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$  بگذرد.

$$y = (2m + 1)x + 11 \quad \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

سمت چپ تباری  $y = -4$   
 سمت راست تباری  $= (2m + 1)x + 11 = (2m + 1) \times 3 + 11 = 6m + 3 + 11 = 6m + 14$

$$\begin{aligned} 6m + 14 &= -4 \\ 6m &= -4 - 14 = -18 \\ m &= \frac{-18}{6} = -3 \end{aligned}$$

۵- مقدار  $m$  چقدر باشد تا شیب خط  $y = (2m + 1)x + 11$  برابر  $-13$  باشد.

جواب: می دانیم که این خط به نرم استاندارد نوشته شده است و ضریب  $x$  برابر شیب خط می باشد.

$$y = (2m + 1)x + 11 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 2m + 1 &= -13 \\ 2m &= -13 - 1 = -14 \\ m &= \frac{-14}{2} = -7 \end{aligned}$$

عوض از مبدأ  
شیب خط

۶- معادله ی خطی را بنویسید که شیب آن  $-2$  و از نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ +9 \end{bmatrix}$  بگذرد.

جواب: نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ +9 \end{bmatrix}$  روی محور عرض ها قرار دارد. بنابراین اگر این خط بخواهد از این نقطه عبور کند پس باید عرض از مبدأ این خط  $+9$  باشد.

$$y = ax + b \quad \Rightarrow \quad y = -2x + (+9)$$

$$y = -2x + 9$$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) فیروز محمودی همراه : ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰ صفحه

نکته مهم : دو خط همدگامی باهم موازی هستند که؛ شیب آنها باهم برابر باشد.

مثال: خطهای  $y = -2x + 9$  و  $y = -2x - 5$  باهم موازی هستند زیرا شیب هر دو خط  $-2$  می باشد

مثال: خطهای  $y = +5x + 7$  و  $y = -4x + 3$  باهم موازی نیستند زیرا شیب این دو خط باهم برابر نیست.

شیب این خط =  $+5$

$$y = +5x + 7$$

$$y = -4x + 3$$

شیب این خط =  $-4$

مثال: هر دو خط  $y = -2x - 1$  و  $y = -2x + 3$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و نشان دهید که این دو خط باهم موازی هستند.

$$y = -2x + 3$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -2 \times 0 + 3 = +3$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -2 \times 1 + 3 = +1$$

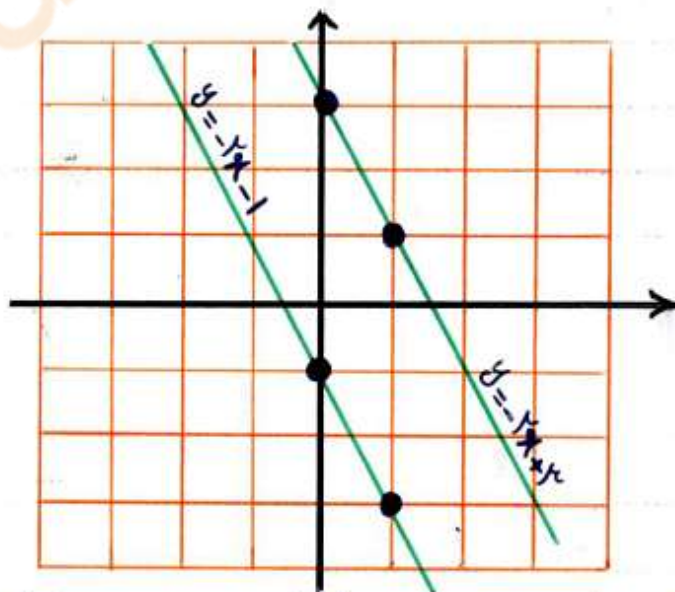
x	0	1
y	+3	+1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ +1 \end{bmatrix}$

$$y = -2x - 1$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -2 \times 0 - 1 = -1$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -2 \times 1 - 1 = -3$$

x	0	1
y	-1	-3
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$



همان طور که از روی شکل مشخص است این دو خط باهم موازی هستند (چون شیب هر دو خط  $-2$  می باشد)

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه : ۰۲۷۲۵۲۰۳۷۰۹۱

صفحه



مثال: خط  $y = +4x + 9$  با کدام خط موازی است؟

الف)  $y = +2x + 9$       ب)  $y = -2x + 7$

ج)  $y = +4x - 2$       د)  $y = -2x + 9$

جواب: ابتدا باید معادله ی خط داده شده در صورت سوال را به فرم استاندارد تبدیل کنیم.

$$\begin{array}{r} 2y = +4x + 9 \\ -x \quad -2 \quad -2 \\ \hline y = -2x - 2 \end{array}$$

بنابراین شیب این خط  $-2$  می باشد، و تنها گزینه ای که شیب آن  $-2$  می باشد، گزینه «ب» می باشد.

مثال: مقدار  $m$  چقدر باشد تا خطهای  $y = -5x + 11$  و  $y = (2m+3)x - 7$  باهم موازی باشند.

جواب: برای این که این دو خط باهم موازی باشند، باید شیب آنها برابر باشد. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} y = (2m+3)x - 7 \quad \text{شیب این خط} = 2m+3 \\ y = -5x + 11 \quad \text{شیب این خط} = -5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2m+3 = -5 \\ 2m = -5-3 = -8 \\ m = \frac{-8}{2} = -4 \end{array}$$

مثال: مقدار  $m$  چقدر باشد تا شیب خط  $m^2x - 3y - 4 = 0$  برابر  $-4$  باشد.

$$\left. \begin{array}{l} m^2x - 3y - 4 = 0 \\ -3y = -m^2x + 4 \\ \hline y = \frac{m^2}{3}x - \frac{4}{3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{m}{3} = -4 \\ 1m = 3 \times (-4) \\ m = -12 \end{array}$$



مثال: معادله ی خطی را بنویسید که با خط  $y = -7x - 5$  موازی باشد و عرض از مبدأ آن  $+3$  باشد.

جواب: می خواهیم معادله ی خطی را بنویسیم که با خط  $y = -7x - 5$  موازی باشد. (پس باید شیب آنها با هم برابر باشد. با این معنی که شیب هر دو خط باید  $-7$  باشد)

شیب این خط باید  $-7$  باشد تا با معادله ی خط  $y = -7x - 5$  موازی باشد (شرط موازی بودن)

در صورت سؤال عرض از مبدأ را داده است  $(+3)$

$$y = ax + b$$

در صورت سؤال عرض از مبدأ را داده است  $(+3)$

بنابر این معادله ی این خط به صورت  $y = -7x + (+3)$  یا  $y = -7x + 3$  می باشد.

مثال: معادله ی خطی را بنویسید که با خط  $y = -3x + 2$  موازی باشد و از نقطه ی  $\begin{bmatrix} -1 \\ +4 \end{bmatrix}$  بگذرد

جواب: شیب خط  $y = -3x + 2$  برابر  $-3$  می باشد، پس شیب این خطی که ما می خواهیم بنویسیم هم باید  $-3$  باشد تا این دو خط با هم موازی باشند.

شیب خط =  $-3$

$$y = ax + b$$

بنابر این تا اینجا ی کار معادله ی خط ما به صورت  $y = -3x + b$  می باشد.

این خط از نقطه ی  $\begin{bmatrix} -1 \\ +4 \end{bmatrix}$  می گذرد.

$$y = -3x + b$$

$$+4 = -3 \times (-1) + b$$

$$+4 = +3 + b$$

$$+4 - 3 = b$$

$$+1 = b$$

عرض از مبدأ خطی که می خواهیم بنویسیم  $+1$  می باشد

بنابر این در معادله ی خط  $y = -3x + b$  به جای  $b$  عدد  $+1$  را قرار می دهیم تا داشته باشیم:

$$y = -3x + (+1)$$

$$y = -3x + 1$$



مثال : معادله ی خطی را بنویسید که با خط  $-۷ = ۲y - ۳x$  موازی باشد و از نقطه ی  $\begin{bmatrix} ۴ \\ -۱ \end{bmatrix}$  بگذرد.

جواب :

$$-۳x - ۲y - ۷ = ۰$$

$$-۲y = +۳x + ۷$$

$$y = -\frac{۳}{۲}x - \frac{۷}{۲}$$

شیب این خط  $-\frac{۳}{۲}$  می باشد. بنابراین شیب خطی هم که ما می خواهیم بنویسیم باید  $-\frac{۳}{۲}$  باشد (شرط موازی بودن دو خط)

$$\text{شیب خط} = -\frac{۳}{۲}$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = -\frac{۳}{۲}x + b$$

حال این خط باید از نقطه ی  $\begin{bmatrix} ۴ \\ -۱ \end{bmatrix}$  بگذرد. بنابراین :

$$y = -\frac{۳}{۲}x + b \quad \begin{bmatrix} ۴ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$-۱ = -\frac{۳}{۲} \times \frac{۴}{۱} + b$$

$$-۱ = -۶ + b$$

$$-۱ + ۶ = +b$$

$$+۵ = b$$

عرض از مبدأ خط ما

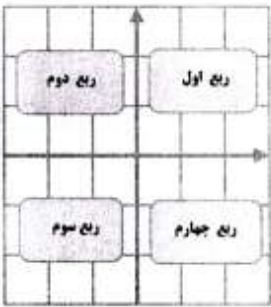
بنابراین معادله ی خط خواسته شده به صورت  $y = -\frac{۳}{۲}x + (+۵)$  می باشد.

$$y = -\frac{۳}{۲}x + ۵$$



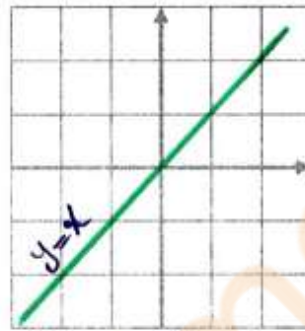
مثال : معادله ی خطی را بنویسید که با خط  $-۲x + y = ۰$  موازی باشد و از نقطه ی  $\begin{bmatrix} ۰ \\ +۹ \end{bmatrix}$  بگذرد.

نکته : همانطور که از سالهای گذشته یاد گرفتید. دستگاه مختصات با چهار ناحیه یا چهار ربع تقسیم می شود. که این قسمتها را در شکل مقابل مشاهده می کنید.



نکته : نیمساز ربع اول رسم شده است

که معادله آن خط  $y = +1x$  یا همان  $y = x$  می باشد

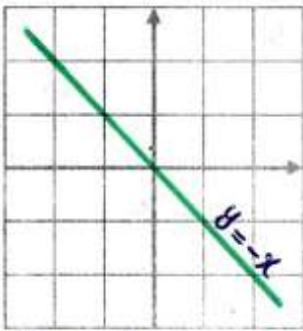


نکات مهم :

الف) معادله خط نیمساز ربع اول رسم از مبدأ مختصات می گذرد.  
ب) شیب خط نیمساز ربع اول  $+1$  می باشد

نکته : نیمساز ربع دوم رسم شده است

که معادله آن خط  $y = -1x$  یا همان  $y = -x$  می باشد.



نکات مهم :

الف) معادله خط نیمساز ربع دوم رسم از مبدأ مختصات می گذرد.  
ب) شیب خط نیمساز ربع دوم  $-1$  می باشد.

مثال : معادله خطی را بنویسید که با نیمساز ربع اول رسم موازی باشد و عرض از مبدأ آن  $-2$  باشد. سپس این خط را رسم کنید.

شیب خط باید  $+1$  باشد

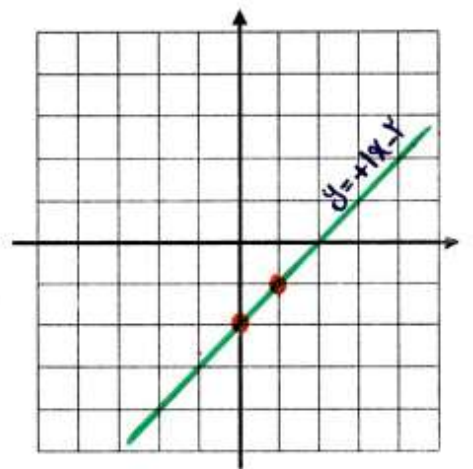
$$y = ax + b \Rightarrow y = +1x - 2$$

$-2$  = عرض از مبدأ

$$x = 0 \Rightarrow y = +1 \times 0 - 2 = -2$$

$$x = 1 \Rightarrow y = +1 \times 1 - 2 = -1$$

x	0	1
y	-2	-1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$



مثال : معادله خطی را بنویسید که با نیمساز ربع دوم رسم موازی باشد و عرض از مبدأ آن  $+3$  باشد. سپس این خط را رسم کنید.

شیب خط باید  $-1$  باشد

$$y = ax + b \Rightarrow y = -1x + 3$$

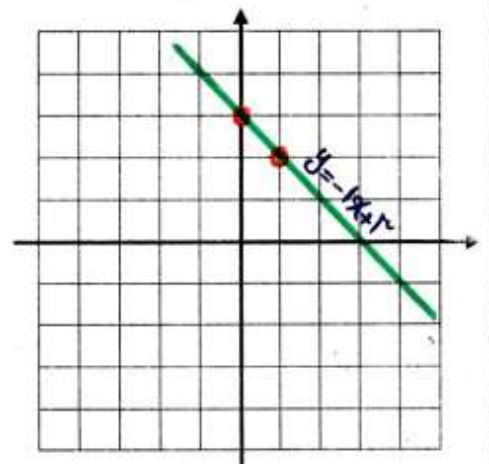
$+3$  = عرض از مبدأ

$$x = 0 \Rightarrow y = -1 \times 0 + 3 = +3$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -1 \times 1 + 3 = +2$$



x	0	1
y	+3	+2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ +3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ +2 \end{bmatrix}$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه : ۰۲۷۲۵۴۰۹۱۳۷

صفحه

مثال: نقطه ای روی خط  $y = -5x + 11$  بیابید که طول آن  $+3$  باشد.

جواب: نقطه ای مورد نظر را به صورت  $[+3]$  در نظر می گیریم. اکنون در معادله ی خط داده شده فقط باید به جای  $x$  (که همان طول نقطه است) عدد  $-3$  را قرار دهیم تا مقدار  $y$  (که همان عرض نقطه است)

مشخص شود.

$$y = -5x + 11 \Rightarrow y = -5(+3) + 11 = -15 + 11 = -4$$

$\rightarrow x = +3$  طول نقطه

بنابراین نقطه ای مورد نظر ما  $[+3, -4]$  می باشد.

مثال: نقطه ای از خط  $-7x + 2y = +3$  بیابید که عرض آن  $+5$  باشد.

جواب: نقطه ای مورد نظر را به صورت  $[+5]$  در نظر می گیریم. اکنون در معادله ی خط داده شده فقط باید به جای  $y$  (که همان عرض نقطه است) عدد  $+5$  را قرار دهیم تا مقدار  $x$  (که همان طول نقطه است)

مشخص شود.

$$-7x + 2y = +3 \Rightarrow -7x + 2(+5) = +3$$

$$-7x + 10 = +3$$

$$-7x = +3 - 10 = -7$$

$$x = \frac{-7}{-7} = +1$$

$\rightarrow y = +5$  عرض



بنابراین نقطه ای مورد نظر ما  $[+1, +5]$  می باشد.

مثال: نقطه ای از خط  $-5y = 3x - 2$  بیابید که عرض آن  $+7$  باشد. (به عمودی است)

نکته ی مهم: می دانیم که عرض از مبدأ هر خط، نقطه ای است که در آن خط داده شده محور  $y$  ها را قطع می کند. بنابراین برای بدست آوردن عرض از مبدأ هر خطی ساده ترین کار این است که به جای  $x$  عدد صفر را قرار دهیم، مقداری که برای  $y$  بدست می آید همان عرض از مبدأ است.

مثال: عرض از مبدأ خط  $-4x + 2y = -8$  کدام است؟

(الف)  $+4$

(ب)  $-4$

(ج)  $+2$

(د)  $-2$

جواب: فقط کافی است که در معادله ی خط داده شده به جای  $x$  عدد صفر را قرار دهیم.

$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow -2x_0 + 2y = -8 \\ +2y &= -8 \\ y &= \frac{-8}{+2} = -4 \end{aligned}$$

بنابراین خط داده شده از نقطه ی  $[0, -4]$  می گذرد.

نکته ی مهم: اگر می خواهید بدانید که یک خط محورهای مختصات (محور طولها و عرضها) را در چه نقطه ای قطع می کند، به این صورت عمل کنید.

(الف) به جای  $x$  عدد صفر بگذارید و مقدار  $y$  را بدست آورید. نقطه ای بدست آمده محل برخورد خط با محور  $y$  هاست.

(ب) به جای  $y$  عدد صفر بگذارید و مقدار  $x$  را بدست آورید. نقطه ای بدست آمده محل برخورد خط با محور  $x$  هاست.

مثال: محل برخورد خط  $+2x - 3y = -12$  با محورهای مختصات را بدست آورید.

$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow +2x_0 - 3y = -12 \\ -3y &= -12 \\ y &= \frac{-12}{-3} = +4 \end{aligned}$$

این خط محور عرضها را در نقطه ای  $[0, +4]$  قطع می کند

$$\begin{aligned} y=0 &\Rightarrow +2x - 3x(0) = -12 \\ +2x &= -12 \\ x &= \frac{-12}{+2} = -6 \end{aligned}$$

این خط محور طولها را در نقطه ای  $[-6, 0]$  قطع می کند

ضمناً با داشتن این دو نقطه می توانید خط داده شده را نیز رسم کنید.



تجزیه خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه: ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

صفحه

تمرین : معادله ی خطی را بنویسید که :

- (الف) شیب آن  $\frac{2}{5}$  باشد و محور عرض ها را در نقطه ی  $-2$  قطع کند.
- (ب) با خط  $y = 4x$  موازی باشد و عرض از مبدأ آن  $3$  باشد.
- (ج) با خط  $x - y = 7$  موازی باشد و از نقطه ی  $[-1, 0]$  بگذرد.

جواب :  
(الف)

شیب  $\rightarrow$

$$y = \frac{2}{5}x + (-2)$$

عرض از مبدأ  $\rightarrow$

- (ب) شرط موازی بودن دو خط این است که شیب آنها با هم برابر باشند.  
(در این سوال شیب هر دو خط باید  $4$  باشد تا با هم موازی باشند)

شیب  $\rightarrow$

$$y = 4x + 3$$

عرض از مبدأ  $\rightarrow$

(ج)

چون شیب خط داده شده  $1$  می باشد، شیب خط خواسته شده هم باید  $1$  باشد تا با هم موازی باشند

$$y = 1x + (-1)$$

وقتی قرار است که خط خواسته شده از نقطه ی  $[-1, 0]$  بگذرد به این معنی است که عرض از مبدأ آن  $-1$  می باشد

$$\begin{cases} +1x - 1y = 7 \\ -1y = -1x + 7 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ y = +1x - 7 \end{cases}$$

شیب این خط  $\rightarrow$

تمرین : مقدار  $a$  را چنان تعیین کنید که عرض از مبدأ خط  $y = -2x + 3a$  برابر  $-12$  باشد

$$y = -2x + 3a$$

عرض از مبدأ  $\rightarrow$

$$\begin{aligned} 3a &= -12 \\ a &= \frac{-12}{3} = -4 \end{aligned}$$



تمرین : محل برخورد خط  $x - 2y = -8$  با محورهای مختصات را بیابید. (با عهده ی شما)

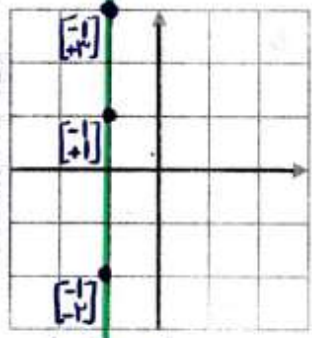
تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) - فیروز محمودی - همراه : ۰۲۷۲۵۲۰۲۷۳۷۰۹

خطهای موازی با محورهای مختصات

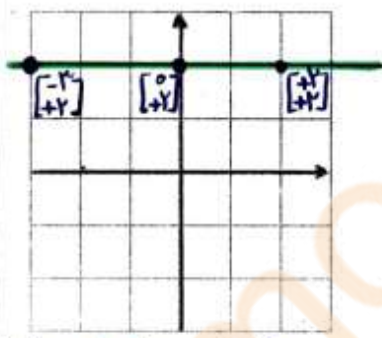
الف) خطهای موازی با محور طولها ( $x$ ها)؛ معادله ی این خطها به صورت  $y = a$  می باشد (عدد  $a$  محل برخورد خط با محور  $y$ ها است)

ب) خطهای موازی با محور عرضها ( $y$ ها)؛ معادله ی این خطها به صورت  $x = a$  می باشد (عدد  $a$  محل برخورد خط با محور  $x$ ها است)

مثال: عرض تمام نقاطی که روی خط زیر قرار دارند  $-1$  می باشد  
بنابراین می گوئیم معادله ی این خط به فرم  $x = -1$  می باشد.



مثال: عرض تمام نقاطی که روی خط زیر قرار دارند  $+2$  می باشد بنابراین می گوئیم معادله ی این خط به فرم  $y = +2$  می باشد.

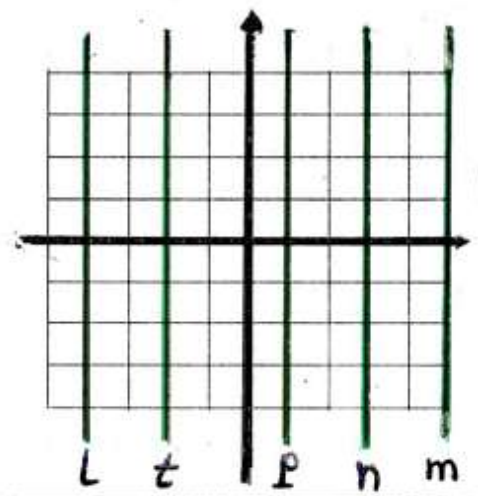


نکته: شیب خطهایی که موازی محور عرضها هستند را در ریاضیات بی نهایت در نظر می گیریم.

نکته: شیب خطهایی که موازی محور طولها هستند صفر می باشد  
مثلاً در این خط داریم:  $y = 0x + 2 \Rightarrow y = +2$

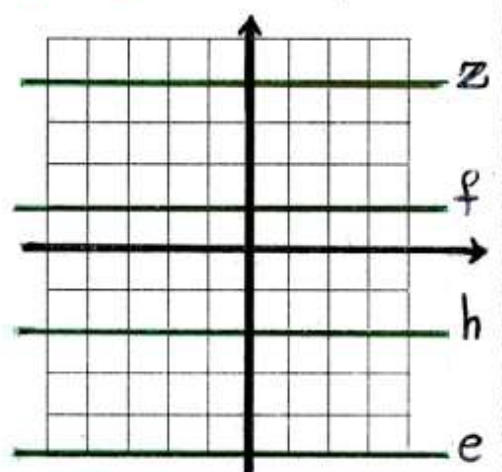
مثال: معادله ی خطهای  $L, t, p, n, m$  را بنویسید.

- $L$  خط:  $x = -4$  زیرا محور طولها را در نقطه ی  $-4$  قطع می کند
- $t$  خط:  $x = -2$  زیرا محور طولها را در نقطه ی  $-2$  قطع می کند
- $p$  خط:  $x = +1$  زیرا محور طولها را در نقطه ی  $+1$  قطع می کند.
- $n$  خط:  $x = +3$  زیرا محور طولها را در نقطه ی  $+3$  قطع می کند.
- $m$  خط:  $x = +5$  زیرا محور طولها را در نقطه ی  $+5$  قطع می کند



مثال: معادله ی خطهای  $z, h, f, e$  را بنویسید.

- $z$  خط:  $y = +4$  زیرا محور عرضها را در نقطه ی  $+4$  قطع می کند.
- $f$  خط:  $y = +1$  زیرا محور عرضها را در نقطه ی  $+1$  قطع می کند.
- $h$  خط:  $y = -2$  زیرا محور عرضها را در نقطه ی  $-2$  قطع می کند
- $e$  خط:  $y = -5$  زیرا محور عرضها را در نقطه ی  $-5$  قطع می کند

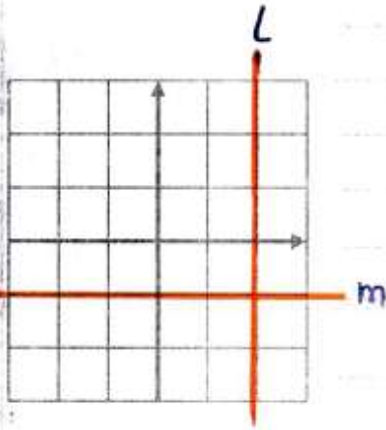


تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) فیروز محمودی همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲ صفحه

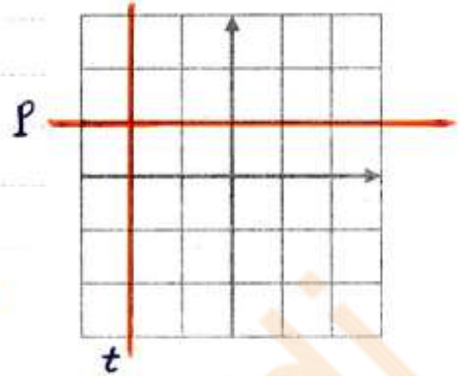




مثال: معادله های هر کدام از خطهای مشخص شده را بنویسید.

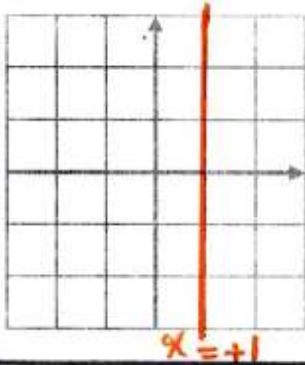


خط  $L: x = +2$   
خط  $m: y = -1$

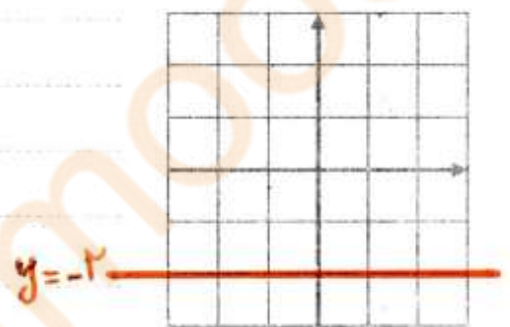


خط  $p: y = +1$   
خط  $t: x = -2$

مثال: معادله ی خط  $x = +1$  را رسم کنید.



مثال: معادله ی خط  $y = -2$  را رسم کنید.



مثال: معادله ی خطی را بنویسید که با خط  $y = +2$  موازی باشد و از نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix}$  بگذرد.

جواب: می دانیم که خطهای افقی (خطهای موازی با محور  $x$  ها مثل همین  $y = +2$ ) دارای شیب صفر هستند. بنابراین شیب معادله ی خط خواسته شده نیز باید صفر باشد تا با هم موازی باشند.

شیب خط باید صفر باشد  $\rightarrow$

$$y = ax + b \Rightarrow y = 0x + b \Rightarrow y = b$$

از طرفی این خط باید از نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix}$  بگذرد. بنابراین

$$y = b \quad \begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$   $+5 = b$

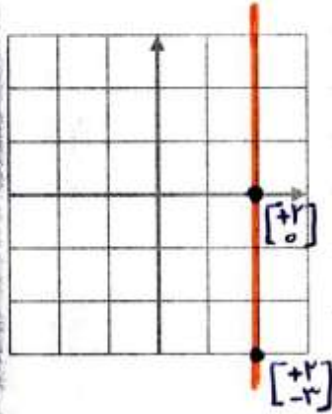
بنابراین معادله ی خط خواسته شده به صورت  $y = +5$  می باشد.



نکته: در سوال قبل اگر خط  $y = +2$  و نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix}$  را روی یک دستگاه مختصات مشخص می کردیم، به سادگی می توانستیم معادله ی خط خواسته شده را بدست آوریم

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی همراه: ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

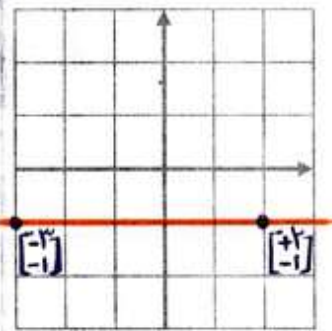
مثال: معادله‌ی خط گذرنده از نقاط  $\begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} +2 \\ 0 \end{bmatrix}$  را بدست آورید.



جواب: چون طول هر دو نقطه‌ی داده شده  $+2$  می باشد بنابراین معادله‌ی این خط به صورت زیر است.

$$x = +2$$

مثال: معادله‌ی خط گذرنده از نقاط  $\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix}$  را بدست آورید.

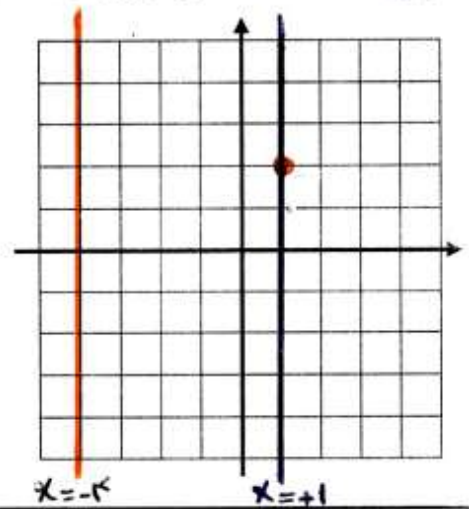


جواب: چون عرض هر دو نقطه‌ی داده شده  $-1$  می باشد. بنابراین معادله‌ی این خط به صورت زیر است.

$$y = -1$$

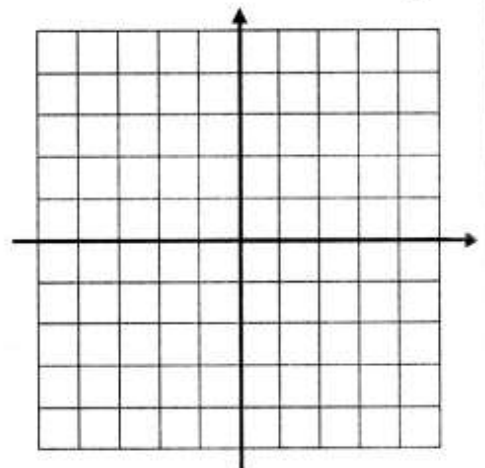
تمرین: معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط  $x = -4$  موازی باشد و از نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  بگذرد.

جواب: آن خط  $x = -4$  و نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  را روی دستگاه مختصات مشخص کنیم. و بخواهیم خطی موازی با  $x = -4$  چنان رسم کنیم که از نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$  بگذرد. واضح است که معادله‌ی آن باید به صورت زیر باشد.



$$x = +1$$

تمرین: معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط  $y = +2$  موازی باشد و از نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$  بگذرد.



دستگاه معادلات خطی

موضوع را با ذکر یک مثال شروع می کنیم.

مثال: هر دو خط  $2x + y - 3 = 0$  و  $2x - y - 5 = 0$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و محل تقاطع آنها را در این دستگاه مشخص کنید.

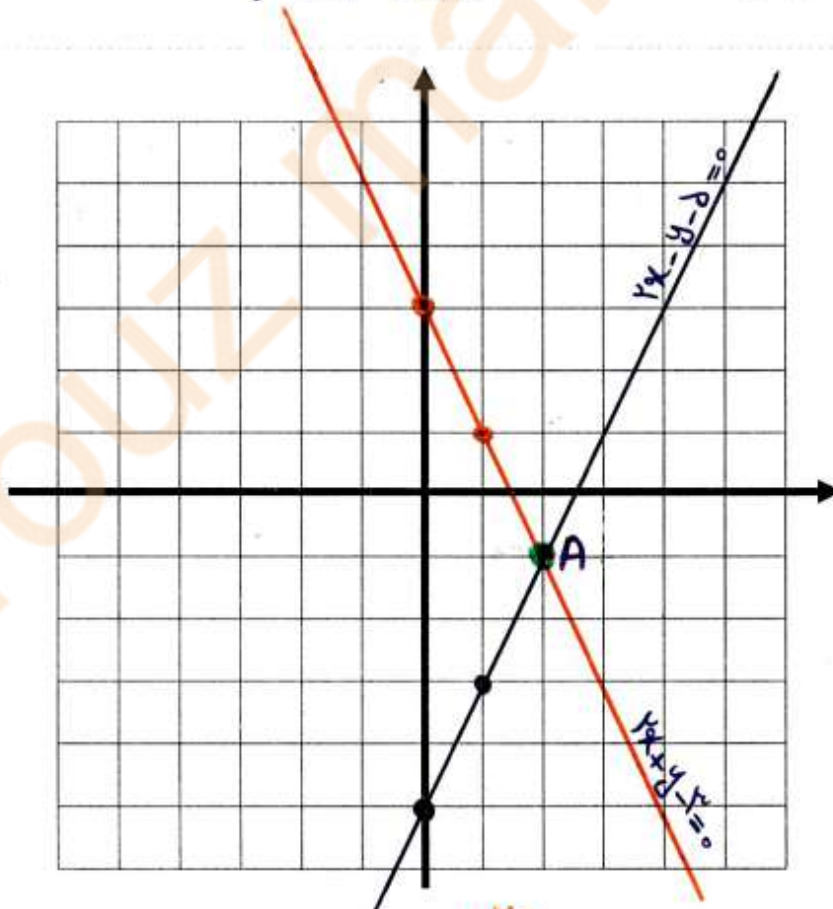
$$2x + y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow 2x_0 + y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x=1 \Rightarrow 2x_1 + y - 3 = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

x	0	1
y	3	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$2x - y - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow 2x_0 - y - 5 = 0 \Rightarrow y = -5 \\ x=1 \Rightarrow 2x_1 - y - 5 = 0 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

x	0	1
y	-5	-3
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

اکنون هر دو خط داده شده را در دستگاه مختصات زیر رسم می کنیم



بنابراین خطهای داده شده دیگر را در نقطه  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  قطع می کنند. در این درس می خواهیم بدون رسم رسم کردن دو خط (با کمک روشهایی که بعداً گفته می شود) محل تقاطع آنها را بیابیم.



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

فرض کنید می خواهیم محل تقاطع دو خط  $x + 2y = 4$  و  $3x - 2y = 12$  را بدون رسم کردن آنها بیابیم روش کار به این صورت است.

هر دو معادله ی خط را در داخل آنگولاد به صورت معادل می نویسیم.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

به عبارت نوشته شده « **دستگاه معادلات خطی** » گفته می شود.

منظور از حل این دستگاه یافتن نقطه ای است که مختصات طول و عرض آن نقطه به صورت همزمان در هر دو معادله صدق کند (به بیان بهتر ما باید برای  $x$  و  $y$  مقدارهایی را بیابیم که اگر این اعداد را در هر کدام از معادلات داده شده قرار دهیم، به یک تساوی درست برسیم)

برای حل یک دستگاه معادلات خطی دو روش وجود دارد که آنها را بیان می کنیم.

**(الف) روش حذفی:** در این روش یکی از معادله ها یا هر دو معادله را در عددی ضرب می کنیم که ضرایب  $x$  یا ضرایب  $y$  در هر دو معادله قریبه شوند پس دو معادله را باهم جمع می کنیم تا یکی از مجهول ها حذف شود. و مجهول دیگر بدست آید. پس به کمک این مجهول، مجهول دیگر را با جای گذاری در یکی از این معادله ها به دلخواه بدست می آوریم.

روش های حل دستگاه معادلات خطی

**(ب) روش جایگزینی:** در این روش یک متغیر را بر حسب متغیر دیگر در یکی از این معادله ها بدست آورده و در معادله ی دیگر جای گذاری می کنیم به این ترتیب معادله یک مجهولی می شود. و معادله را حل می کنیم و یکی از مجهول ها را بدست می آوریم. پس آنها را در یکی از معادله ها به دلخواه جای گذاری می کنیم و مجهول دیگر را بدست می آوریم.



در ادامه دستگاه معادلات خطی ذکر شده در بالای صفحه را به هر دو روش حل می کنیم.

مثال : دستگاه معادلات خطی متقابل را به روش حذفی حل کنید.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

حل : همان طور که قبلاً گفته شد برای حل دستگاه معادلات خطی به روش حذفی باید یک یا دو معادله را در عددی ضرب کنیم که ضرایب  $x$  یا  $y$  قرینه شوند که خوشبختانه در این دستگاه ضرایب  $y$  قرینه هستند و نیازی به این کار نیست (ضرایب  $y$  عبارتند از  $2$  و  $-2$  که قرینه ی همدیگر هستند)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3x + x &= 12 + 4 \\ 4x &= 16 \\ x &= \frac{16}{4} = 4 \end{aligned}$$

$x = 4$

الکون همین مقدار  $x = 4$  را در یکی از معادلات بالای صفحه جای گذاری می کنیم (مهم نیست که کدام یک از آنها را انتخاب کنید) تا مقدار  $y$  هم بدست آید. فرض کنید ما معادله بالایی را انتخاب می کنیم.

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 12 \\ 3 \times 4 - 2y &= 12 \\ 12 - 2y &= 12 \\ -2y &= 12 - 12 = 0 \\ y &= \frac{0}{-2} = 0 \end{aligned}$$

$y = 0$



بنابراین از حل این دستگاه معادلات خطی داریم  $x = 4$  و  $y = 0$  به بیان بهتری می توان گفت که اگر خطهای  $3x - 2y = 12$  و  $x + 2y = 4$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم این خطها همدیگر را در نقطه ای قطع می کنند که مختصات آن  $[4, 0]$  می باشد.

جواب این دستگاه معادلات خطی  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

مثال: دستگاه معادلات خطی مقابل را با روش حذفی حل کنید.

$$\begin{cases} -2x - 3y = +3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

حل: ابتدا معادله ی پایینی را در عدد ۲ ضرب می کنیم تا ضریب x در هر دو معادله تقریباً شود.

$$\begin{cases} -2x - 3y = +3 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 3y = +3 \\ +2x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2y + 4y = +3 - 2 \\ +1y = +1 \\ y = \frac{+1}{+1} = +1 \end{array}$$

$y = +1$

الگونی یکی از معادلات را به دلخواه خودمان انتخاب می کنیم و در آن به جای y عدد +1 را قرار می دهیم.

$$\begin{array}{r} -2x - 3y = +3 \\ -2x - 3(+1) = +3 \\ -2x - 3 = +3 \\ -2x = +3 + 3 = +6 \\ x = \frac{+6}{-2} = -3 \end{array}$$

$x = -3$

بنابراین جواب این دستگاه  $\begin{bmatrix} -3 \\ +1 \end{bmatrix}$  می باشد.

سوال: از کجا بدانیم که دستگاه را درست حل کرده ایم یا خیر؟

جواب: در هر دو معادله ی دستگاه به جای x عدد -3 و به جای y عدد +1 را قرار دهید. اگر تساویها برقرار بود پس دستگاه را درست حل کرده اید. در غیر این صورت اشتباه حل کرده اید.

معادله ی اولی:  $-2x - 3y = -2x(-3) - 3x(+1) = +6 - 3 = +3 \checkmark$

معادله ی دومی:  $x + 2y = -3 + 2x(+1) = -3 + 2 = -1 \checkmark$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

فیروز محمودی

همراه: ۰۲۷۲۵۲۰۲۷۳۷۰۹۱۳۷۰

صفحه

مثال: دستگاه معادله را به روش حذفی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

حل: معادله‌ی بالا را در  $+3$  و معادله‌ی پایین را در  $-2$  ضرب می‌کنیم تا ضرایب  $x$  قرینه شوند.

$$\begin{cases} +3(2x + 3y = -4) \\ -2(3x + 2y = -1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +6x + 9y = -12 \\ -6x - 4y = +2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} +9y - 4y = -12 + 2 \\ +5y = -10 \\ y = \frac{-10}{+5} = -2 \end{array}$$

$y = -2$

اکنون یک معادله را به دلخواه انتخاب می‌کنیم. (مثلاً معادله‌ی پایینی را انتخاب می‌کنیم)

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = -1 \\ 3x + 2x(-2) = -1 \\ 3x - 4 = -1 \\ 3x = -1 + 4 = +3 \\ x = \frac{+3}{3} = +1 \end{array}$$

$x = +1$

بنابراین جواب این دستگاه  $\begin{bmatrix} +1 \\ -2 \end{bmatrix}$  می‌باشد.



نکته: شاید از خودتان پرسید که برای حل یک دستگاه معادلات خطی از کجا باید بدانیم که باید ضرایب  $x$  ها را قرینه کنیم یا ضرایب  $y$  ها را؟ در جواب باید گفت که این موضوع سلیقه‌ای است. در مثال بالا شما به جای اینکه ضرایب  $x$  ها را (با ضرب اعداد مناسب در هر دو معادله) قرینه کنید می‌توانستید ضرایب  $y$  ها را قرینه کنید. (برای این کار باید معادله‌ی بالایی را در  $-2$  و معادله‌ی پایینی را در  $+3$  ضرب کنیم). و با حذف کردن آنها آنها ابتدا مقدار  $x$  و سپس مقدار  $y$  را بدست آورید. در نهایت جوابی را بدست می‌آورید که با جواب قبلی هیچ تفاوتی ندارد.

پیشنهاد می‌شود این موضوع را خودتان بررسی کنید

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره‌ی اول و دوم و ...)

فیروز محمودی

صفحه

تمرین : دستگاه معادلات خطی مقابل را حل کنید. (با روش حذفی)

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 5x - 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +2x + 2y = +2 \\ 5x - 2y = 12 \end{cases}$$


---


$$\begin{array}{r} +2x + 5x = +2 + 12 \\ +7x = +14 \\ x = \frac{+14}{+7} = +2 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r} x + y = 1 \\ 2 + y = 1 \\ y = 1 - 2 \\ y = -1 \end{array}$$



بنابراین جواب این دستگاه  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  می باشد

تمرین : دستگاه معادلات خطی مقابل را حل کنید. (با روش حذفی)

(پایه جواب  $x = -4, y = 5$  برسید)

$$\begin{cases} 2x + y = -3 \\ 3x + 2y = -2 \end{cases}$$



مثال: دستگاه معادلات خطی مقابل را به روش جایگذاری حل کنید. (مثال صفحه ۱۷۷ همین جزوه)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

حل: همانطور که قبلاً گفته شده، در این روش یک متغیر را بر حسب متغیر دیگر در یکی از معادله ها بدست می آوریم و در معادله دیگری جای گذاری می کنیم. تا به یک معادله ی یک مجهولی برسیم.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$x = 4 - 2y$$

از معادله ی پایینی مقدار  $x$  را به صورت  $x = 4 - 2y$  بدست آوردیم. اکنون در معادله ی بالایی به جای  $x$  معادل آن یعنی  $4 - 2y$  را جای گذاری می کنیم.

$$3x - 2y = 12 \Rightarrow 3(4 - 2y) - 2y = 12$$

$$12 - 6y - 2y = 12$$

$$-8y = 12 - 12 = 0$$

$$y = \frac{0}{-8} = 0$$



$$y = 0$$

از اینجا به بعد مشابه روش حذفی مقدار  $y = 0$  را به دلخواه خودمان در یکی از معادلات قرار می دهیم و مقدار  $x$  را بدست می آوریم. مثلاً معادله ی پایینی را انتخاب می کنیم.

$$x + 2y = 4$$

$$x + 2 \times 0 = 4$$

$$x + 0 = 4$$

$$x = 4$$

$$x = 4$$

بنابراین جواب این دستگاه  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$  می باشد که قبلاً همین جواب را به روش حذفی نیز بدست آورده بودیم.

مثال: دستگاه معادلات خطی مقابل را به روش جایگذاری حل کنید.

$$\begin{cases} x + 8y = -5 & (1) \\ 2x - 4y = 10 & (2) \end{cases}$$

حل: ابتدا از معادله (۱) مقدار  $x$  را بر حسب  $y$  بدست می آوریم و آنرا در معادله (۲) جایگذاری می کنیم

$$\begin{aligned} x + 8y &= -5 \\ x &= -5 - 8y \end{aligned}$$

اکنون در معادله (۲) به جای  $x$  عبارت  $-5 - 8y$  را جایگذاری می کنیم

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 10 \Rightarrow 2(-5 - 8y) - 4y = 10 \\ -10 - 16y - 4y &= 10 \\ -20y &= 10 + 10 = 20 \\ y &= \frac{20}{-20} = -1 \end{aligned}$$

$$y = -1$$

حال یکی از معادلات را به دلخواه انتخاب می کنیم و در آن به جای متغیر  $y$  عدد  $-1$  را قرار می دهیم. مثلاً ما معادله (۱) را انتخاب می کنیم

$$\begin{aligned} x + 8y &= -5 \\ x + 8(-1) &= -5 \\ x - 8 &= -5 \\ x &= -5 + 8 = +3 \end{aligned}$$

$$x = +3$$



نکته: شاید از خودتان پرسید که برای حل یک دستگاه معادلات خطی به روش جایگذاری دقیقاً از کدام یک از معادله های خطی باید یک متغیر را (بر حسب دیگری) بدست آوریم و آنرا در معادله دیگری جایگزین کنیم؟ در جواب این سؤال باید گفت که این موضوع، سلیقه ای است. شما می توانید به دلخواه خودتان یکی از معادلات را انتخاب کنید و یکی از متغیرهای آنرا بر حسب دیگری بدست آورید. سپس آنرا در معادله دیگری جایگزین کنید ولی پیشنهاد می شود، معادله ای را انتخاب کنید که در آن بدست آوردن یک متغیر بر حسب دیگری راحت تر باشد. در مثال بالا بدست آوردن  $x$  بر حسب  $y$  در معادله (۱) به مراتب راحت تر از معادله (۲) می باشد.

مثال: دستگاه معادلات خطی مقابل را به روش جایگزینی حل کنید.

$$\begin{cases} 3y - 2x = 11 & (1) \\ y = 2x - 3 & (2) \end{cases}$$

حل:

در معادله (۱) به جای  $y$  مقدار  $2x - 3$  را از معادله (۲) جایگزینی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} 3y - 2x = 11 &\Rightarrow 3(2x - 3) - 2x = 11 \\ 6x - 9 - 2x &= 11 \\ 4x &= 11 + 9 = 20 \\ x &= \frac{20}{4} = 5 \end{aligned}$$



$x = 5$

الگزن عدد ۵ را در معادله (۲) جایگزینی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} y &= 2x - 3 \\ y &= 2 \times 5 - 3 \\ y &= 7 \end{aligned}$$

$y = 7$

مثال: دستگاه معادلات خطی مقابل را به روش دلتخواه خودتان حل کنید.

(باید به جواب  $x = -4$  و  $y = -1$  برسید)

$$\begin{cases} x - y = -3 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

صفحه

مثال: مجموع سن دونفر ۶۰ سال و تفاضل سن آنها ۱۴ سال می باشد. سن این دونفر را مشخص کنید

$x = \text{سن نفر اول}$   
 $y = \text{سن نفر دوم}$

الغزین بانوجا به اطلاعات داده شده مسئله، یک دستگاه معادلات خطی تشکیل می دهیم (این دستگاه را به روش حذفی حل می کنیم)

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ x - y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + x &= 60 + 14 \\ 2x &= 74 \\ x &= \frac{74}{2} = 37 \end{aligned} \rightarrow \text{سن نفر اول}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 60 \\ 37 + y &= 60 \\ y &= 60 - 37 = 23 \end{aligned}$$

← سن نفر دوم

مثال: مجموع سن محمد و برادرش ۶۳ سال می باشد. اگر سن محمد ۴ برابر سن برادرش باشد. سن هر کدام چند است؟

$x = \text{سن برادر محمد}$   
 $y = \text{سن محمد}$

(این دستگاه را به روش جایگذازی حل می کنیم)

$$\begin{cases} x + y = 63 \\ y = 4x \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} x + 4x &= 63 \\ 5x &= 63 \\ x &= \frac{63}{5} = 9 \end{aligned} \rightarrow \text{سن برادر محمد}$$

$$y = 4x = 4 \times 9 = 36 \rightarrow \text{سن محمد}$$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

مثال: مختصات نقطه‌ای برخورد خطهای  $x+2y-1=0$  و  $3x-y-10=0$  را بیابید.

$$\begin{aligned}x+2y-1=0 &\Rightarrow x+2y=+1 \\ 3x-y-10=0 &\Rightarrow 3x-y=+10\end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+2y=+1 \\ 3x-y=+10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=+1 \\ +2x-2y=+20 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}x+2x &= +1+20 \\ 3x &= +21 \\ x &= \frac{+21}{3} = +7\end{aligned}$$

$$x = +7$$

$$\begin{aligned}x+2y &= +1 \\ +7+2y &= +1 \\ +2y &= +1-7 = -6 \\ y &= \frac{-6}{2} = -3\end{aligned}$$

$$y = -3$$

بنابراین خط برخورد این دو خط  $\begin{bmatrix} +7 \\ -3 \end{bmatrix}$  می باشد

مثال: دستگاه معادلات متقابل را به روش دلخواه حل کنید.

(باید به جواب  $x=2, y=-2$  برسید)

$$\begin{cases} -x+y=-4 \\ 2x+3y=-2 \end{cases}$$